This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

506 : A528-1 v. 7

LIBRARY
UNIVERSITY OF
CALIFORNIA
SANTA CRUZ

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

21761

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

DERDE REEKS.

ZEVENDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1890.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZEVENDE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

Vergadering gehouden	26	October	1889	. . . . .	blz.	1.
" "	30	November	"	. . . . .	"	64.
" "	28	December	"	. . . . .	"	109.
" "	25	Januari	1890	. . . . .	"	165.
" "	22	Februari	"	. . . . .	"	229.
" "	29	Maart	"	. . . . .	"	303.

VERSLAGEN.

Rapport over eene verhandeling van Dr. B. HAGEN: "Anthropologische Studien aus Insulinde"; uitgebracht in de vergadering van 26 October 1889. . . . . blz. 5.

Rapport over eene verhandeling van Dr. H. J. HAMBURGER te Utrecht: "Over de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes, in verband met de isotonische coëfficienten"; uitgebracht in de vergadering van 26 October 1889. . . " 13.

Rapport over eene verhandeling van Dr. JAN DE VRIES: "Over eene groep van regelmatige vlakke configuraties en eenige daarmede samenhangende vlakke configuraties van punten en krommen"; uitgebracht in de vergadering van 30 November 1889. . . . . " 71.

Verslag omtrent de verhandeling van den Heer J. C. KLUYVER: "Kenmerkende getallen der algebraïsche ruimtekromme"; uitgebracht in de vergadering van 28 December 1889. . " 117.

Verslag over eene verhandeling van Dr. JAN DE VRIES: "Nieuwe eigenschappen der harmonische configuratie (24_3, 18_4)"; uitgebracht in de vergadering van 25 Januari 1890. " 174.

Rapport over eene verhandeling van Dr. H. J. HAMBURGER te Utrecht: "Over de regeling der bloedbestanddeelen bij kunstmatige hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie"; uitgebracht in de vergadering van 29 Maart 1890. " 361.

Verslag over de verhandeling van Dr. R. SISSINGH: "Metingen over Kerr's verschijnsel bij magnetisatie evenwijdig

aan het spiegelend oppervlak"; uitgebracht in de vergadering van 29 Maart 1890. . . . . blz. 422.

Verslag over de verhandeling van Dr. JAN DE VRIES: „Cyclische veelhoeken op vlakke kubische krommen", door D. BIERENS DE HAAN en F. J. VAN DEN BERG . . . . „ 435.

MEDEDEELINGEN.

H. J. HAMBURGER. Over de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes, in verband met de isotonische coëfficiënten . „ 15.

E. MULDER. Wijnsteenzuur aethyl in zijne verhouding tot natrium- en kalium-aethylaat . . . . . „ 24.

C. GRINWIS. Over twee vormen van energie bij rollende beweging . . . . . „ 47.

JAN DE VRIES. Over eene groep van regelmatige vlakke configuraties en eenige daarmede samenhangende vlakke configuraties van punten en krommen . . . . . „ 75.

C. A. J. A. OUDEMANS. Observations sur quelques Sphéropsidées qui croissent sur les feuilles des espèces européennes de Dianthus. (Met Plaat.) . . . . . „ 97.

J. C. KLUYVER. Kenmerkende getallen der algebraïsche ruimtekromme. . . . . „ 121.

JAN DE VRIES. Nieuwe eigenschappen der harmonische configuratie $(24_3, 18_4)$ . . . . . „ 177.

S. Hoogewerff en W. A. van Dorp. Over de inwerking van onderbromigzuur kalium op succinphenylamide . . blz. 192.

M. W. Beijerinck. Over lichtvoedsel en plastisch voedsel van lichtbacteriën . . . . . " 239.

C. A. J. A. Oudemans. Micromycètes nouveaux. (Met 2 Platen . . . . . " 312.

G. F. .W Baehr. Sur les points d'inflexion de l'herpolhodie de Poinsot . . . . . " 328.

H. J. Hamburger. Over de regeling der bloedbestanddeelen bij kunstmatige hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie . . . . . " 364.

Jan de Vries. Cyclische veelhoeken op vlakke kubische krommen . . . . . " 430.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 October 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, KOSTER, VAN DIESEN, MICHAËLIS, MULDER, MOLL, PEKELHARING, RAUWENHOFF, WEBER, ZEEMAN, VAN DORP, STOKVIS, FRANCHIMONT, A. C. OUDEMANS JR., LORENTZ, DE VRIES, ZAALJER, BIERENS DE HAAN, KAPTEYN, ENGELMANN, VAN DER WAALS, SCHOLS, J. A. C. OUDEMANS, PLACE, MAC GILLAVRY, HOEK, SURINGAR, KAMERLINGH ONNES, GRINWIS, KORTEWEG, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, HUBRECHT, en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. P. VAN DER STOK, Batavia, September 1889; 2°. den Directeur van het magnetisch-meteorologisch Observatorium te Batavia, 9 September 1889; 3°. J. LIAGRE, Secretaris van de Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts te Brussel, 13 November 1888; 4°. A. AGUILAR, Secretaris van de Real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales te Madrid, 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. J. Liagre, Secretaris van de Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts te Brussel, Juni 1889; 2°. Förstemann, Secretaris van de kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 28 Juni 1889; 3°. den Secretaris van de Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften te Marburg, April 1889; 4°. E. Betti, Directeur van de R. Scuola normale superiore te Pisa, 16 Mei 1889; 5°. den Bibliothecaris van de Académie royale des Sciences te Stokholm, 1889; 6°. E. Regel, Directeur van den Jardin impérial de botanique te St. Petersburg, 31 Juli 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. een brief van den Heer Dr. A. G. Vorderman te Batavia, waarin dank wordt betuigd voor zijne benoeming tot Correspondent der Afdeeling; 2°. eene schriftelijke verontschuldiging van den Heer Behrens over het niet bijwonen van de Vergadering.

— De Heeren Zaaijer en Pekelharing brengen, bij monde van den eerstgenoemde, verslag uit over de verhandeling van Dr. Hagen, aangeboden in de September-Vergadering. Zij stellen voor daaraan eene plaats te verleenen in de 4° werken der Akademie. Aldus wordt besloten.

— De Heeren Engelmann en de Vries rapporteeren gunstig over het in de September-Vergadering aangeboden opstel van Dr. Hamburger te Utrecht. Hun voorstel om dit te bestemmen voor de *Verslagen en Mededeelingen* wordt aangenomen.

— De Heer Mulder biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan eene verhandeling: »Over wijnsteenzuur aethyl en zijn verhouding tot natrium- en kalium-aethylaat".

— De Heer GRINWIS spreekt »over twee vormen van energie bij rollende beweging" en biedt over dit onderwerp eene verhandeling aan voor de *Verslagen en Mededeelingen.*

— De Heer RAUWENHOFF biedt eene verhandeling aan met platen »over de Geslachtsgeneratie der Gleicheniaceeën", ter plaatsing in de werken in 4°. Dit onderwerp hield den Spreker reeds vele jaren geleden bezig. In de zittingen der Afdeeling van 27 Januari en van 30 Juni 1877 deelde hij daaromtrent eenige voorloopige uitkomsten mede en in 1879 gaven zijne waarnemingen hem aanleiding tot eene andere voorstelling van de kiemingsverschijnselen der sporen van Cryptogamen, ontwikkeld in een opstel, verschenen in *Verslagen en Mededeelingen*, Afd. Natuurk. 2e Reeks Dl. XIV. In den laatsten tijd is het onderzoek van Gleichenia door hem met versche voorwerpen hervat.

De thans aangeboden verhandeling bevat de uitkomsten der studie van dit onderwerp, waarover tot heden nog nagenoeg niets in het licht verschenen is. De bouw en de kieming der sporen, de vorming van prothalliën, antheridiën en archegoniën, enz., worden daarin uitvoerig beschreven en afgebeeld, waaruit blijkt, dat de bij Gleicheniaceeën voorkomende verschijnselen nog het meest naderen tot die, welke bij de familie der Osmundaceeën gevonden worden. Tevens handhaaft de S. zijne bovengenoemde voorstelling van de kiemingsverschijnselen tegenover de bezwaren, in 1884 door LEITGEB daartegen aangevoerd.

Eindelijk wijst de Heer RAUWENHOFF op eenige merkwaardige afwijkingen, welke sommige prothalliën der Gleicheniaceeën vertoonen, als:

1°. voortdurenden groei zonder vorming van geslachtsorganen;

2°. neiging tot dioecie, bestaande in de vorming van talrijke archegoniën op prothalliën die geene antheridiën dragen: eene Apandrie, welke bij Varens nog niet waargenomen is;

3°. algemeene proliferatie door vorming van secundaire

en tertiaire prothalliën uit enkele randcellen of celgroepen van oude, allengs afstervende prothalliën.

— De Heer v. d. Waals spreekt over het evenwicht van vaste verbindingen tegenover vloeistof- en dampmengsels en toont aan hoe, ter bepaling van de voorwaarden voor dit evenwicht, gebruik zou kunnen gemaakt worden van het vroeger door hem beschreven ψ-vlak voor mengsels van twee stoffen. Neemt men nl. aan de mogelijkheid van het bestaan van een verbinding in bepaalde verhouding in vasten toestand, bijv. in verhouding van x_1 tot $1 - x_1$ molekulen, dan moet in een doorsnede, door x_1 bepaald, een nieuwe lijn aan het ψ-vlak worden toegevoegd. Hoe deze lijn, door gegevens, aan de ervaring ontleend, zou kunnen geconstrueerd worden, wordt door den spreker aangetoond. Een vlak, dat te gelijker tijd dezen nieuwen tak en het ψ-vlak raakt, geeft coëxisteerende phasen aan. Als een der eerste gevolgen kan aangemerkt worden, dat, bij gegeven druk en bij gegeven temperatuur, het vaste lichaam in evenwicht kan zijn met tweeërlei vloeistof of dampmengsel. Bij lage temperatuur zullen op het ψ-vlak raakpunten gevonden worden: zoowel op het gedeelte dat vloeistofvolumes, als op dat, hetwelk dampvolumes aangeeft. Bij den overgang is er een vlak, dat in 3 punten raakt, nl. 1^0 in een punt der lijn, 2^0 in een vloeistofphase, 3^0 in een dampphase. Zulk een driedubbel rakend vlak bestaat ter wederzijde van het vlak x_1: een uitkomst, die geheel in overeenstemming is met wat de ervaring geleerd heeft.

— Voor de Boekerij der Akademie worden aangeboden:
Door den Heer Bierens de Haan deel XVI, Stuk 1, van »Nieuw Archief der Wiskunde", en door den Heer Schols 3 afleveringen van »Waterbouwkunde" door Henket, Schols en Telders.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN Dr. **B. HAGEN,**

GETITELD:

„ANTHROPOLOGISCHE STUDIEN AUS INSULINDE".

(Uitgebracht in de Vergadering van 26 October 1889).

De Verhandeling van Dr. B. HAGEN, in de vorige Vergadering der Akademie in onze handen gesteld, met verzoek daarover in de Vergadering van heden rapport te willen uitbrengen, is getiteld: »*Anthropologische Studien aus Insulinde.*"

Het omvangrijke stuk van meer dan 200 bladzijden, met afbeeldingen en uitvoerige tabellen der genomene maten, bevat, volgens de uitdrukking van den Schrijver: »*das ganze bislang von mir zusammengetragene anthropologische Material*". Aanvankelijk was het de bedoeling des Schrijvers de mededeeling der thans reeds verkregene resultaten uit te stellen totdat hij gelegenheid zou gehad hebben ook een aantal Dajakstammen op Borneo te bestudeeren en te meten; doch de onzekerheid omtrent het tijdstip, waarop dit onderzoek zou kunnen ten einde gebracht zijn, deed hem besluiten reeds nu zijne onderzoekingen bekend te maken.

Het eerste Hoofdstuk heeft tot titel: »*Die Bevölkerungs- und Vermischungsverhältnisse. Geschichtliches.*" De inhoud komt in 't kort hierop neder.

De verhoudingen der volksstammen in den O. I. Archipel

zijn uiterst ingewikkeld door de vermenging met van elders afkomstige elementen. In de eerste plaats behooren hierbij de Chineezen genoemd te worden, wier aantal in onzen O. I. Archipel veel meer dan 500.000 bedraagt. Daar de uitvoer van vrouwen uit China verboden is, zijn stellig $^4/_5$ der in onzen Archipel aanwezige, z. g. Chineezen uit gemengde huwelijken van Chineezen met inlandsche vrouwen, vooral Javaansche en Dajaksche, voortgesproten. Nog ouder en, voor zoo verre de Maleische volksstammen betreft, veel invloedrijker, is de kruising der inboorlingen met Voor-Indiërs, omdat deze eveneens den Islam beleden en dezen zelfs voor een deel in den Archipel hielpen invoeren.

Chineezen en Indiërs werken ook thans nog krachtig aan de vermenging der bedoelde volkeren mede, terwijl alleen in Atjeh iets van beteekenis van den invloed der Arabieren te bespeuren is. Sedert het begin der 16de eeuw hebben ook de Europeanen ijverig deel genomen aan de vermenging der rassen. Verder spelen Siameezen en Boegi's geen geringe rol in de geschiedenis van den Archipel en ten slotte mogen de Negrito's niet buiten beschouwing blijven.

Dr. Hagen stelt zich den historischen gang van dit vermengingsproces aldus voor. Van de hooglanden van Sumatra en wellicht ook van Borneo (destijds met elkander verbonden en één geheel uitmakend) trokken de z. g. Oermaleijers naar de lager gelegene streken, gelijk de tegenwoordige bewoners dit nog heden ten dage doen, om zich verder over den Archipel te verspreiden en wellicht nog oudere bewoners te verdringen, waarvan de spaarzame overblijfselen waarschijnlijk nog in de raadselachtige Negrito's te herkennen zijn. Tot deze Oermaleijers behooren de volksstammen, die, vrij van invloeden van buiten af levende, het zuiverst hun type hebben kunnen bewaren: dat zijn dus de bewoners van de binnenlanden der groote eilanden, waartoe te brengen zijn: de Batta's van Sumatra, de Dajaks van Borneo, de Alfoeren van Celebes en een kleine stam in de bergen van Westelijk Java. De kustbewoners daarentegen zijn door de kruising met vreemde elementen zeer belangrijk gewijzigd en, psychisch zoowel als somatisch, zeer vooruitgegaan.

Uit de tegenwoordige verhoudingen en uit historische gegevens is af te leiden, dat de volksstammen van Malakka, van Sumatra en van Java sterk gekruist zijn en wel het allermeest met Indische en Chineesche elementen. De oorspronkelijke bevolking heeft zich op Sumatra het zuiverst kunnen staande houden op de westelijke hooglanden van Menangkabau en Tobah. Malakka is door zijne eigenaardige ligging veel minder geschikt om het Oermaleische type onvermengd te bewaren. De bevolking van Java is het allermeest gekruist; dit geldt vooral voor het Oosten van het eiland, omdat de z.g. Soendaneezen, in de moeielijk toegankelijke gebergten van het Westen, veel minder van het indringen van vreemde elementen te lijden hadden en, met uitzondering van de bewoners van Bantam, als ras veel zuiverder zijn gebleven.

In het tweede Hoofdstuk, dat tot opschrift draagt: »*Allgemein Anthropologisches. Messungsschema. Kurze Characteristik der gemessenen Völker*". maakt Dr. HAGEN melding van de tot op zekere hoogte tegenover elkander staande meeningen van KEANE en JUNGHUHN. Terwijl de eerste al de bruine Maleische rassen afleidt uit de kruising van den Kaukasischen en den Mongoolschen typus, neemt JUNGHUHN zelfs 2 oorspronkelijke rassen, het Batta'sche en het Maleische, aan. Beider meening steunt evenwel hoofdzakelijk op het onderzoek van schedels. Terecht merkt echter Dr. HAGEN op, dat dit hulpmiddel niet voldoende is om het vraagstuk tot eene bevredigende oplossing te brengen. Nog eens wordt de klacht herhaald dat een schedel, waarvan de afkomst niet voldoende bekend is en gewaarborgd, weinig waarde heeft als »*exactes Material*". (Men denke aan de mededeeling van HALBERTSMA, die zekeren custos op den schedel van een echten Leidenaar *Russus* zag schrijven, om dien daardoor duurder aan den man te kunnen brengen). Naar het gevoelen van Dr. HAGEN hebben alleen die schedels anthropologische waarde, waarvan de inzender verklaren kan dat hij de individu's bij hun leven gekend en hen omtrent hunne afkomst behoorlijk ondervraagd heeft. De ondervinding heeft hem, die thans de eer heeft tot U te spreken,

evenwel geleerd, dat men ook dan zelfs nog niet volkomen voor dwaling gevrijwaard is. Vóór vele jaren ontving hij eene bezending Javaansche vrouwenbekkens; één daarvan had een zoo volkomen mannelijken vorm, dat hij aan de juistheid van de etiquette moest twijfelen. De inzender, een zeer ijverig en uiterst nauwgezet verzamelaar, was door dezen twijfel eenigszins ontstemd; vergissing was hier niet mogelijk. Eerst toen aan dezen werd getoond, dat aan het bekken op zeer vernuftige wijze twee dijbeenderen der rechterzijde bevestigd waren, werd de mogelijkheid eener vergissing erkend. De Javaansche jongen had zich, toen het bedoelde vrouwenbekken in het ongereede geraakt was, uit de moeielijkheid weten te redden!

Dr. HAGEN gaat evenwel te ver in zijne uitspraak, dat het voor de wetenschap beter ware, indien $^2/_3$ der in de Europeesche verzamelingen aanwezige Maleische schedels op het kerkhof rustten.

Voor de oplossing van anthropologische vraagstukken zijn evenwel schedels, zelfs de best gewaarborgden, niet toereikend. Skeletten zijn er slechts weinig voorhanden en tot op zekere hoogte gelden daarvoor dezelfde bezwaren als voor de schedels. Men moet dus zijne toevlucht nemen tot het meten van levenden, en Dr. HAGEN deelt ons in de verdere Hoofdstukken zijner Verhandeling de resultaten mede der metingen van omstreeks 400 personen. Voor sommige groepen vooral is het te betreuren, dat de getallen zoo klein zijn. Maar men telle de bezwaren, die Dr. HAGEN te overwinnen had, niet gering! Vooreerst waren allen, die zouden onderzocht worden, overtuigd dat zij de slachtoffers van eene verschrikkelijke toovenarij zouden worden. De Batta's meenden niet meer of niet minder dan dat Dr. HAGEN door het meten hun leven in zijne hand kreeg. Welk een geduld en welk een tact zijn er noodig geweest om die vreesachtige natuurmenschen over te halen om zich te doen meten! en toch liepen er nog velen onder de operatie weg, waardoor de hiaten in de Tabellen verklaard worden.

Bij het onderzoek werd VIRCHOW's *Messungsliste* in » NEUMAYER's *Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf*

Reisen" in hoofdzaak gevolgd. Tot de door Dr. HAGEN gemeten stammen behooren:

1. *Sikhs*, gewoonlijk uitgediende Engelsche soldaten uit Pendjab, uitsluitend Hindoe's;
2. *Bengaleezen*, meestal geboren te Bombay en Calcutta; op zuiverheid van ras kunnen zij niet de minste aanspraak maken. Zij zijn Hindoe's of Mohamedanen;
3. *Klings of Tamyls*, bijna allen uit de buurt van Madras, meestal Hindoe's, enkele Mohamedanen;
4. *Pinang-maleijers*, d. z. Maleijers van het eiland Pinang, de kuststreken van Malakka en Singapore;
5. *Deli-maleijers*, inboorlingen van de geheele Oostkust van Sumatra, van Kaap Tamian tot Siak;
6. *Menangkabau-maleijers*, mohamedaansche inboorlingen der hooglanden van Menangkabau en Mandeling op de Westkust van Sumatra;
7. *Batta's*, meestal afkomstig van de oevers van het Tobah-meer: eene streek, die anthropologisch zeer zuiver is;
8. *Atjehers*;
9. *Ala's*, een mohamedaansche Batta-stam aan de zuidelijke grens van Atjeh;
10. *Soendaneezen*, waaronder Dr. HAGEN hier alle niet Javaansch sprekende bewoners van de westelijke helft van Java verstaat;
11. *Javanen*, uitsluitend Mohamedanen; de naar Deli gedeporteerde kettinggangers waren voor Dr. HAGEN uitstekend materiaal;
12. *Madoereezen*;
13. *Boegi's*;
14. *Baweaneezen*, van de kleine eilandengroep Bawean bij Madoera, Mohamedanen;
15. *Zuid-Chineezen*, als koelies op de groote tabaksplantages te Deli werkzaam, allen afkomstig uit de Zuid-Chineesche provincie Kwang-tung, Boeddhisten.

De resultaten der metingen zijn in het derde Hoofdstuk

der Verhandeling geboekt. Met het oog op den grooten rijkdom der hierin besproken feiten zullen wij de meest mogelijke beknoptheid in acht nemen.

Allereerst worden de verhoudingsgetallen medegedeeld; waardoor bij de onderzochte rassen de verhouding der verschillende lichaamsdeelen tot de lengte van het geheele lichaam wordt voorgesteld. Vervolgens worden de verkregene gemiddelden en de afzonderlijke lichaamsdeelen besproken en eindelijk de haren en de huid behandeld. Een aantal afbeeldingen van dwarse doorsneden, zoowel van hoofd- als schaamharen, zijn aan dit Hoofdstuk toegevoegd en eveneens, in navolging van Broca, maar met de noodige wijzigingen, een afzonderlijke schaal voor de kleur der huid.

Wachtsthumsverhältnisse is het opschrift van het 4de Hoofdstuk. Dr. Hagen heeft hierbij ook zooveel mogelijk gebruik gemaakt van door anderen (Weisbach en Beyfuss) genomen maten en het hem ten dienste staande materiaal dienstbaar gemaakt aan de oplossing der gewichtige en tot dusver veel te stiefmoederlijk behandelde vraag betreffende den groei van het menschelijk lichaam, een onderdeel slechts van de z.g. postfoetale ontwikkeling, welk veld van onderzoek ook thans nog zoo goed als geheel braak ligt. Aan het slot komt Dr. Hagen tot dit besluit, dat de verschillende deelen van het lichaam, tot minstens het 25ste levensjaar toe, hunne verhoudingen ten opzichte van elkander wijzigen, d. w. z. dat op een bepaalden tijd het eene, op een anderen tijd het andere lichaamsdeel meer groeit, en dat men daarom voor het bepalen van de onderlinge verhoudingen der rassen slechts volwassen individu's bezigen kan, d. w. z. dezulken, bij wie alle maten hare volkomene ontwikkeling bereikt hebben.

Als hoofdresultaat van het onderzoek wordt door Dr. Hagen het volgende medegedeeld.

Op Sumatra bestaat nog een menschenras, dat niet uit een eenvoudig gekruist ras van den Mongoolschen met den Kaukasischen typus kan worden afgeleid en dat daarom als een Oerras beschouwd moet worden. Hiertoe behooren de Batta's, de Ala's en de Maleijers uit de hooglanden van West-Sumatra

De kustbewoners, die men gewoonlijk onder den naam »Maleijers" begrijpt, zijn producten eener zeer sterke kruising van dit Oerras met Voor-Indische en Mongoolsche elementen. De z. g. Maleijers van Oost-Sumatra en Malakka zijn bijna uitsluitend met Indische, de Javanen, Soendaneezen, Madoereezen en Baweaneezen meer met Mongoolsche elementen gekruist.

In een Aanhangsel geeft Dr. Hagen nieuwe mededeelingen: »*Ueber die Körpergrösse der Südchinesen.*" In de *Verslagen en Mededeelingen* onzer Afdeeling, 2de Reeks, Deel XX, bl. 236, 1884, is eene korte verhandeling van zijne hand opgenomen, getiteld: »*Ueber Körpergrösse und Wachsthumsverhältnisse der Südchinesen.*" Hierin waren de resultaten van het meten van 1000 personen opgenomen; thans had Dr. Hagen over een 15 maal grooter materiaal (dus over 15000 metingen) te beschikken. Het eindresultaat is evenwel onveranderd gebleven. Het gemiddelde van de lichaamslengte der Zuid-Chineezen, uit dit zeer groote aantal metingen afgeleid, bedraagt evenals bij het vorige onderzoek, 1622 mm.

De protocollen der verrichte metingen en eene korte beschrijving der gemetene individu's, ten getale van 383, besluiten dezen uitvoerigen arbeid.

Het korte verslag, dat wij U van den rijken inhoud der besproken Verhandeling gaven, zal, naar wij vertrouwen, U ook een denkbeeld geschonken hebben van al den ijver, van al de volharding, die noodig zijn geweest om, onder de ongunstige omstandigheden, waaronder Dr. Hagen moest werken, een zoo tijdroovend onderzoek te verrichten. De Schr. heeft te midden van zijne drukke bezigheden als arts te Deli, strijdende tegen de bezwaren eener geschokte gezondheid, den tijd daarvoor weten te vinden en ons in zijne Verhandeling een ook voor anderen bruikbaar anthropologisch materiaal geschonken, zooals wij zulks van onze O. I. Koloniën nog niet bezitten. Wij mogen het met hem betreuren dat hem tot dus ver de gelegenheid ontbroken heeft om ook de Dajakstammen van Borneo in zijn onderzoek

op te nemen; maar wij moeten hem tevens dankbaar zijn dat hij: » *das warnende schmerzvolle Beispiel* MICLUCHO-MACLAY's *vor Augen, dem nun der Tod definitiv die stets zögernde Feder aus der Hand genommen*" ons thans gegeven heeft, wat hij had en kunnen daarbij den wensch niet onderdrukken, dat het hem vergund moge zijn, bij zijn nieuw verblijf in O. I., ook met zijne anthropologische onderzoekingen voort te gaan en de daarin overgeblevene leemten aan te vullen.

Naar ons oordeel verdient dus de door DR. B. HAGEN aangeboden Verhandeling ten volle om in de werken onzer Akademie opgenomen te worden en wij hebben mitsdien de eer daartoe het voorstel te doen.

Amsterdam,
26 October 1889.

T. ZAALJER.
C. A. PEKELHARING.

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN **Dr. H. J. HAMBURGER**

te Utrecht,

GETITELD:

„OVER DE PERMEABILITEIT DER ROODE BLOEDLICHAAMPJES, IN VERBAND MET DE ISOTONISCHE COËFFICIËNTEN".

(Uitgebracht in de Vergadering van 26 October 1889).

De verhandeling van Dr. Hamburger, waarover rapport uit te brengen aan de ondergeteekenden in de Septembervergadering der Afdeeling Natuurkunde der K. Akademie van Wetenschappen werd opgedragen, sluit zich aan bij twee vroegere mededeelingen van den schrijver, door wijlen het lid F. C. Donders aan de Akademie voorgelegd, en handelende over de inwerking van zoutoplossingen op roode bloedlichaampjes, bepaaldelijk op het uittreden van bloedkleurstof uit die lichaampjes, naar aanleiding van de resultaten, door de plasmolytische methode op plantencellen verkregen. Het bleek toen dat de concentraties, waarbij kleurstof begint uit te treden, beantwoorden aan de isotonische coëfficiënten, en verder, dat het bloedserum in wateraantrekkend vermogen de zoutsoluties van de genoemde concentratie verre overtreft. Soluties, in osmotische kracht gelijk aan serum, werden door Dr. Hamburger »isotonisch", meer geconcentreerde »hyperisotonisch", minder geconcentreerde »hypisotonisch" genoemd.

In de nu aangeboden verhandeling (7 bladzijden in folio beslaande) toont Dr. HAMBURGER aan, dat de roode bloedlichaampjes van gedefibrineerd runder-, paarde-, honde- en varkensbloed, ook na behandeling met verschillende: isotonische, hyperisotonische en hypisotonische oplossingen van KNO_3, $NaNO_3$, Na O, Na_2SO_4, Na I, druivesuiker, rietsuiker en verdund serum, nog bij de oorspronkelijke concentraties kleurstof beginnen te verliezen.

Dit resultaat kon niet verklaard worden uit de onderstelling, dat de roode lichaampjes slechts voor water, niet voor zouten permeabel zijn, want in opzettelijk daartoe verrichte kwantitatief-analytische proeven, waarvan een achttal nader worden medegedeeld, bleek, dat de lichaampjes, na vermenging met zoutsoluties, daaruit — ook uit de isotonische — zout hadden opgenomen, resp. daaraan hadden afgestaan.

Men moet dus, volgens Dr. HAMBURGER, aannemen, dat de uitwisseling van zouten tusschen lichaampjes en vocht in isotonische verhouding plaats heeft.

In overeenstemming hiermede vond Dr. HAMBURGER bij plasmolytische proeven, op Tradescantia-cellen verricht, dat het serum van met isotonische zoutsoluties vermengd gedefibrineerd bloed, door dit vermengen, geen verandering in wateraantrekkend vermogen ondergaat.

Het verkregen resultaat is zeer opmerkelijk, omdat een dergelijke wisseling in isotonische verhouding nog nergens is aangetoond, en bij plantencellen, voor zoo verre deze daarop zijn onderzocht, zeker niet bestaat. Mocht voor de normale — »levende" — bloedlichaampjes hetzelfde gelden als voor de lichaampjes van het gedefibrineerde bloed — een punt waarmede Dr. HAMBURGER zich nader zal bezig houden — dan zal zeker op vele vragen, de stofwisseling van bloed en weefsels betreffende, een nieuw licht worden geworpen.

In elk geval verdient de aangeboden verhandeling voor de opneming in de Verslagen en Mededeelingen der Akademie te worden aanbevolen.

24 October 1889.

Th. W. ENGELMANN.
HUGO DE VRIES.

OVER DE PERMEABILITEIT

DER

ROODE BLOEDLICHAAMPJES, IN VERBAND MET DE ISOTONISCHE COËFFICIËNTEN,

DOOR

Dr. H. J. HAMBURGER.

Vroeger *) toonden wij aan, dat wanneer men bloed vermengt met zoutoplossingen van verschillende concentraties en de bloedlichaampjes laat bezinken, van elk zout een concentratie gevonden wordt, waarin geen bloedkleurstof uittreedt, terwijl de solutie, die een slechts weinig geringere concentratie bezit, wel kleurstof doet uittreden. Wij zagen, dat, zoo men voor elk zout telkens het gemiddelde van beide grenzen neemt en dan de gemiddelden onderling vergelijkt, de laatste nauwkeurig beantwoorden aan de isotonische coëfficiënten van Prof. HUGO DE VRIES.

Later †) toonden wij aan, dat de zoutoplossing, waarin de bloedlichaampjes kleurstof beginnen te verliezen, in wateraantrekkend vermogen ver beneden het overeenkomstige serum staat. Men moet dit met 50, gewoonlijk met meer procent water verdunnen, voordat het in staat is, evenals

*) *Verslagen en Mededeelingen* der Koninkl. Akad. v. Wetensch. Afd. Natuurk. 1884. Zie verder Onderz. physiol. lab. Derde Reeks. X. 1e stuk. p. 22.

†) *Verslagen en Mededeelingen* der Koninkl. Akad. v. Wetensch. Afd. Natuurk. 1886. Zie verder Onderz. physiol. lab. Derde Reeks. X. 1e stuk. p. 33.

de bedoelde zoutoplossing, kleurstof uit de lichaampjes te doen treden. De zoutoplossingen, die in wateraantrekkend vermogen met het serum gelijk staan, noemden wij *isotonisch*, de daarboven gelegene *hyperisotonisch* en de daaronder gelegene *hypisotonisch*.

Wij hebben bovenstaande onderzoekingen voortgezet.

Vermengden wij 20 c.M^3 gedefibrineerd runderbloed met 40 c.M^3 van een K NO_3-solutie van 1,67% (in het onderwerpelijke geval isotonisch met het serum), lieten wij de lichaampjes door middel van een centrifugaalmachine op den bodem van het vat bezinken, verwijderden wij de vloeistof en vermengden wij van de bloedlichaampjes eenige droppels met 20 cM^3 van Na Cl-oplossingen van verschillende sterkten, dan bleek, na het bezinken der bloedlichaampjes, *dat kleurstof was uitgetreden in dezelfde* Na Cl-*soluties, als waarin het oorspronkelijk gedefibrineerd bloed uittreden van kleurstof vertoonde.*

Hetzelfde namen wij waar, wanneer runderbloed behandeld was met *hyper-* en met *hypisotonische* oplossingen van K NO_3, Na NO_3, Na M, Na_2 SO_4, Na I, druivesuiker, rietsuiker en met serum, dat vooraf met water verdund was. Alleen Mg SO_4 scheen zoowel in hyper- als in hypisotonische oplossing een afwijking te vertoonen, doch steeds in denzelfden zin. Voorts gaven paarde-, honde- en varkensbloed dezelfde resultaten als runderbloed.

Onderstaande tabel geeft een overzicht van eenige der genomen proeven:

TABEL.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Diersoort.	.... cM³ bloed, vermengd met .... cM³ zoutoplossing.	Isotonische coëfficiënt van het gebruikte zout.	Zoutoplossing, isotonisch met het bij 't gebruikte bloed behoorende serum.	Grenzen voor het uittreden en niet-uittreden van kleurstof uit de lichaampjes van het met zoutoplossing behandelde bloed (IV).	Grenzen voor het uittreden en niet-uittreden van kleurstof uit de lichaampjes van het oorspronkelijke gedefibrineerde bloed.
Rund.	20 bloed + 40 KNO_3-opl. van 1.67 % (isotonisch)	3	KNO_3 — 1.67 %	1.05 % en 1.11 % KNO_3	1.05 % en 1.11 % KNO_3
	20 bloed + 40 KNO_3-opl. van 3 % (hyperisot.)	3	" " "	1.05 " " 1.11 " KNO_3	" " " " " "
	20 bloed + 40 KNO_3-opl. van 1.25 % (hyperisot.)	3	" " "	1.05 " " 1.11 " KNO_3	" " " " " "
	10 bloed + 30 rietsuikeropl, an 12 % (hyperisot.)	2	rietsuiker 8.51 "	0.5 " " 0.51 " NaCl	0.5 " " 0.51 " NaCl
	10 bloed + 30 rietsuikeropl. van 6 % (hypisot.)	2	" " "	0.5 " " 0.51 " NaCl	" " " " " "
	10 bloed + 30 $MgSO_4$-opl. van 10 % (hyperisot.)	2	$MgSO_4 + 7$ aq. 5.3 "	0.46 " " 0.47 " NaCl	" " " " " "
	10 bloed + 30 $MgSO_4$-opl. van 4 % (hypisot.)	2	" " "	0.47 " " 0.48 " NaCl	" " " " " "
Paard.	10 bloed + 30 NaCl-opl. van 3 % (hyperisot.)	3	NaCl 0.928 "	0.54 " " 0.55 " NaCl	0.55 " " 0.56 " NaCl
	10 bloed + 30 NaJ-opl. van 4 % (hyperisot.)	3	NaI 2.04 "	0.54 " " 0.55 " NaCl	0.55 " " 0.56 " NaCl
	10 bloed + 30 druivensuikeropl. van 4 % (hyperisot.)	2	druivensuiker 3.15 "	0.55 " " 0.56 " NaCl	" " " " " "
	10 bloed + 30 verdund serum (10 serum op 5 water)	.....	.....	0.55 " " 0.56 " NaCl	" " " " " "
	10 bloed + 40 $MgSO_4$-opl. van 10 % (hyperisot.)	2	$MgSO_4 + 7$ aq. 5.3 "	0.48 " " 0.49 " NaCl	0.52 " " 0.53 " NaCl
	10 bloed + 40 $MgSO_4$-opl. van 4 % (hypisot.)	2	" " " "	0.48 " " 0.49 " NaCl	" " " " " "
	10 bloed + 30 verdund serum (10 serum op 2 water)	.....	.....	0.54 " " 0.55 " NaCl	0.54 " " 0.55 " NaCl
	10 bloed + 30 verdund serum (10 serum op 4 water)	.....	.....	0.54 " " 0.55 " NaCl	" " " " " "
Hond.	10 bloed + 80 Na_2SO_4-opl. van 5 % (hypersot.)	4	Na_2SO_4 1.1 "	0.38 " " 0.39 " NaCl	0.38 " " 0.39 " NaCl
Varken.	10 bloed + 30 NaCl-opl. van 3 % (hyperisot.)	3	NaCl 0.84 "	0.48 " " 0.49 " NaCl	0.48 " " 0.49 " NaCl

Het verkregen resultaat zou kunnen verklaard worden, door aan te nemen, dat de bloedlichaampjes slechts voor water permeabel zijn. In dit geval zouden zij in isotonische zoutsoluties geheel onveranderd blijven, in hyperisotonische slechts water verliezen en in hypisotonische water opnemen. Worden dan de lichaampjes, na in deze oplossingen gelegen te hebben, in een zwakke Na Cl-solutie gebracht, dan zullen zij in de drie gevallen ten slotte een gelijke quantiteit water bevatten, een hoeveelheid, die beantwoordt aan de absolute hoeveelheid zout, er in aanwezig; welke hoeveelheid, ingevolge de onderstelling, gelijk gebleven is. Daar het opnemen van een zeker volumen water aanleiding geeft tot zwelling en ten slotte tot verlies van kleurstof, zal men bij de bloedbloelichaampjes, die in isotonische, zoowel als bij die, welke in hyper- en hypisotonische zout-soluties hadden gelegen, door dezelfde Na Cl-oplossingen kleurstof zien uittreden.

Echter hebben wij door een reeks van chemische analysen kunnen constateeren, dat de bloedlichaampjes, zelfs in isotonische oplossingen, voor zouten in aanzienlijke mate permeabel zijn.

Wij laten hier eenige proeven volgen:

1. 20 cM^3 gedefibrineerd paardebloed worden vermengd met 50 cM^3 van een $Na\,NO_3$-oplossing van $1\frac{1}{2}$ %. Het mengsel wordt in de centrifugaalmachine gebracht en na eenigen tijd worden 20 cM^3 van de gele bloedlichaampjesvrije vloeistof afgezogen. Van deze vloeistof worden chloorbepalingen gedaan, nadat de eiweitstoffen door verwarming met $1\frac{1}{2}$ maal het volumen van een verzadigde oplossing van chloor-vrij $(NH_4)_2\,SO_4$ zijn neêrgeslagen. De chloorbepalingen geschieden door toevoeging van $H\,NO_3$ en een overmaat van $Ag\,NO_3$; het $Ag\,NO_3$, dat niet door het chloor verbruikt is, wordt door KC NS en Ferrinitraat teruggetitreerd. Het blijkt, dat 20 cM^3 van de door centrifugeeren verkregen sereuse vloeistof overeenkomt met 4,86 cM^3 $^1/_{10}$ normaal $Ag\,NO_3$ oplossing. Neemt men aan, dat in 100 volumina paardebloed aanwezig zijn 40 vol. bloedlichaampjes en 60 vol. serum, dan zijn in 20 cM^3 bloed 12 cM^3 serum aanwezig en bedraagt de geheele hoeveelheid vloeistof van het mengsel

50 + 12 = 62 cM³. Daar nu 20 cM³ van deze vloeistof overeenkomen met 4.86 cM³ $AgNO_3$-oplossing, zullen 62 overeenkomen met 15,06 cM³ $^1/_{10}$ normaal $AgNO_3$.

Bij een chloorbepaling van het door centrifugeeren verkregen serum *) van het onvermengde gedefibrineerde bloed, bleken 12 cM³ overeen te stemmen met 12.24 cM³ $^1/_{10}$ normaal $AgNO_3$.

Terwijl dus de *vloeistoffen*, voordat zij bij elkander gevoegd worden, een hoeveelheid chloor bevatten, overeenkomend met 12.24 cM³ $^1/_{10}$ n. $AgNO_3$, blijken zij na vermenging een hoeveelheid chloor te bevatten, die overeenkomt met 15,06 cM³ $^1/_{10}$ n. $AgNO_3$.

De sereuse vloeistof is dus $\frac{15.06-12.24}{12.24} \times 100 = 23.04\,\%$ *in chloorgehalte toegenomen ten koste van dat der bloedlichaampjes; m. a. w. er is chloor uit de bloedlichaampjes getreden.*

Dit resultaat schijnt in zekere mate afhankelijk van de onderstelling, dat in 100 vol. bloed 60 vol. serum aanwezig zijn. Stelt men echter, dat 100 volumina van het paardebloed 50 of 70 vol. serum bevatten — wat hier zeker niet waar was — dan geeft de berekening toch nog een uittreden van chloor uit de bloedlichaampjes.

2. Van deze proef en de 6 volgende, die wij geheel op dezelfde wijze uitvoerden als de sub. 1 beschrevene, laten wij de berekening achterwege, doch deelen slechts de resultaten mede.

20 cM³ kalfsbloed + 40 cM$_3$ $NaNO_3$ van $1\frac{1}{2}$ %.

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn

20 cM³ = 8.62 cM³ $^1/_{10}$ normaal $AgNO_3$.

Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn

12 cM³ = 12.46 cM³ $^1/_{10}$ normaal $AgNO_3$.

Resultaat: *De sereuse vloeistof is 79.8 % in chloorgehalte toegenomen ten koste der bloedlichaampjes.*

*) Het is ons vaak gebleken, dat het serum, uit den koek verkregen, een weinig in chloorgehalte verschilt met dat van het gedefibrineerde bloed. Elders zullen wij daarop terug komen.

3. 20 cM³ kalfsbloed + 50 cM³ Na NO_3 van 1½ %.

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn
20 cM³ = 6.04 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.
Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn
12 cM³ = 12.46 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.

Resultaat: *De sereuse vloeistof is* 55.7 % *in chloorgehalte toegenomen ten koste der bloedlichaampjes.*

4. 20 cM³ kalfsbloed + 40 cM³ serum + 10 cM³ Na NO_3 van 1½ %.

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn
20 cM³ = 19.6 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.
Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn
12 cM³ = 12.46 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.

Resultaat: *De sereuse vloeistof is* 12.46 % *in chloorgehalte toegenomen ten koste der bloedlichaampjes.*

5. 20 cM³ paardebloed + 40 cM³ serum + 10 cM³ Na Cl-oplossing (ongeveer isotonisch met het serum).

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn
20 cM³ = 16.77 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.
Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn
12 cM³ = 12.24 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.
Van de Na Cl-oplossing zijn 10 cM³ = 18.57 cM³ Ag NO_3.

Resultaat: *De sereuse vloeistof heeft* 36.4 % *van haar chloorgehalte aan de bloedlichaampjes afgestaan.*

6. 20 cM³ paardebloed + 40 cM³ Na Cl-oplossing (ongeveer isotonisch met het serum).

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn
20 cM³ = 32,65 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO^3.
Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn
12 cM³ = 12.24 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.
Van de Na Cl-oplossing zijn 10 cM³ = 18.57 cM³ $^1/_{10}$ n. Ag NO_3.

Resultaat: *De sereuse vloeistof heeft* 1.9 % *van haar chloorgehalte aan de bloedlichaampjes afgestaun.*

7. 20 cM³ paardebloed + 50 cM³ Na Cl-oplossing (ongeveer isotonisch met het serum).

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn 20 cM³ = 31.71 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.

Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn 12 cM³ = 12,24 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.

Van de Na Cl-oplossing zijn 10 cM³=18.57 cM³ $^1/_{10}$ n. Ag NO_3.

Resultaat: *De sereuse vloeistof heeft* 6,5 % *van haar chloorgehalte aan de bloedlichaampjes afgestaan.*

8. 20 cM³ paardebloed + 40 cM³ serum + 10 cM³ water.

Van de door centrifugeeren verkregen vloeistof zijn 20 cM³ = 17.33 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.

Van het bij het gedefibrineerde bloed behoorende serum zijn 12 cM³ = 12.24 cM³ $^1/_{10}$ normaal Ag NO_3.

Resultaat: *De sereuse vloeistof is* 1.24 % *in chloorgehalte toegenomen ten koste van de bloedlichaampjes.*

Wij hebben, hoewel met een ander doel, nog een aantal proeven in deze richting genomen, zoo bijv. met isotonische, hyper- en hypisotonische K NO_3 en druivesuiker-oplossingen, en zijn ook door deze tot het resultaat gekomen, *dat de bloedlichaampjes van het gedefibrineerde bloed voor chloriden permeabel zijn en wel extra- en intrameabel* *).

Van deze proeven willen wij er nog één vermelden, waarbij gebleken is, dat terwijl chloor *uit* de bloedlichaampjes trad, phosphorzuur den omgekeerden weg volgde.

Voor deze proef werden de eiwitstoffen uit de sereuse vloeistof niet verwijderd door $(NH_4)_2 SO_4$, maar door azijnzuur. Het phosphorzuur werd bepaald door titratie met uraanacetaat en ferrocyaankalium. Wij vermengden 200

*) „Extrameabel" noemt Janse plantencellen, wanneer er stoffen *uit* en „extrameabel" wanneer er stoffen *in* kunnen treden. Zie Dr. J. M. Janse. Die Permeabilität des Protoplasma, in: *Verslagen en Mededeelingen* der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Afdeeling Natuurkunde, Derde reeks, Dl. IV. p. 336.

cM^3 gedefibrineerd paardebloed met 300 cM^3 KNO_3-oplossing van 1.55% (isotonisch met het serum).

Het bleek, dat de sereuse vloeistof 15.5% in chloorgehalte was toegenomen, terwijl zij 20% van haar phosphorzuur aan de bloedlichaampjes had afgestaan.

Uit onze vroegere proeven over de geldigheid der isotonische coëfficiënten bij de bloedlichaampjes, is gebleken, dat deze in hoofdzaak moest berusten op wateraantrekking. Waren onze redeneeringen werkelijk juist, dan mogen wij thans naar aanleiding van de bovenvermelde proeven aannemen, dat bij vermenging van bloed met isotonische, hyper- en hypisotonische oplossingen, het wateraantrekkend vermogen van den inhoud der bloedlichaampjes onveranderd is gebleven en in dit geval moet er tusschen de laatsten en hun omgeving een wisseling van bestanddeelen hebben plaats gehad in isotonische verhoudingen.

Dat nu inderdaad het wateraantrekkend vermogen der bloedlichaampjes, na vermenging met verschillende zoutsoluties, onveranderd is gebleven, hebben wij met zekerheid kunnen aantoonen.

Wij redeneerden aldus:

Vermengt men een willekeurige hoeveelheid gedefibrineerd bloed met een willekeurige hoeveelheid van een zout- of suikeroplossing, die isotonisch is met het serum, dan mag, indien inderdaad in de bloedlichaampjes geen verandering van wateraantrekkend vermogen heeft plaats gegrepen, dit met het verdunde serum ook niet het geval zijn.

Wij hebben het wateraantrekkend vermogen der vloeistoffen bepaald door middel van bloedlichaampjes en ook, om geen gevaar te loopen in een cirkel te redeneeren, met Tradescantia discolor (naar de methode van DE VRIES).

Het resulaat was zeer bevredigend.

Volgens een dergelijke methode hebben wij ook geëxperimenteerd met hyper- en hypisotonische oplossingen en wel, met hetzelfde resultaat.

Het bovenstaande onderzoek heeft dus geleerd, dat na ver-

menging van gedefibrineerd bloed met isotonische, hyperisotonische zout- en suikeroplossingen en met serum, dat vooraf met water is verdund, een uitwisseling van bestanddeelen plaats grijpt tusschen bloedlichaampjes en omgeving, en wel in zoodanige verhouding, dat de wateraantrekkende kracht van geen van beiden hierdoor verandering ondergaat, m. a. w. in isotonische verhouding.

Wij houden ons thans bezig met de vraag, of de hier gevonden feiten ook geldig zijn voor circuleerend bloed, een vraag, die ons voor de leer der stofwisseling, en meer in het bijzonder van die van het bloed, niet van belang ontbloot schijnt.

Physiol. Laborat. der Rijks-Veeartsenijschool.
September 1889.

WIJNSTEENZUUR AETHYL

IN ZIJNE

VERHOUDING TOT NATRIUM- EN KALIUM-AETHYLAAT

DOOR

E. MULDER.

Eenige scheikundigen *) maakten wel de inwerking van natrium en natrium-aethylaat, zoo ook van kalium- en kalium-aethylaat op wijnsteenzuur aethyl tot een punt van onderzoek, maar schijnen geen produkten te hebben afgezonderd van genoegzaam zuiveren aard, en hebben dan ook geen analysen medegedeeld, niet medegerekend een bepaling van natrium van een lichaam, dat buiten twijfel was wijnsteenzuur natrium-aethyl: $C_2H_5O.CO.CH.OH.CH.OH$ $CO.ONa$ (zie later). Eenigen tijd geleden †) heeft men de uitkomsten van eenige analysen medegedeeld van prodrukten, verkregen bij inwerking van natrium- en kalium-aethylaat op wijnsteenzuur aethyl, maar het schijnt, dat het product van inwerking onder afkoeling, eenvoudig in hoofd-

*) Zie W. H. PERKIN: *Journ. of the Chem. Soc. of London.* New Series. Vol. V. 138 (1867), *Ann. Ch. Ph.* Suppl. 5, 291 *et Dict. Wurtz art. tartriques* (éthers) p. 244.

Verder: LASSER COHN: *Ber.* 20 *S.* 2003 (1887).

†) Zie *Recueil* T. VII. 338.

zaak is geweest wijnsteenzuur kalium-aethyl: $C_2H_5O.CO.CH.OH.CH.OH.CO.OK$. De verbinding ontstaan bij de primaire reactie was blijkbaar omgezet als gevolg eener secondaire reactie. Voor deze veronderstelling pleit ook het feit, dat het lichaam, gemaakt met natrium- en kalium-aethylaat, aanvankelijk gedeeltelijk oplosbaar was in alkohol en vervloeibaar, na eenigen tijd niet meer het geval. Men begrijpt, dat een weinig water hier de omzetting veroorzaakt. Ten einde dit na te gaan, heeft men met *zuiveren* en met *gewonen abs. alkohol* gewerkt onder overigens gelijke omstandigheden; en in de volgende proeven opgelost 1 gr. kalium in 15 gr. *zuiveren* alkohol en deze oplossing gedaan bij 5,26 gr. wijnsteenzuur aethyl (overgehaald in een gedeeltelijk luchtledig en zuiver) opgelost in 10 gr. zuiveren alkohol, overeenstemmende met een verhouding tusschen kalium en wijnsteenzuur aethyl uitgedrukt door K en 1 mol. wijnsteenzuur aethyl, terwijl dezelfde proef werd gedaan met gewonen abs. alkohol. Welnu, met zuiveren alcohol ontstond slechts een onbeduidend afzetsel, terwijl gewone abs. alkohol na eenigen tijd staans betrekkelijk veel deed afzetten van een krystallijne verbinding, wier samenstelling overeenkomt met die van het wel bekende wijnsteenzuur kalium-aethyl. Een hoeveelheid van 5 gr. wijnsteenzuur aethyl behoeft slechts 0,41 gr. water om met kalium en (zuiveren) alkohol in wijnsteenzuur kalium-aethyl te worden omgezet. Werkt men derhalve met kalium-aethylaat, gemaakt met gewonen abs. alkohol, zoo kan het grootste gedeelte of alles eenvoudig wezen wijnsteenzuur kalium-aethyl in plaats van kalium-wijnsteenzuur aethyl. Later zal blijken, dat hetzelfde geldt van natrium-aethylaat, gemaakt met gewonen abs. alkohol. Men moet dus werken met *zuiveren alkohol*.

Verder zal worden aangetoond, dat $\begin{matrix}\text{mono}\\\text{di}\end{matrix}\begin{cases}\text{natrium}\\\text{kalium}\end{cases}$-wijnsteenzuur kunnen bestaan. Bijgevolg heeft men b.v. voor monokalium-wijnsteenzuur aethyl de volgende omzettingen als gevolg der aanwezigheid van eenig water, uitgaande van wijnsteenzuur aethyl en kalium-aethylaat (later wordt de analyse van het eindproduct medegedeeld):

$$a.\quad \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + C_2H_5OK = \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OK \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + C_2H_5.OH.$$

$$b.\quad \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OK \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + H_2O = \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + KOH.$$

$$c.\quad \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + KOH = \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OK \end{array} + C_2H_5.OH.$$

Zooals bekend, wordt neutraal wijnsteenzunr aethyl reeds verzeept tot zure wijnsteenzuur aethyl onder den invloed van water en betrekkelijk gemakkelijk (zoo b.v. door water der dampkringslucht), en bij gevolg veel sneller door bijtende potassa of soda.

Werkt men met een oplossing van wijnsteenzuur aethyl b.v. in benzol (of aether) met natrium of kalium, dan is het genoegzaam onmogelijk om zuivere produkten te verkrijgen onder omstandigheden tot nog toe gevolgd, vervloeibaar als deze produkten zijn, en geneigd om door de zuurstof der lucht te worden veranderd. Ook gaat de reactie na eenigen tijd zeer langzaam, eu wordt het metaal door een slijmige massa omgeven. Perkin, die deze methode volgde, deed geen analysen zijner produkten; en Lasser Cohn maakte wel afgeleiden met natrium en potassium naar deze methode (doch deed evenmin analysen), maar werkte bijkans uitsluitend met produkten verkregen met natrium- en kalium-aethylaat naar de methode genaamd die van Conrad en Limpach, evenwel werd naar het schijnt gewone abs. alkohol

gebruikt. Wat betreft het mononatrium-wijnsteenzuur aethyl, zoo loste LASSER COHN wijnsteenzuur aethyl op in aether, en werd hier bijgevoegd de noodige hoeveelheid natrium-aethylaat (wel in alkoholische oplossing); de massa gelatineerde, en bij toevoeging van zeer weinig water, zette zich de natrium-verbinding (naar dezen scheikundige mononatrium-wijnsteenzuur aethyl) af. Aldus te werk gaande verkrijgt men een volkomen kleurloos product, zegt LASSER COHN. Een natrium-bepaling gaf 11,2 p.c., terwijl mononatrium-wijnsteenzuur aethyl vordert 10,1 p.c. (wijnsteenzuur natrium-aethyl vordert 11,5 p.c. natrium). Maar de geleiachtige massa was reeds wijnsteenzuur natrium-aethyl: $C_2H_5O.CO.CH.OH.CH.OH.CO.ONa$, dat meer consistent wordt door het toevoegen van eenig water. Want, zooals later zal blijken, is mononatrium-wijnsteenzuur-aethyl (vereenigd met alkohol) zeer oplosbaar in abs. aether, maar uit deze oplossing slaat gewone abs. alkohol een geleiachtige massa neder, die meer en meer consistent wordt (en wel zonder toevoegen van eenig water) en ten slotte krystallijn, terwijl zuivere alkohol uit deze aetherische oplossing niets neêrslaat; dit lichaam is wijnsteenzuur natrium-aethyl.

Aethylchloride als middel om de al of niet vorming van een natrium- en potassium-verbinding met natrium- en kalium-aethylaat aan te toonen. In vele gevallen bezit men in aethylchloride een betrekkelijk eenvoudig middel om te weten of er al of niet verplaatsing is geschied van een atoom waterstof (of meer) door een atoom natrium of kalium (of meer) onder den invloed van natrium- of kalium-aethylaat. Aethylchloride toch reageert op natrium- en kalium-aethylaat bij gewone temperatuur zoodanig, dat, zooals bekend is, ontstaan aether en natrium- of kalium-chloride (in zuiveren alkohol genoegzaam onoplosbaar), terwijl vele natrium- en kalium-verbindingen niet worden ontleed door aethylchloride onder dezelfde omstandigheden, en bij gevolg geen natrium- of kalium-chloride doen ontstaan.

De natrium- of kalium-verbindingen, gevormd ten koste van natrium- of kalium-aethylaat, kunnen onoplosbaar zijn in alkohol. In dit geval wordt er de vereischte hoeveelheid

aethylchloride aan toegevoegd, het geheel gedaan in een buis en daarna toegesmolten. Als getuige wordt een alkoholische oplossing van natrium- of kalium-aethylaat genomen met aethylchloride van dezelfde concentratie, en geplaatst onder dezelfde omstandigheden.

Heeft men te doen met verbindingen van natrium en kalium, die in alkohol onoplosbaar zijn, dan moet, na een behoorlijk contact met natrium- of kalium-aethylaat, worden gefiltreerd, en bij het filtraat aethylchloride worden gedaan.

Het is duidelijk, dat de vorming van een natrium- of kalium-verbinding het ontstaan van een secondaire reactie niet buitensluit. Het niet gevormd worden van een natrium- of kalium-verbinding is nimmer twijfelachtig, slechts kan de snelheid der reactie (afhankelijk van de concentratie, de temperatuur en de spanning van substitutie) meer of min wijziging ondergaan. Tot nog toe heeft men in plaats van aethylchloride geen ander lichaam kunnen vinden, dat dezelfde voordeelen aanbiedt.

Aethylchloride als middel om de vorming van mononatrium-wijnsteenzuur aethyl aan te toonen. In een reageerbuis wordt 0,29 gr. natrium opgelost in 6 gr. zuiveren alkohol, en deze oplossing gedaan bij 2,63 gr. wijnsteenzuur aethyl zich bevindende in een uitgetrokken buis, daarna volgt ongeveer 1 gr. aethylchloride, terwijl vervolgens de buis wordt toegesmolten. De verhouding is bijgevolg die van 1 mol. wijnsteenzuur aethyl, Na en C_2H_5 Cl. De buizen zijn aanvankelijk gereinigd met zuiveren alkohol.

Als getuige neemt men natrium, alkohol en aethylchloride in dezelfde verhouding, het geheel in een buis, daarna toegesmolten. De getuige doet weldra chloornatrium afzetten, en na vele dagen is de reactie bij gewone temperatuur geeindigd. De buis daarentegen met wijnsteenzuur-aethyl doet geen chloornatrium ontstaan, zelfs na eenige maanden te hebben gestaan is geen spoor chloornatrium gevormd (alleen wordt de oplossing meer en meer gekleurd, tevens het geval zonder de aanwezigheid van aethylchloride).

Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl: $C_2H_5O.CO.CH.ONa.CH.OH.CO.OC_2H_5$.

I. Er werd uitgegaan van 0,29 gr. natrium opgelost in 6 gr. zuiveren alkohol, met 2,67 gr. wijnsteenzuur aethyl (dus 0,04 gr. in overmaat, zie vroeger), het geheel in een kleine retort (gewasschen met zuiveren alkohol), vereenigd met een buis gevuld met zwavelzuur als absorbeerend lichaam. De drukking bedroeg als minimum ongeveer 12^{mm}. en als maximum 50^{mm}. Na ongeveer 24 uur werd de retort (gesloten met een glazen stop) gewogen (de grootste hoeveelheid alkohol was in de eerste 6 uur verdampt), het gewicht bedroeg 4,693 gr.. Opnieuw in verbinding gebracht met de kwikpomp, werd het retortje gewogen na ongeveer 24 uur, en zoo vervolgens tot het gewicht genoegzaam constant bleef. Het oorspronkelijk gewicht was dat van 0.29 gr. natrium + 2,67 gr. wijnsteenzuur aethyl + 6 gr. alkohol = 8,96 gr.. Hiervan aftrekkende de kleine overmaat van ester, te weten 0.04 gr., blijft 8,92 gr. voor het gezamentlijke gewicht. Aldus berekend, werd achtereenvolgens gevonden:

		Verlies:	
Oorspronk. gew.	8,92 gr.	—	(de massa is vloeibaar).
Na 24 uur	4,553 »	4,367 gr.	(de massa is vrij consistent).
» » »	4,063 »	0,484 »	(de massa zwelt op en wordt vast).
» » »	3,0992 »	0,9698 »	(de massa is vast).
» » »	2,9779 »	0,1213 »	
» » »	2,9305 »	0,0475 »	

Berekend op 0,29 gr. natrium geeft 1 mol. mononatriumwijnsteenzuur aethyl voor eindgewicht verbonden met:

$3(C_2H_5.OH)$	4,612 gr.
$2(C_2H_5.OH)$	4,032 »
$C_2H_5.OH$	3,452 »
Zonder alkohol	2,873 »

Het eindproduct levert derhalve een verschil op met de theorie van 2,9305 — 2,873 = 0.0575 gr. (zie hierboven).

II. Opnieuw werd uitgegaan van 0,29 gr. natrium, maar van 2,75 gr. wijnsteenznur aethyl, dus een overmaat van 0,12 gr. (zie vroeger) en 6 gr. zuiveren alkohol. De druk was die van 14$^{mm.}$ tot ongeveer 50$^{mm.}$. Dezelfde methode werd gevolgd. Het totale gewicht bedroeg 0,29 + 2,75 + 6 = 9,04 gr.. Het te veel aan ester daarvan aftrekkende, werd achtereenvolgens gevonden:

		Verlies:
Oorspronkelijk gewicht	8,92 gr.	—
Na 24 uur	4,7205 »	4,1995 gr.
» » »	4,277 »	0,4434 »
» 2 × 24 »	3,5895 »	0,6875 »
» 24 »	3,4245 »	0,16 »
» 2 × 24 »	3,2585 »	0,171 »
» 3 × 24 »	3,107 »	0,1515 »
» 24 »	2,929 »	0,178 »

De massa zwol niet op, en bijgevolg werd meer tijd vereischt ter dissociatie der verbinding van mononatrium-wijnsteenzuur aethyl, wier bestaan wel moet worden aangenomen. In een voorloopige proef het retortje verhittende op een waterbad (de grootste hoeveelheid alkohol was reeds verjaagd), had er bij een temperatuur van het bad van ongeveer 45^{0} een soort ontploffing plaats, wel als gevolg eener snelle ontleding van gemelde verbinding met alkohol, reden te meer om bij latere proeven den alkohol bij gewone temperatuur te doen ontwijken, dat aan geen bezwaar onderhevig is.

III. De verhouding was die van 0,29 gr. natrium, 2,68 gr. wijnsteenzuur aethyl (derhalve slechts te veel 0,05 gr.) en 6 gr. zuiveren alkohol. De druk was veelal die ongeveer van 3^{mm} tot een maximum van 30$^{mm.}$. De overmaat aan ester aftrekkende, vond men:

		Verlies:	
Oorspronkelijk gewicht	8,92 gr.	—	
Na 24 uur	4,618 »	4,302 gr.	(de massa was vrij consistent).
» 3 × 24 »	2,886 »	1,732 »	(de massa zwol aanvankelijk een weinig op)

De massa was nog minder gekleurd dan met de vorige produkten het geval was, en zelfs genoegzaam kleurloos, wel een gevolg van het meer verwijderd zijn der lucht (ook werd het zwavelzuur der buis ververscht).

Lettende op de verkregen uitkomsten, schijnt het vrij duidelijk, alhoewel niet te beschouwen als bewezen, dat mononatrium-wijnsteenzuur aethyl zich als *maximum* verbindt met 3 mol. alkohol op 1 mol. ester, want, berekend op 0,29 gr. natrium verkrijgt men voor het gewicht van het product na 24 uur (de alkohol wordt dan veel langzamer verwijderd):

$C_2H_5O.CO.CH.ONa.CH.OH.CO.OC_2H_5.3(C_2H_5.OH)$

eischt:

	Gevonden:	
I.	4,553 gr.	
II.	4,7205 »	
III.	4,618 »	
Gemidd.	4,6305 gr.	4,612 gr..

Gelijk bij natrium-aethylaat $C_2H_5.ONa$, zou dan in onze verbinding de rest CH . ONa de eigenschap bezitten om alkohol vast te leggen, terwijl het wel aan geen twijfel onderhevig kan zijn, of de alkohol zal dáár worden gebonden waar zich de rest CH . ONa bevindt, te weten in het midden der keten.

De masca bezit een glasachtig aanzien, en is, zooals gezegd, vooral van de laatste bereiding, genoegzaam kleurloos, en bezit alleen een zeer zwak gele kleur. Het lichaam is zeer oplosbaar in zuiveren alcohol, schijnt onoplosbaar in abs. aether en weinig oplosbaar in benzine. Het is zeer vervloeibaar, terwijl de druppels gevormd weldra krystallen doen ontstaan van wijnsteenzuur natrium-aethyl. Daarentegen is het product verbonden met alkohol (zij dat met ongeveer 1 mol.) zeer oplosbaar in aether en benzine.

a. Een hoeveelheid van 0,5814 gr. der stof (III) gaf 0,8843 gr. kooldioxyde en 0.3243 gr. water.

b 0,5948 gr. der stof gaf 0,9021 gr. kooldioxyde en 0,3282 gr. water.

Berekend op 100 gew.-d heeft men:

		Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl $C_2H_5O.CO.CH.ONa.CH.OH.CO.OC_2H_5$
a.	*b.*	bevat:
Koolstof 41,5	41,4	42,1
Waterstof 6,2	6,1	5,7.

De kleine overmaat van wijnsteenzuur aethyl oefent geen' noemenswaardigen invloed uit op de samenstelling van het product. Een wasschen met abs. aether zou geen voordeel aanbieden, aangezien de massa te hygroscopisch is, om aan de lucht tot poeder te kunnen fijn gewreven worden. Bij het doen der analyse wordt dan ook de stof met het mengsel van chroomzuur lood en kalium-dichromaat in een mortier fijngewreven. Zelfs alzoo te werk gaande is het niet wel mogelijk, om een merkbare fout te ontgaan. Dit is vooral het geval, indien de te analyseeren stof betrekkelijk nog al is verdeeld, zooals het geval was met bereiding II.

a. Een hoeveelheid van 0,3735 gr. dezer stof gaf 0,5512 gr. kooldioxyde en 0.2055 gr. water.

b. 0,3347 gr. gaf 0,4963 gr. kooldioxyde en 0,1798 gr. water, evereenkomende op 100 gew.-d. met:

	a.	*b.*
Koolstof	40,2	40,1
Waterstof	6,1	6,0.

Ook een deel der bereiding III, dat meer verdeeld was, gaf een lager koolstof-gedeelte.

a. 0,8201 gr. hiervan gaf 1,2202 gr. kooldioxyde en 0,4343 gr. water.

b. 0,9826 gr. gaf 1,4483 gr. kooldioxyde en 0,5191 gr. water.

Op 100 gew.-d. overeenstemmende met:

	a.	*b.*
Koolstof	40,6	40,2
Waterstof	5,9	5,9.

Over de omzetting van mononatrium-wijnsteenzuur aethyl in wijnsteenzuur natrium-aethyl. Bij een oplossing van 0,29 gr. natrium, 6 gr. zuiveren alkohol en 2,73 gr. wijnsteenzuur aethyl (dus een te veel van 0,1 gr.) werd gewone abs. alkohol (van 98,8 p. c. bij 15^0) beginnende met 5,58 gr. (na eenige uren was nog geen neêrslag ontstaan), daarop 5,998 gr. gedaan; het geheel werd een geleiachtige massa van zeer fijne krystallen. Na wasschen met gewonen abs. alkohol, en verdampen van den alkohol, deed de massa zich voor als een krystallijn poeder, bedragende ongeveer 2,3 gr.. Dit lichaam is niet vervloeibaar, zeer oplosbaar in water en weinig oplosbaar in gewonen abs. alkohol.

Een hoeveelheid van 0,5964 gr. dezer stof (met opzet niet nader gezuiverd, daar men zich dan zou moeten bedienen van water en neêrslaan met alkohol) gaf 0,7716 gr. kooldioxyde en 0,2554 gr. water, op 100 gew.-d. overeenkomende met:

	gevonden	wijnsteenzuur natrium-aethyl vordert:
koolstof	35,3	35,9
waterstof	4,7	4,5.

Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl maakt zich bijgevolg meester van het water aanwezig in gewonen abs. alkohol teneinde te worden omgezet in wijnsteenzuur natrium-aethyl (deze eigenschap zou men kunnen nemen als grondslag ter bepaling van water in alkohol), aldus voortestellen:

$$a.\quad \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.ONa \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{matrix} + H_2O = \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{matrix} = NaOH$$

$$b.\quad \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{matrix} + NaOH = \begin{matrix} CO.ONa \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5. \end{matrix} + C_2H_5.OH$$

In verband met het vroeger medegedeelde blijkt ook hieruit zeer duidelijk, dat de oorspronkelijke stof in werkelijkheid is mononatrium-wijnsteenzuur aethyl. De verhouding van dit lichaam tegenover aethylchloride en aethyliodide toont dit nog nader aan.

Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl, bevrijd van alkohol, tegenover aethylchloride. In een buis werd van de verbinding gedaan, vervolgens aethylchloride, en daarna de buis toegesmolten; er werd ongeveer 0.3 gr. der stof genomen op 2 gr. aethylchloride. Er werd betrekkelijk langen tijd geschud, terwijl het *mononatrium-wijnsteenzuur aethyl oploste* met een zwak gele kleur. Er had hoegenaamd geen vorming plaats van chloornatrium; na eenigen tijd zette zich evenwel blijkbaar een andere stof af in krystallijnen staat, terwijl het in oplossing geblevene na verdampen van het aethylchloride een meer of min consistente massa terugliet. Daarenboven werd het ontstaan waargenomen van een lichaam met doordringenden reuk.

Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl tegenover aethyliodide. Met 't oog ook op de proeven van Perkin en Lasser Cohn werden deze stoffen in een buis gedaan, die vervolgens werd dicht gesmolten. Het mononatrium-wijnsteenzuur aethyl begint met te drijven op het aethyliodide (daarentegen is het zwaarder dan aethylchloride); bij schudden wordt het *geheel opgelost*, en wel 0,27 gr. der stof in 2 gr. aethyliodide (blijkbaar kan meer worden opgenomen). Zelfs na maanden was geen ioodnatrium afgezet, maar alleen de oplossing meer of min gekleurd. Perkin *) verhitte een lichaam, naar dezen scheikundige te beschouwen als te zijn mononatrium-wijnsteenzuur aethyl, met aethyliodide, en meent waarschijnlijk monoaethyl-wijnsteenzuur aethyl te hebben verkregen, maar dit product werd niet geanalyseerd. Lasser Cohn veronderstelt, dat het lichaam van Perkin was wijnsteenzuur aethyl hervormd uit mononatrium-wijnsteenzuur aethyl. Men meent evenwel, dat dit wel was wijnsteenzuur aethyl, maar ontsnapt aan de inwerking van het natrium bij de reactie

*) l. c.

van dit metaal op wijnsteenzuur aethyl, opgelost in benzine (het mononatrium-wijnsteenzuur was evenmin geanalyseerd).

LASSER COHN meent dezelfde reactie te hebben gedaan met aethylbromide, maar deze scheikundige nam wijnsteenzuur aethyl met natrium-aethylaat in gewonen abs. alcohol, onder welke omstandigheden wijnsteenzuur natrium-aethyl ontstaat (afgeleid van mononatrium-wijnsteenznur aethyl), zooals vroeger werd aangetoond. In verband met het voorgaande moge nog het volgende worden medegedeeld.

Wijnsteenzuur natrium-aethyl tegenover aethylchloride en aethyliodide. Een hoeveelheid van 0,2 van dit zout en 2 gr. aethylchloride werd in een buis gedaan en dit toegesmolten. Zelfs na maanden was alles onveranderd gebleven. Op 2 gr. aethyliodide werd genomen 0,1 gr. van het zout, en ook dit bleef onveranderd. Zooals trouwens te wachten was, bestaat er een groot verschil in de scheikundige natuur van:

mononatrium-wijnsteenzuur aethyl:

C_2H_5O, CO, CH.ONa. CH, OH, CO.OC_2H_5

wijnsteenzuur natrium-aethyl:

C_2H_5O, CO, CH.OH, CHOH, COONa.

Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl in alkoholische oplossing tegenover aethylchloride bij verhitten. Men ging uit van 0,29 gr. natrium, 6 gr. zuiveren alkohol en 2,63 gr. wijnsteenzuur aethyl met 1 gr. aethylchloride, het geheel in een buis, daarna toegesmolten. Na bij ongeveer 50° gedurende 2 uur te zijn verwarmd had zich de oplossing een weinig gekleurd, welke verkleuring toenam na een meer langdurig verhitten en bij hoogere temperatuur; chloornatrium werd niet gevormd. Bijkans dezelfde graad van kleuring neemt men waar, indien een oplossing van natrium-aethylaat met en zonder wijnsteenzuur aethyl wordt verhit, onder overigens gelijke omstandigheden (behalve dat aethylchloride niet aanwezig is). Men zou de vraag kunnen doen, of er wellicht natrium-aethylaat ontstaat ten koste van het mononatrium-wijnsteenzuur aethyl (met natrium-aethylaat gemaakt), maar in dat geval zou er chloornatrium moeten ontstaan. Het

besluit is derhalve, dat mononatrium-wijnsteenzuur aethyl in alkoholische oplossing onder gemelde omstandigheden wordt ontleed. Hetzelfde geschiedt ook bij gewone temperatuur, maar vereischt dan meer tijd. Het is dus zeer wel mogelijk, dat het bij verhitten is ontleed alvorens de noodige warmtegraad is ingetreden, om de rest Na te verplaatsen door die van $C_2 H_5$.

Aethylchloride als middel om de vorming van dinatrium-wijnsteenzuur aethyl aan te toonen. Dezelfde hoeveelheid natrium, zuivere alkohol en aethylchloride werden genomen, maar de helft van het wijnsteenzuur aethyl in de proef met mononatrium-wijnsteenzuur aethyl. Vorming van natriumchloride werd niet waargenomen. De getuige evenwel, die hetzelfde inhield, uitgezonderd wijnsteenzuur aethyl, liet weldra van dit zout afzetten.

Dinatrium-wijnsteenzuur aethyl: $C_2 H_5$ O. C O. C H. O Na. C H. O Na, C O. O $C_2 H_5$. I. Er werd uitgegaan van 0,29 gr. natrium, 1,317 gr. wijnsteenzuur aethyl (bijgevolg nagenoeg de helft van 2,63 gr., te weten 1,315 gr.) en 6 gr. zuiveren alkohol, gedaan in een retortje, in verbinding gebracht met een buis met zwavelzuur als absorptie-middel voor den alkohol. De massa wordt weldra geleiachtig (tevens het geval uitgaande van de dubbele hoeveelheid alkohol). Het minimum in druk bedroeg $12^{mm.}$, het maximum $50^{mm.}$. Na aftrekken der kleine overmaat aan wijnsteenzuur aethyl, werd gevonden:

		verlies:	
oorspronkelijk gewicht	7,605 gr.	———	(de massa wordt
na 2 × 24 uur	3,6625 »	3,9445 gr.	geleiachtig)
» 24 »	2,797 »	0.8655 »	(de massa is vast)
» 24 »	2,4025 »	0,3945 »	(de massa vangt aan met gekleurd
» 3 × 24 »	1,9145 »	0,488 »	te worden)
» 3 × 24 »	1,8285 »	0,086 »	(de massa kleurt zich meer en meer geel-bruin).

De gekleurde massa bezat geheel den reuk naar caramel

(overigens in 't algemeen vertoonende de eigenschappen der volgende produkten, die slechts zeer weinig reuk vertoonden).

0,5452 gr. dezer stof gaf 0,7352 gr. kooldixyde en 0,2914 gr. water, op 100 gew.-d. overeenkomende met:

koolstof 36,8
waterstof 6,0.

II. In 't vervolg werd zooveel mogelijk gewerkt in een atmospheer van waterstof. De verhouding was die van 0,29 gr. natrium, 1,313 gr. wijnsteenzuur aethyl (dus 0,002 gr. minder dan de theorie vereischt, te weten 1,315 gr.) en 6 gr. zuiveren alkohol; het geheel in een buis en deze vereenigd met een buis gevuld met zwavelzuur. Zoodra de grootste hoeveelheid alkohol was verdampt, bleef de druk ongeveer 1^{mm} (gebruik makende van een andere kwikpomp). Er werd gevonden:

oorspronkelijk gewicht	7,603 gr.	———	(de massa wordt geleiachtig)
na 2 × 24 uur	2,152 »	5,451 gr.	(de massa is vast)
» 3 × 24 »	1,666 »	0,486 »	
» » »	1,637 »	0,029 »	

Dinatrium-wijnsteenzuur aethyl, verondersteld bevrijd te zijn van alkohol, zou vorderen als eindproduct een hoeveelheid van 1,575 gr. (gevonden werd 1,637 gr. bijgevolg een verschil van 1,637 — 1,575 = 0,062 gr.). Verbonden met een hoeveelheid alkohol aangegeven in mol. op 1 moltartraat heeft men:

6 ($C_2H_5.OH$)	zou vorderen	3,31 gr. (zie bereiding I)
2 ($C_2H_5.OH$)	» »	2.155 »
$C_2H_5.OH$)	» »	1,865 »
zonder alkohol	» »	1,575 »

De massa is amorph en bijkans kleurloos, alleen bezit deze een zwak gele tint.

Een hoeveelheid van 0,7408 gr. gaf 0,9661 gr. kool-

dioxyde en 0,3432 gr. water op 100 gew.-d. overeenkomende met:

		$C_2H_5O.CO.CH.ONa.CH.ONa.CO.OC_2H_5$ vordert:
koolstof	37,4	36,3
waterstof	5,4	4,8

In een andere bereiding gaf 0,29 natrium met 1,3155 gr. wijnsteenzuur aethyl en 6 gr. zuiveren alkohol, in een gedeeltelijk ledig na 5×24 uur bij gewone temperatuur en 2 uur bij ongeveer 63^0 onder overigens dezelfde omstandigheden, als eindproduct 1,6807 gr. (na opnieuw 2 uur te zijn verhit genoegzaam onveranderd blijvende, te weten 1,666 gr.). Een hoeveelheid van 0,6388 gr. stof gaf 0,8654 gr. kooldioxyde en 0,3071 gr. water op 100 gew.-d. overeenkomende met:

koolstof	36,9
waterstof	5,3.

Dinatrium-wijnsteenzuur aethyl is zeer vervloeibaar (met betrekking tot het analyseeren geldt genoegzaam hetzelfde als van mononatrium-wijnsteenzuur aethyl). De druppels gevormd, doen weldra kristallen afgezet worden van wijnsteenzuur dinatrium. Het is zeer oplosbaar in water, uit welke oplossing hetzelfde zout zich afzet, de vorming waarvan door deze vergelijkingen kan worden voorgesteld:

$$a.\quad \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ CH.ONa \\ CH.ONa \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + H_2O = \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ CH.OH \\ CO.ONa \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + NaOH.$$

$$b.\quad \begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ CH.OH \\ CH.ONa \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + NaOH = \begin{array}{l} CO.ONa \\ CH.OH \\ CH.ONa \\ CO.OC_2H_5 \end{array} (B) + C_2H_5OH$$

$$c.\quad \begin{array}{l} CO.ONaH_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.ONa \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + H_2O = \begin{array}{l} CO.ONa \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + NaOH$$

$$d\quad \begin{array}{l} CO.ONa \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{array} + NaOH = \begin{array}{l} CO.ONa \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.ONa. \end{array} + C_2H_5.OH$$

De verbinding (B) is nog onbekend en isomeer met de volgende (tevens onbekend):

$$\begin{array}{l} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.ONa \\ | \\ CO.ONa, \end{array}$$

die blijkbaar onder deze omstandigheden niet zal gevormd worden. Het lichaam beschouwd als zijnde dinatrium-wijnsteenzuur aethyl, zwelt op met zuiveren alkohol en geeft een geleiachtige massa gelijk in den aanvang bij de bereiding het geval is. Hierin heeft men dus wel een contrôle voor de structuur dezer stof, terwijl er tevens als waarschijnlijk uit volgt, dat dinatrium-wijnsteenzuur aethyl zich verbindt met alkohol. Neemt men het gewicht van het product, nadat de massa 2×24 uur in het gedeeltelijk gasledig had verkeerd, dan werd in de volgende proeven onder overigens gelijke omstandigheden gevonden:

	2,152	gr. (zie II)
	2,2155	»
	2,031	»
	2,360	»
gemiddeld	2,189	»

De formule van 1 mol. dinatrium-wijnsteenznur aethyl met 2 ($C_2H_5.OH$) vordert 2,155 gr.; waarschijnlijk zal deze echter zich met meer alkohol kunnen vereenigen (daar genoemde verbinding niet geleiachtig is, maar vast).

Wijnsteenzuur aethyl met 3 ($C_2H_5.ONa$) *op* 1 *mol.*. Ook ditmaal was de verhouding van natrium en alkohol dezelfde, maar de hoeveelheid wijnsteenzuur aethyl herleid tot een derde. De massa, aanvankelijk vloeibaar, stolde weldra tot een gelei gelijk het geval is uitgaande van de verhouding van 2 (C_2H_5ONa) op 1 mol. tartraat (evenzoo bewaard in een buis, daarna toegesmolten).

Aethylchloride tegenover dinatrium-wijnsteenzuur aethyl in alkoholische oplossing. Er werd uitgegaan van dezelfde verhouding als bij de bereiding van dinatrium-wijnsteenzuur aethyl, en er bij gedaan aan aethylchloride zóóveel als ter ontleding werd vereischt. Na geruimen tijd te zijn bewaard was de massa *rood-bruin* gekleurd. Hetzelfde vertoonde zich uitgaande van 3 (C_2H_5ONa) en 1 mol. wijnsteenzuur aethyl met aethylchloride. Het schijnt dus, dat de aanwezigheid van aethylchloride niet zonder invloed is op de verkregen uitkomst.

Aethylchloride tegenover dinatrium-wijnsteenzuur aethyl bevrijd van alkohol. Dit lichaam bezit de vooral met 't oog op zijn structuur merkwaardige eigenschap van oplosbaar te zijn in aethylchloride (waartoe echter veel tijd wordt vereischt); er werd ongeveer 0,5 gr. tartraat genomen op 2 gr. aethylchloride.

Aethyldiodide tegenover dinatrium-wijnsteenzuur aethyl bevrijd van alkohol. Met aethyliodide geeft het een geleiachtige massa, lost daarin evenwel niet op; integendeel wordt deze met den tijd consistenter, terwijl zij een melkwit aanzien verkrijgt; er werd uitgegaan van ongeveer 0,8 gr. tartraat op 3 gr. aethyliodide.

Di-natrium wijnsteenzuur aethyl bevrijd van alkohol tegenover aether. Het lichaam is onoplosbaar in (abs.) aether (als altijd bij gewone temperatuur).

Chonokalium-wijnsteenzuur aethyl: $C_2H_5O.COCH.OK.CH.OH.CO.OC_2H_5$. Er werd uitgegaan van dezelfde mole-

culaire hoeveelheid als bij de bereiding van mononatrium-wijnsteenzuur aethyl, en bijgevolg genomen 0,5 gr. kalium op 6 gr. zuiveren alkohol en 2,63 gr. wijnsteenznur aethyl. Uit de oplossing zet zich na eenige uren een kleine hoeveelheid of eener krystallijne stof (blijkbaar wijnsteenzuur kalium-aethyl $C_2H_5O.CO.CH.OH.CH.OH.CO.OK$, zie later). De massa wordt langzamerhand meer en meer gekleurd, in sterkere mate dan het geval is met de overeenkomstige natrium-verbinding; voor een deel wordt zij geleiachtig (als naar gewoonte was het geheel bevat in een buis, daarna dichtgesmolten).

Omzetting van monokalium-wijnsteenzuur aethyl in wijnsteenzuur kalium-aethyl. Er werd genomen 3,262 gr. wijnsteenzuur aethyl (0,102 gr. te veel), 7 gr. zuivere alkohol en 0,6 gr. kalium, dus alles in de verhouding uitgedrukt door K en 1 mol. ester. Bij deze oplossing werd gedaan 6,232 gr. gewone abs. alkohol (zie vroeger), men liet het geheel eenige uren staan, schonk af en waschte de gevormde krystallijne massa met gewonen abs. alkohol.

Een hoeveelheid van 0.4844 gr. stof (met opzet niet gezuiverd) gaf 0,5988 gr. kooldioxyde en 0,2055 gr. water. Berekend op 100 gew.-d. komt dit overeen met:

		$C_2H_5O.CO.CH.OH.CH.OH.CO.OK$ vordert:
koolstof	33,7	33,3
waterstof	4,7	4,2.

Men deed bij het filtraat op nieuw (5,83 gr.) gewonen abs. alkohol, waardoor andermaal een afzetsel werd gevormd; maar aangezien de massa tamelijk geleiachtig was geworden (eenigermate ook aanvankelijk het geval), werd nog 10 gr. alkohol toegevoegd, waardoor het geheel minder geleiachtig werd en bijgevolg gemakkelijker te filtreeren. Die geleiachtige massa is blijkbaar dezelfde verbinding, maar in meer verdeelden staat, of wellicht nog meer of min met alkohol verbonden (zie vroeger).

Aethylchloride als middel om de vorming aan te toonen van monokalium-wijnsteenzuur aethyl. De moleculaire verhouding

was weder dezelfde als bij de overeenkomstige natrium-verbinding. De massa aanvankelijk vloeibaar, wordt ten deele geleiachtig, tevens het geval uitgaande van de dubbele hoeveelheid alkohol. Vorming van chloorkalium heett niet plaats, wel het geval met den getuige.

Dikalium-wijnsteenzuur aethyl: $C_2H_5O.CO.CH.OK.CH.OK.CO.OC_2H_5$. De moleculaire verhouding is dezelfde, alleen werd de helft van wijnsteenzuur aethyl genomen. De massa aanvankelijk vloeibaar, wordt geleiachtig en langzamerhand meer en meer gekleurd, en wel in een sterkere mate dan het geval is met dinatrium-wijnsteenzuur aethyl in alkoholische oplossing.

Aethylchloride als middel om de vorming aan te toonen van dikalium-wijnsteenzuur aethyl. Men neemt de moleculaire verhouding van zoo even, en een hoeveelheid aethylchloride uitgedrukt door K en C_2H_5Cl. De massa aanvankelijk vloeibaar wordt, gedeeltelijk geleiachtig, en meer en meer gekleurd. Chloorkalium wordt niet gevormd.

Monokalium-wijnsteenzuur aethyl in alkoholische oplossing tegenover aethylchloride bij verhitten. De verhouding was dezelfde, te weten die van 0,5 gr. kalium, 6 gr. alkohol (zuiver) en 2,63 gr. wijnsteenzuur aethyl met 1 gr. aethylchloride. Gedurende 2 uur bij ongeveer 50^0 verhit in een toegesmolten buis, was de oplossing tamelijk gekleurd; langer verhittende of bij hoogere temperatuur tot ongeveer 100^0 werd de kleur sterker, maar vorming van chloorkalium had toch niet plaats. Ongeveer hetzelfde geschiedt bij verhitten eener oplossing van kalium-aethylaat met wijnsteenzuur aethyl, en als zoodanig. Men moet aannemen, dat er geen kalium-aethylaat ontstaat, want in dat geval zou chloorkalium worden gevormd bij aanwezigheid van aethylchloride. Bij gevolg komt men tot het besluit, dat monokalium-wijnsteenzuur aethyl onder gemelde omstandigheden wordt ontleed, hetwelk tevens het geval is bij gewone temperatuur maar dan na geruimen tijd te hebben gestaan. Eigentlijk mag niet worden gezegd, dat monokalium-wijnsteenzuur aethyl niet wordt ontleed door aethylchloride in alkoholische oplossing bij verhitten, want het zou wel eens geheel ont-

leed kunnen zijn, alvorens de temperatuur die was, welke een substitutie toeliet van de rest K door die van C_2H_5.

Over mono- en dikalium-wijnsteenzuur aethyl van alkohol bevrijd, zal in een volgende Verhandeling mededeeling worden gedaan.

BESLUIT.

1. Tot nog toe trachtte men te vergeefs het mono- en di- {natrium / kalium} wijnsteenzuur aethyl af te zonderen (dat blijkt uit zekere eigenschappen in deze Verhandeling medegedeeld, bijv. de oplosbaarheid van mononatrium-wijnsteenzuur aethyl in aethyliodide), onder anderen, omdat niet op voldoende wijze rekening werd gehouden met den storenden invloed der aanwezigheid van water. en, vooral wat betreft het di- {natrium / kalium} wijnsteenzuur aethyl (en wederom vooral in alkoholische oplossing), tevens van zuurstof (der lucht).

Mono- {natrium / kalium} wijnsteenzuur aethyl laten zich bezwaarlijk maken door inwerking van natrium of kalium op wijnsteenzuur aethyl opgelost in benzol (of abs. aether); di- {natrium / kalium} wijnsteenzuur aethyl laten zich wel aldus niet vervaardigen, tengevolge der beperkte oplosbaarheid, vooral betreffende {natrium / kalium} wijnsteenzuur aethyl, in dit oplossingsmiddel. Deze verbindingen kunnen integendeel betrekkelijk gemakkelijk worden verkregen met een alkoholische oplossing van natrium- en kalium-aethylaat, maar men moet uitgaan van *zuiveren* alkohol, anders worden gemelde verbindingen ontleed (zie 2).

2. Wanneer een gedeeltelijk vacuum wordt gemaakt in

een oplossing in alkohol van natrium-aethylaat en wijnsteenzuur aethyl, genomen in een verhouding beantwoordende aan die van *mononatrium-wijnsteenzuur aethyl*, dan schijnt aanvankelijk een verbinding van dit lichaam met alkohol te worden afgezonderd (blijkbaar bevindt deze alkohol zich in het midden der keten); ten slotte blijft het lichaam terug van alkohol bevrijd. In dien toestand treedt het mononatrium-wijnsteenzuur aethyl op als een amorphe stof *) met zeer zwak gele tint. Het is zeer vervloeibaar, terwijl de druppels ontstaan aan de vochtige lucht weldra een krystallisatie vertoonen van wijnsteenzuur natrium-aethyl. In zuiveren alkohol is het lichaam zeer oplosbaar, maar gewone abs. alkohol doet hieruit gemeld zout afzetten, uit te drukken door de volgende vergelijkingen:

$$a.\quad \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.ONa \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{matrix} + H_2O = \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{matrix} + NaOH$$

$$b.\quad \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.OC_2H_5 \end{matrix} + NaOH = \begin{matrix} CO.OC_2H_5 \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CO.ONa \end{matrix} + C_2H_5.OH.$$

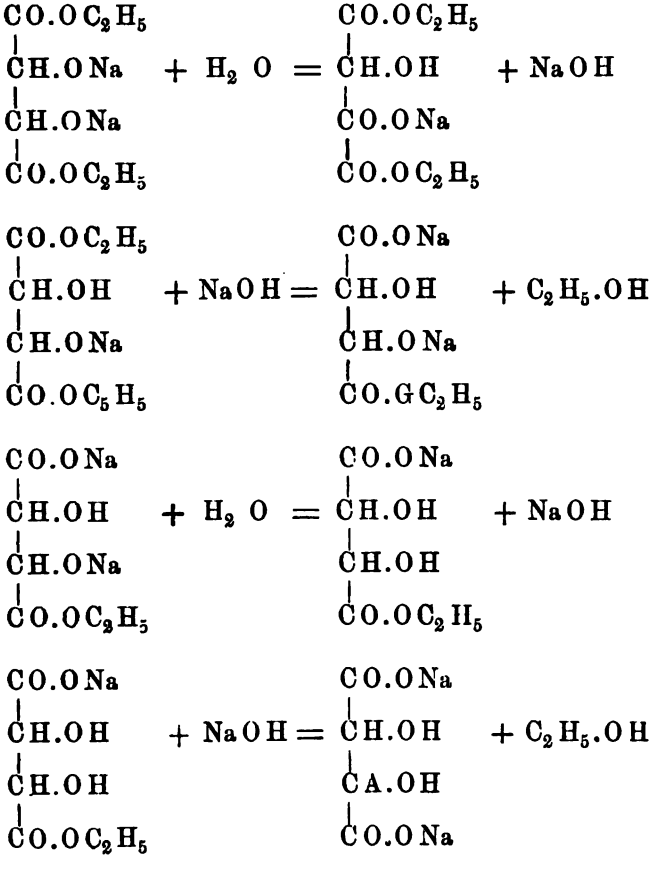
Mononatrium-wijnsteenzuur aethyl is oplosbaar in aethylchloride en aethyliodide.

3. *Dinatrium-wijnsteenzuur aethyl* †) kan evenzoo worden verkregen door natrium-aethylaat en wijnsteenzuur aethyl uitgaande van zuiveren alkohol, maar het wordt betrekkelijk gemakkelijk veranderd bij aanwezigheid van alkohol onder den invloed van de zuurstof der lucht, in meerdere mate

*) Zie deze Verhandeling p. 31.

†) l. c. 36.

dan het geval is met mononatrium-wijnsteenzuur aethyl, zoodat men moet werken in een atmospheer van *waterstof*, terwijl het vacuum wordt gemaakt ter verwijdering van den alkohol. Ook deze verbinding schijnt zich aanvankelijk met alkohol te vereenigen. Van alkohol bevrijd is het dinatrium-wijnsteenzuur aethyl een amorphe stof, een weinig geel gekleurd; het lichaam is zeer vervloeibaar, terwijl zich weldra krystallen vormen van wijnsteenzuur di-natrium. Het is zeer oplosbaar in water, uit welke oplossing dit zout wordt afgezet, uittedrukken door de volgende vergelijkingen;



Dinatrium-wijnsteenzuur aethyl vormt met zuiveren *alkohol* een geleiachtige massa, zooals aanvankelijk bij de berei-

ding het geval is. Het doet evenzoo met *aethyliodide* een geleiachtige massa ontstaan. *In aethylchloride is dinatrium-wijnsteenzuur aethyl oplosbaar* *), zooals het geval is met mononatrium-wijnsteenzuur aethyl (zie vroeger), een zeer kenmerkende eigenschap. Daarentegen is het onoplosbaar in abs. aether.

4. Mono- en dikalium-wijnsteenzuur aethyl †) zijn meer dan de overeenkomstige natrium-verbindingen vatbaar, om bij aanwezigheid van alkohol, onder den invloed van de zuurstof der lucht te worden ontleed.

Monokalium-wijnsteenzuur aethyl in alkoholische oplossing geeft met gewonen abs. alkohol wijnsteenzuur kalium-aethyl.

5. In *aethylchloride* §) bezit men in vele gevallen een betrekkelijk eenvoudig middel, om de al of niet vorming van een natrium- of kalium-verbinding door natrium- of kalium-aethylaat in alkoholische oplossing aan te toonen; terwijl dan natrium- en kalium-aethylaat met aethylchloride, in een andere proef onder overigens dezelfde omstandigheden, dient tot getuige.

Deze arbeid zal worden vervolgd, en de uitkomsten van dit onderzoek in een volgende Verhandeling worden medegedeeld.

Utrecht, 26 October 1889.

---

*) l. c. p. 40.

†) l. c. p. 40, 41 en 42.

§) l. c. 27, 28, 36, 41 en 42.

OVER TWEE VORMEN VAN ENERGIE BIJ ROLLENDE BEWEGING.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

1. Wanneer een lichaam glijdt of rolt nemen wij in het algemeen voortgaande en draaiende beweging waar; ieder dezer bewegingen heeft hare eigene snelheid en dus ook hare eigene kinetische energie.

Volgens de leer der dynamica, mag de energie der voortgaande beweging beschouwd worden als vereenigd (geconcentreerd) te zijn in het zwaartepunt; de energie der draaiende beweging is die, welke gewoonlijk de betrekkelijke (relatieve) energie ten opzichte van het zwaartepunt wordt genoemd. Beide vormen van kinetische energie volgen hunne eigene wetten, zoodat hunne verandering met den tijd voor ieder eene eigene uitdrukking heeft; beide energieën worden gedeeltelijk in elkander omgezet en gaan gedeeltelijk door andere transformatie voor de voortgaande of draaiende beweging van het lichaam verloren.

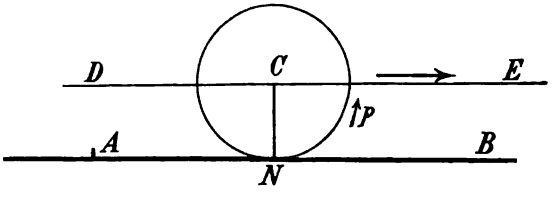
Bij onze zeer gebrekkige kennis van de verschijnselen der wrijving, meer bepaald van die der rollende wrijving, is iedere bijdrage tot de kennis van dit onderwerp van belang. Wij willen daarom thans onderzoeken, welke wetten de bovengenoemde energievormen volgen; hunne veranderingen, die niet moeilijk zijn optesporen, kunnen ons eenig licht geven op dit zoo duister gebied.

2. Een zwaar omwentelingslichaam wordt op een ruw horizontaal vlak geplaatst. De wrijvingscoëfficiënt voor dit

vlak zij bij glijdende wrijving μ. De omwentelingsas van het lichaam zij evenwijdig aan het vlak; de straal van den cirkel, volgens welken het lichaam het vlak raakt, zij a. Het lichaam ontvangt bij aanvang eene draaiende beweging om zijne horizontaal geplaatste as en eene voortgaande beweging langs het vlak loodrecht op die as. De snelheid der laatste beweging zij v, de hoeksnelheid der omwenteling zij ω; een punt van den rakenden cirkel heeft dus bij den aanvang cene draaingsnelheid $d = a\omega$.

Bij de nu volgende beweging zal zich de omwentelingsas evenwijdig aan zich zelve en aan het platte vlak verplaatsen en terwijl het lichaam om die as draait, zal elk punt der as en dus ook het zwaartepunt van het lichaam eene horizontale rechte lijn beschrijven in een verticaal vlak, dat loodrecht op de as staat. Trachten wij thans de snelheden dier twee bewegingen op een willekeurig tijdstip te bepalen.

De figuur stelt eene doorsnede vanhetlichaam met een vlak door zijn zwaartepunt C loodrecht op de as voor.



De lijn $A\,N\,B$ is de doorsnede van dit vlak met het horizontale vlak, waarop het lichaam zich beweegt; de daaraan evenwijdige lijn $D\,C\,E$ wordt door het zwaartepunt beschreven. Op den tijd t heeft in N de aanraking plaats; zij op dit oogenblik x de afstand $A\,N$ van het raakpunt tot het vaste punt A; $\frac{dx}{dt}$ is de snelheid van het punt C; de hoeksnelheid ω van het omwentelingslichaam om zijne as wordt positief of negatief gerekend, naar gelang de draaing in den zin van den uurwijzer (zooals de pijl p aanduidt) of tegengesteld plaats vindt.

Is M de massa van het lichaam, k^2M zijn traagheidsmoment ten opzichte der omwentelingsas en g de versnelling der zwaartekracht, zoo volgt voor de bewegingsvergelijkingen, na het weglaten van den factor M,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu g \qquad k^2 \frac{d\omega}{dt} = -\mu g a \ldots . \quad (1)$$

deze geven na integratie, daar c en $\frac{d}{a}$ de waarden van $\frac{dx}{dt}$ en van ω voor $t = 0$ zijn,

$$V = c - \mu g t \qquad \omega = \frac{d}{a} - \frac{\mu g a t}{k^2} \quad \ldots (2)$$

Voeren wij thans uitdrukkingen in voor de beide vormen van kinetische energie. Voor de bewegingsenergie T' der voortgaande en voor T'', die der draaiende beweging, hebben wij,

$$T' = \frac{1}{2} M v^2 \qquad T'' = \frac{1}{2} M k^2 \omega^2 \ldots . \quad (3)$$

derhalve vinden wij, ingevolge (2), wanneer wij den factor $\frac{1}{2} M$ kortheidshalve achterwege laten en $\mu g = h$ stellen,

$$T' = (c - ht)^2 \qquad T'' = \frac{k^2}{a^2}(d - \frac{a^2}{k^2} ht)^2 \ldots (4)$$

De eerste dezer waarden geeft op den tijd t de kinetische energie der voortgaande beweging of de energie van het zwaartepunt, waarin alle massa geconcentreerd wordt gedacht; de tweede waarde geeft de energie der draaiende beweging m. a. w. de betrekkelijke energie ten opzichte van het zwaartepunt.

Bij deze ontwikkeling hebben wij den stellig *zeer kleinen* weerstand tegen het rollen, wiens wetten bovendien geheel onbekend zijn, buiten rekening gelaten.

3. De aanvankelijke snelheden c en d, die geheel willekeurig zijn aangenomen, brengen het lichaam in het algemeen in *glijdende beweging*, die deels voortgaande, deels draaiende is. Deze bewegingstoestand wordt voortdurend gewijzigd tot op het tijdstip, dat het *rollen* intreedt, waarbij de lijn

of het punt, dat het lichaam met het vlak gemeen heeft, in oogenblikkelijke rust verkeert.

De voor het rollen noodige voorwaarde wordt blijkbaar gegeven door de vergelijking

$$v + a\omega = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

of ingevolge (2), wanneer wij het tijdstip, waarop het rollen intreedt door t_1 aanduiden, zal

$$c + d = \left(1 + \frac{a^2}{k^2}\right) g\, t_1 = \frac{a^2 + k^2}{k^2} h\, t_1,$$

zoodat

$$h\, t_1 = \frac{k^2}{a^2 + k^2} (c + d) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Van den tijd t_1 af zal, wanneer wij den kleinen weerstand tegen het rollen buiten rekening laten, de beweging *eenparig* zijn; T' en T'' zullen derhalve voor $t > t_1$ constant blijven. Hunne veranderingen vóór dat het rollen aanvangt en hunne eindwaarden bij het rollen zullen wij thans nader onderzoeken.

Brengt men den genoemden kleinen weerstand in rekening, zoo treedt bij het rollen eene bij benadering zeer langzaam eenparig vertraagde beweging in. Van den weerstand der lucht is bij dit alles afgezien.

4. Wij zullen de totale bewegingsenergie van het lichaam door T aangeven, zoodat steeds $T = T' + T''$ en zullen de indices 0 en 1 bezigen om de oogenblikken aanteduiden, waarop $t = 0$ en $t = t_1$ is.

De vergelijkingen (4) geven voor den aanvang

$$T_0' = c^2, \quad T_0'' = \frac{k^2}{a^2} d^2, \quad T_0 = \frac{a^2 c^2 + k^2 d^2}{a^2} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

of, wanneer wij alles in T_0, de bij den aanvang aanwezige kinetische energie, uitdrukken,

$$T_0' = \frac{a^2 c^2}{a^2 c^2 + k^2 d^2} T_0, \quad T_0'' = \frac{k^2 d^2}{a^2 c^2 + k^2 d^2} T_0 \quad . \quad . \quad (7a)$$

Voor het tijdstip, waarop het rollen aanvangt, substitueeren wij in de vergelijking (4) voor ht de waarde (6)

$$ht_1 = \frac{k^2}{a^2 + k^2}(c + d)$$

en vinden

$$\left.\begin{aligned} T_1' &= \frac{(a^2c - k^2d)^2}{(a^2 + k^2)^2}, \qquad T_1'' = \frac{k^2}{a^2}\,\frac{(a^2c - k^2d)^2}{(a^2 + k^2)^2} \\ T_1 &= \frac{(a^2c - k^2d)^2}{a^2(a^2 + k^2)}; \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

dus, na invoering van T_0,

$$\left.\begin{aligned} T_1' &= \frac{a^2}{(a^2 + k^2)^2}\,\frac{(a^2c - k^2d)^2}{a^2c^2 + k^2d^2}\,T_0, \\ T_1'' &= \frac{k^2}{(a^2 + k^2)^2}\,\frac{(a^2c - k^2d)^2}{a^2c^2 + k^2d^2}\,T_0, \quad T_1 = \frac{1}{a^2 + k^2}\,\frac{(a^2c - k^2d)^2}{a^2c^2 + k^2d^2}\,T_0 \end{aligned}\right\} (8a)$$

uit deze vergelijkingen blijkt, dat als het rollen aanvangt

$$\frac{T_1'}{T_1''} = \frac{a^2}{k^2},$$

zoodat de verhouding der beide energieën eene constante waarde behoudt, die onafhankelijk is van den aanvankelijken toestand, welke door de grootheden c en d bepaald is.

Zulks volgt ook terstond door op te merken, dat de vergelijkingen (3) wegens (5) geven:

$$T_1' : T_1'' = v^2 : k^2w^2 = a^2w^2 : k^2w^2 = a^2 : k^2.$$

5. Voor de *vermindering* der energie van den aanvang tot het tijdstip, waarop het rollen begint, geven de formulen (7) en (8) na korte herleiding:

$$\left.\begin{aligned} T_0' - T_1' &= \frac{k^2}{(a^2 + k^2)^2}(c + d)\,\{(2a^2 + k^2)c - k^2d\} \\ T_0'' - T_1'' &= \frac{k^2}{(a^2 + k^2)^2}(c + d)\,\{(a^2 + 2k^2)d - a^2c\} \\ T_0 - T_1 &= \frac{k^2}{a^2 + k^2}(c + d)^2 \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Wanneer wij de *vermindering* der verschillende waarden der energie

$$T_0' - T_1', \quad T_0'' - T_1'' \text{ en } T_0 - T_1$$

door

$$\Delta T_1', \qquad \Delta T_1'' \text{ en } \qquad \Delta T_1$$

voorstellen, laten de uitdrukkingen (9) zich onder de volgende meer doelmatige vormen brengen:

$$\left.\begin{aligned} \Delta T_1' &= \frac{k^2}{(a^2+k^2)^2}\{(2a^2+k^2)c^2 + 2a^2 c d - k^2 d^2\} \\ \Delta T_1'' &= \frac{k^2}{(a^2+k^2)^2}\{-a^2 c^2 + 2k^2 c d + (a^2+2k^2)d^2\} \\ \Delta T_1 &= \frac{k^2}{a^2+k^2}(c+d)^2. \end{aligned}\right\} \quad (9a)$$

Voor den homogeenen bol, waar $k^2 = \frac{2}{5}a^2$ is, worden deze waarden,

$$\left.\begin{aligned} \Delta T_1' &= \frac{1}{49}\{24c^2 + 20cd - 4d^2\} \\ \Delta T_1'' &= \frac{1}{49}\{-10c^2 + 8cd + 18d^2\} \\ \Delta T_1 &= \frac{1}{49}\{14c^2 + 28cd + 14d^2\} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (9a)$$

Opdat de uitdrukkingen $T_0' - T_1'$ en $T_0'' - T_1''$ positief zijn, is noodig, dat

$$c > \frac{k^2}{2a^2+k^2} d \text{ en } c < \frac{a^2+2k^2}{a^2} d,$$

dus

$$\frac{k^2}{2a^2+k^2} d < c < \frac{a^2+2k^2}{a^2} d \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Voor den bol gaan de waarden (9) over in

$$T_0' - T_1' = \frac{4}{49}(c+d)(6c-d)$$

$$T_0'' - T_1'' = \frac{2}{49}(c+d)(9d-5c)$$

$$T_0 - T_1 = \frac{2}{7}(c+d)^2$$

terwijl de voorwaarde (10) wordt

$$c > \frac{1}{6}d, \quad c < \frac{9}{5}d;$$

Voor waarden van c buiten die grenzen gelegen, zal een der energievormen T' of T'' vóór dat het rollen aanvangt zijn toegenomen; dus is een dier vormen van energie gedeeltelijk in den anderen vorm overgegaan. Wanneer $c < \frac{1}{6}d$, zoo wordt $T_0' - T_1'' < 0$, derhalve is dan een deel der betrekkelijke energie T_0'' in voortgaande beweging T' omgezet; is $c > \frac{9}{5}d$, zoo heeft het omgekeerde plaats; een deel van T_0' is dan in relatieve energie T''' getransformeerd.

Voor den cirkelvormigen cilinder, waar $k^2 = \frac{1}{2}a^2$, worden die uitdrukkingen,

$$T_0' - T' = \frac{1}{9}(c+d)(5c-d)$$

$$T_0'' - T_1'' = \frac{2}{9}(c+d)(2d-c)$$

$$T_0 - T_1' = \frac{1}{3}(c+d)^2$$

en de voorwaarde (10) wordt

$$c > \frac{1}{5}d, \qquad c < 2d$$

en zoo wordt ieder omwentelingslichaam door zijne waarden

van $\frac{k^2}{a^2}$ ten opzichte van de grenzen der verhouding $\frac{c}{d}$ gekarakteriseerd. Merken wij nog op, dat blijkens de algemeene waarden (9), de vermindering der energievormen gedurende de glijdende periode verdwijnt, er dus geen verlies is, als $c + d = 0$, of, als ω_0 de aanvankelijke hoeksnelheid is, wanneer

$$c + a\omega_0 = 0 \qquad \text{of } \omega_0 = \frac{c}{a};$$

doch dan zal blijkens (4) $t_1 = 0$ zijn, zoodat dan het rollen *dadelijk* aanvangt en de glijdende periode vervalt.

6. Keeren wij thans tot de algemeene waarde van $\frac{k^2}{a^2}$ terug en staan wij nader stil bij twee merkwaardige uiterste gevallen.

$$(\alpha) \quad c = 0 \qquad (\beta) \quad d = 0.$$

In het eerste geval heeft het omwentelingslichaam bij den aanvang slechts eene draaiende, geene voortgaande beweging; in het tweede geval heeft het lichaam, door eene plotselinge stoot bij den aanvang, slechts eene voortgaande beweging zonder draaiing.

(α) $c = 0$, dan

$$\left.\begin{aligned} &T_0' = 0 \qquad T_0'' = \frac{k^2}{a^2}\, d^2 = T_0 \\ &T_1' = \frac{a^2 k^2}{(a^2 + k^2)^2}\, T_0 \qquad T_1'' = \frac{k^4}{(a^2 + k^2)^2}\, T_0 \end{aligned}\right\} \ldots (11)$$

$$\left.\begin{aligned} T_0' - T_1' &= -\frac{k^4}{(a^2 + k^2)^2}\, d^2 = -\frac{a^2 k^2}{(a^2 + k^2)^2}\, T_0 \\ T_0'' - T_1'' &= \frac{k^2 (a^2 + 2k^2)}{(a^2 + k^2)^3}\, d^2 = \frac{a^2 (a^2 + 2k^2)}{(a^2 + k^2)^3}\, T_0 \\ T_0 - T_1 &= \frac{k^2}{a^2 + k^2}\, d^2 = \frac{a^2}{a^2 + k^2}\, T_0 \end{aligned}\right\} \ldots (11a)$$

Volgens deze uitdrukkingen is energie T''' in T' overge-

gaan en wordt, daar bij den aanvang de aanwezige energie T_0 bedraagt, het hierbij getransformeerde gedeelte

$$\frac{T_1'}{T_0} = \frac{a^2 k^2}{(a^2+k^2)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11b)$$

terwijl, wegens de laatste formule een gedeelte

$$\frac{T_0 - T_1}{T_0} = \frac{a^2}{a^2+k^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11c)$$

voor de beweging is verloren gegaan, in andere energie bijv. warmte is getransformeerd. Beide verhoudingen zijn onafhankelijk van den aanvankelijken toestand, die door de waarden c en d bepaald wordt. Zij hangen slechts van $\frac{k^2}{a^2}$, d. i. van den vorm en de massaverdeeling van het omwentelingslichaam af.

(β). $d = 0$, dan

$$\left.\begin{aligned} T_0' &= c^2 = T_0 & T_0'' &= 0 \\ T_1' &= \frac{a^2}{(a^2+k^2)^2} T_0 & T_1'' &= \frac{a^2 k^2}{(a^2+k^2)^2} T_0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\left.\begin{aligned} T_0' - T_1' &= \frac{k^2(2a^2+k^2)}{(a^2+k^2)^2} c^2 = \frac{k^2(2a^2+k^2)}{(a^2+k^2)^2} T_0 \\ T_0'' - T_1'' &= -\frac{a^2 k^2}{(a^2+k^2)^2} c^2 = -\frac{k^2(2a^2+k^2)}{(a^2+k^2)^3} T_0 \\ T_0 - T_1 &= \frac{k^2}{a^2+k^2} c^2 = \frac{k^2}{a^2+k^2} T_0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (12a)$$

In dit geval is energie T' in T'' overgegaan en wel wordt het hierbij getransformeerde gedeelte

$$\frac{T_1''}{T_0} = \frac{a^2 k^2}{(a^2+k^2)^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12b)$$

terwijl het gedeelte, dat voor de beweging verloren gaat, uitgedrukt wordt door

$$\frac{T_0 - T_1}{T_0} = \frac{k^2}{a^2+k^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12c)$$

Ook deze verhoudingen zijn onafhankelijk van den aanvankelijken toestand, worden alleen door den aard (vorm en dichtheid) van het omwentelingslichaam bepaald.

7. Het is een merkwaardig feit, dat de waarden in (11*b*) en (12*b*) voor $\frac{T_1'}{T_0}$ en $\frac{T_1''}{T_0}$ gevonden, geheel dezelfde zijn; beide verhoudingen worden door de waarde

$$\frac{a^2 k^2}{(a^2 + k^2)^2} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

aangegeven. *Het gedeelte der aanvankelijk aanwezige energie, dat in deze grensgevallen van den eenen vorm in den anderen blijvend wordt omgezet, is hetzelfde en onafhankelijk van den aanvankelijken toestand.*

Voor den bol wordt dit $\frac{10}{49}$, voor den cirkelvormigen cilinder $\frac{2}{9}$; beide verhoudingen staan tot elkander als 45 : 49, zoodat het gedeelte der aanvankelijke energie, dat in deze twee uiterste gevallen (aanvankelijk draaien zonder voortgaande beweging en aanvankelijk voortgaan zonder draaien) gedurende de periode der glijdende beweging van den eenen vorm in den anderen blijvend overgaat (zoodat het bij het rollen aanwezig is), bij den cilinder grooter is dan bij den bol.

Die verhouding, door de waarde van $\frac{k^2}{a^2}$ bepaald, neemt met deze grootheid toe en zal als k^2 tot a^2 nadert, tot de maximwaarde $\frac{1}{4}$ convergeeren; deze laatste waarde is dus het hoogste bedrag, dat gedurende de periode van glijden uit den eenen vorm in den anderen blijvend kan worden getransformeerd, zoodat het bij het rollen in het lichaam aanwezig is.

Dit maximum geval doet zich voor bij den uitgeholden, oneindig dunnen, cirkelvormigen cilinder, waarvoor $k^2 = a^2$ is. Wij hebben voor dit lichaam als

$$c = 0, \qquad T_0' = 0 \qquad T_0'' = T_0$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{1}{4}, \quad \frac{T_1''}{T_0} = \frac{1}{4}, \quad T_0 - T_1 = \frac{1}{2} T_0$$

$$d = 0, \qquad T_0' = T_0 \qquad T_0'' = 0$$
$$\frac{T_1'}{T_0} = \frac{1}{4}, \quad \frac{T_1''}{T_0} = \frac{1}{4}, \quad T_0 - T_1 = \frac{1}{2} T_0;$$

in beide gevalleu gaat $\frac{1}{4}$ der aanwezige energie in den vroeger niet aanwezigen vorm over; de helft der aanvankelijk aanwezige energie gaat voor de beweging verloren; bij het rollen zijn beide energievormen gelijkelijk (ieder $\frac{1}{4}$ der oorspronkelijke energie) in het lichaam aanwezig.

8. Wat den aard der beweging vóór het intreden van het rollen betreft, merken wij op, dat in de uiterste gevallen $c = 0$ en $d = 0$, de formulen (4) geven:

$$(\alpha) \quad c = 0 \qquad T' = h^2 t^2 \qquad T'' = \frac{k^2}{a^2}(d - \frac{a^2}{k^2} h t)^2$$

$$(\beta) \quad d = 0 \qquad T' = (c - h t)^2 \quad T'' = \frac{a^2}{k^2} h^2 t^2,$$

dat is,

$$\text{als } c = 0, \qquad v^2 = h^2 t^2$$
$$\text{als } d = 0 \qquad \omega^2 = \frac{a^2}{k^4} h^2 t^2.$$

In het eerste geval is de voortgaande beweging eene eenparig versnelde; hetzelfde geldt voor de draaiende beweging in het tweede geval. In beide gevallen zijn bij den aanvang respectievelijk v en ω nul, dus ook T_0' en T_0''. De beide andere bewegingen zijn dan eenparig vertraagd. Het algemeene geval, dat c en d eindige waarden hebben, vordert een nader onderzoek.

Wanneer wij den tijd waarop T' nul wordt, aanduiden door t', dien waarop T'' verdwijnt door t'', terwijl de tijd, waarop het rollen aanvangt, weder door t_1 wordt aangegeven, zoo hebben wij, volgens (4) en (6)

$$h t' = c, \qquad h t'' = \frac{k^2}{a^2} d, \qquad h t_1 = \frac{k^2}{a^2 + k^2}(c + d);$$

nu is

$$\frac{k^2}{a^2+k^2}(c+d) = c + \frac{k^2 d - a^2 c}{a^2+k^2} = \frac{k^2}{a^2} d - \frac{k^2 (k^2 d - a^2 c)}{a^2 (a^2+k^2)}$$

of

$$h t' = h t_1 - \frac{k^2 d - a^2 c}{a^2+k^2}, \quad h t'' = h t_1 + \frac{k^2 d - a^2 c}{a^2 (a^2+k^2)},$$

zoodat t_1 steeds tusschen t' en t'' gelegen is, behalve als

$$a^2 c = k^2 d, \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

wanneer de drie tijdstippen t', t'', t_1 zamenvallen. Het lichaam blijft dan volgens (8) op dit oogenblik in rust.

Wanneer $k^2 d > a^2 c$ zal $t' < t_1$ zijn; de voortgaande beweging zal dus nul worden en daarna van richting veranderen, vóór dat het rollen begint. Is $k^2 d < a^2 c$ zoo is $t' < t_1$ en dan geldt ditzelfde voor de draaibeweging, die dan omkeert en dus van teeken verandert voor den aanvang van het rollen.

Bepalen wij ons vooreerst tot *positieve* waarden van c en d, zoo blijkt, dat steeds eene der bewegingen van richting verandert vóór dat het rollen intreedt. Het is verder volgens de waarde (4) duidelijk, dat de beweging, wier energie vóór het rollen verdwijnt, van den aanvang af eene eenparig vertraagde is en na de omkeering van richting tot aan het tijdsiip van rollen eenparig versneld wordt. De andere beweging, die in de periode van het glijden niet verdwijnt, is eene eenparig vertraagde. Bij de grensgevallen $c = 0$ en $d = 0$, zal de eerste beweging eenparig versneld, de andere eenparig vertraagd zijn; dan heeft geene omkeering van bewegingsrichting plaats, overeenkomstig hetgeen vroeger ontwikkeld is.

In résumé blijkt dus, dat behalve bij de grensgevallen $c = 0$ of $d = 0$, *voor positieve waarden* van c en d, steeds eene der beide bewegingen van richting verandert vóórdat het rollen intreedt, en wel is dit de voortgaande beweging als $k^2 d > a^2 c$; de draaiende beweging verandert vóór het rollen van richting als $k^2 d < a^2 c$.

Voor negatieve waarden van c of d zij opgemerkt, dat als beide negatief zijn, dit wel de vergelijkingen (2) doch niet de vergelijkingen (4) wijzigt. Het eindresultaat is, dat de beweging dezelfde blijft, doch in tegengestelden zin van vroeger.

Zijn c en d tegengesteld van teeken, zoo zal voor die welke de absoluut kleinste waarde heeft de overeenkomstige energie steeds toenemen, de snelheid dus niet meer van teeken veranderen; slechts de andere beweging, voor welke de absolute snelheid de grootste is, neemt van den aanvang af en hare snelheid verandert niet van richting vóór het rollen aanvangt. Een en ander volgt eenvoudig bij het opstellen der vergelijkingen (2) en (4).

In het algemeen wordt dus steeds de tijd t_1 der beweging van af den aanvang tot dat het rollen intreedt in twee ongelijke deelen verdeeld, een vóór, een na het tijdstip, dat eene der bewegingen nul wordt en van richting verandert. Wij zullen die tijdsdeelen als 1e en 2e perioden der glijdende beweging aanduiden.

De grootten dier perioden zijn:

als
$$k^2 d > a^2 c,\ t' \text{ en } t_1 - t'$$
of
$$\frac{c}{h} \text{ en } \frac{k^2 d - a^2 c}{h(a^2 + k^2)} \qquad \ldots\ldots (15a)$$

als
$$k^2 d < a^2 c,\ t'' \text{ en } t_1 - t''$$
of
$$\frac{k^2 d}{a^2 h} \text{ en } \frac{k^2 (a^2 c - k^2 d)}{a^2 h (a^2 + k^2)} \qquad \ldots\ldots, (15b)$$

De verhouding van de grootte der eerste tot die der tweede periode is dus

in het eerste geval,
$$\frac{c(a^2 + k^2}{k^2 d - a^2 c}$$
in het tweede geval,
$$\frac{d(a^2 + k^2)}{a^2 c - k^2 d'} \qquad \ldots\ldots (16)$$

die verhoudingen worden:

1e bij een homogeenen bol, waar $k^2 = \frac{2}{5}a^2$,

$$\frac{7\,c}{2\,d - 5\,c} \text{ en } \frac{7\,d}{5\,c - 2\,d}$$

2e bij een homogeenen, massieven cirkelvormigen cilinder, waar $k^2 = \frac{1}{2}a^2$,

$$\frac{2\,c}{d - 2\,c} \text{ en } \frac{2\,d}{2\,c - d}$$

3e bij eenen uitgeholden, oneindig dunnen cirkelvormigen cilinder, waar $k^2 = a^2$,

$$\frac{2\,c}{d - c} \text{ en } \frac{2\,d}{c - d}.$$

9. Bepalen wij thans het verlies aan energie gedurende deze beide perioden, waarbij het doelmatig schijnt, niet het verlies zelf te nemen, doch zijne verhouding tot het totale verlies aan energie gedurende den tijd der glijdende beweging, d. i. gedurende de *beide* genoemde perioden.

Achtereenvolgens beschouwen wij de gevallen $t' < t_1$ en $t'' < t_1$. In het eerste noemen wij de energiën op den tijd t', T_α en T_α''; blijkbaar is $T'_\alpha = 0$, $h\,t' = c$. In het tweede geval duiden wij de energieën op het tijdstip t'' door T_β en $T'\beta$ aan; $T''\beta$ is dan nul, $h\,t'' = \frac{k^2}{a^2}\,d$.

Met toepassing der in N°. 4 en 5 gegeven uitdrukkingen, vinden wij gemakkelijk de verlangde verhoudingen:

1e. $t' < t_1$.

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{T_0 - T_\alpha}{T_0 - T_1} = \frac{c\,(2\,k^2\,d - (a^2 - k^2)\,c)\,(a^2 + k^2)}{k^4\,(c + d)^2} \\ B &= \frac{T_\alpha - T_1}{T_0 - T_1} = \frac{(a^2\,c - k^2\,d)^2}{k^4\,(c + d)^2} \\ A' &= \frac{T'_0 - T_\alpha'}{T_0 - T_1} = \frac{a^2 + k^2}{k^2}\,\frac{c^2}{(c + d)^2} \end{aligned}\right\}. \quad (17)$$

$$\left.\begin{aligned} B' &= \frac{T'_\alpha - T_1'}{T_0 - T_1} = -\frac{(a^2c - k^2d)^2}{k^2(a^2+k^2)(c+d)^2} \\ A'' &= \frac{T_0'' - T_\alpha''}{T_0 - T_1} = \frac{c(2k^2d - a^2c)(a^2+k^2)}{k^4(c+d)^2} \\ B'' &= \frac{T_\alpha'' - T_1''}{T_0 - T_1} = \frac{(a^2+2k^2)(a^2c - k^2d)^2}{k^4(a^2+k^2)(c+d)^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (17)$$

2e $t'' < t_1$

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{T_0 - T\beta}{T_0 - T_1} = \frac{d(a^2+k^2)(2a^2c + (a^2-k^2)d)}{a^4(c+d)^2} \\ B &= \frac{T\beta - T_1}{T_0 - T_1} = \frac{(a^2c - k^2d)^2}{a^4(c+d)^2} \\ A' &= \frac{T_0' - T'\beta}{T_0 - T_1} = \frac{d(a^2+k^2)(2a^2c - k^2d)}{a^4(c+d)^2} \\ B' &= \frac{T\beta' - T_1'}{T_0 - T_1} = \frac{(2a^2+k^2)(a^2c - k^2d)^2}{a^4(a^2+k^2)(c+d)^2} \\ A'' &= \frac{T''_0 - T''\beta}{T_0 - T_1} = \frac{a^2+k^2}{a^2} \cdot \frac{d^2}{(c+d)^2} \\ B'' &= \frac{T''\beta - T_1''}{T_0 - T_1} = -\frac{(a^2c - k^2d)^2}{a^2(a^2+k^2)(c+d)^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (18)$$

Omtrent bovenstaande formulen valt op te merken:

1e. Dat de formulen (17) en (18) door letterverwisseling uit elkander volgen en wel door verwisseling van c en d, van a en k en zoo behooren de formulen

$A,\ B,\ A',\ B',\ A'',\ B''$, van (17)

bij $A,\ B,\ A'',\ B'',\ A',\ B'$. van (18).

2e. Dat de waarden voor A, A', A'' in (17) met c verdwijnen, dezelfde waarden in (18) met d nul worden, zooals te voorzien was.

3e. Dat alle de waarden B in (17) en (18) verdwijnen, als $a^2c = k^2d$, wat een gevolg is van het in N°. 8 ontwikkelde, daar dan de tweede perioden verdwijnen.

4e. Dat de waarden B' van (17) en B'' van (18) *negatief*

zijn, zooals onmiddelijk volgt, doordien voor t', T'_α en voor t'', T''_β verdwijnen. Er heeft dus voor die gedeelten *winst* van energie plaats; m. a. w. er is in de 2e periode in het geval $t' < t_1$ draaiende beweging in voortgaande *omgezet* en in het geval $t'' < t_1$ is voortgaande beweging in draaiende *getransformeerd*. Bij gelijknamig teeken van c en d, en dan slechts, zijn de formulen (17) en (18) van toepassing, heeft dus altijd transformatie van den eenen bewegingsvorm in den anderen plaats.

5e. De betrekkelijke vermindering aan energie, door (17) en (18) aangegeven, is, daar in alle deze verhoudingen c en d voorkomen, afhankelijk van den aanvankelijken toestand, d. i. van de voor $t = 0$ aanwezige energie van iedere soort.

Daar in alle die verhoudingen eveneens a en k voorkomen, hebben vorm en massaverdeeling van het omwentelings lichaam eveneens invloed op de verschillende waarden der vermindering van energie, in (17) en (18) aangegeven.

6e. Het blijkt echter, zoowel uit (17) als uit (18), dat de *verhouding* der waarden B, dat is de verhouding der vermindering der beide energieën gedurende de tweede periode, alleen van a en k afhangt, dus *onafhankelijk* is van den toestand bij den aanvang.

Wij vinden in het 1e geval, uit de formulen (17)

$$\frac{B'}{B} = -\frac{k^2}{a^2 + k^2}, \quad \frac{B''}{B} = \frac{a^2 + 2k^2}{a^2 + k^2}, \quad \frac{B'}{B''} = -\frac{k^2}{a^2 + 2k^2};$$

eveneens in het tweede geval, uit de formulen (18)

$$\frac{B'}{B} = \frac{2a^2 + k^2}{a^2 + k^2}, \quad \frac{B''}{B} = -\frac{a^2}{a^2 + k^2}, \quad \frac{B'}{B''} = -\frac{2a^2 + k^2}{a^2}.$$

Zoo vinden wij bij den bol voor deze verhoudingen als $t' < t_1$:

$$\frac{B'}{B} = -\frac{2}{7}, \quad \frac{B''}{B} = \frac{9}{7}, \quad \frac{B'}{B''} = -\frac{2}{9}$$

en als $t'' < t_1$

$$\frac{B'}{B} = \frac{12}{7}, \quad \frac{B''}{B} = -\frac{5}{7}, \quad \frac{B'}{B''} = -\frac{12}{5}.$$

Voor de uitdrukkingen der vermindering in de eerste periode, dat is voor de verhoudingen der waarden A, A', A'', bestaan dergelijke eenvoudige verhoudingen *niet*.

Deze toch, hangen niet alleen van a en k, doch steeds van c en d af; de aanvankelijke verdeeling der energie heeft invloed op de waarden dier verhoudingen.

Het blijkt dus, dat wat betreft de veranderingen der energie, in de 1e periode zamengestelder wet gevolgd wordt dan in de 2e periode, waar de verhouding dier veranderingen slechts door den vorm en de dichtheid van het omwentelings lichaam wordt bepaald.

Bij onze onbekendheid met de wetten der energie, is dit laatste resultaat blijkbaar van belang.

Utrecht, October 1889.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE

op Zaterdag 30 November 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, RAUWENHOFF, STOKVIS, MOLL, PEKELHARING, BUYS BALLOT, VAN DIESEN, MICHAËLIS, KAPTEYN, ENGELMANN, HUBRECHT, WEBER, ZEEMAN, DE VRIES, SCHOLS, BAEHR, FORSTER, A. C. OUDEMANS JR., MAC GILLAVRY, HOEK, HOFFMANN, FRANCHIMONT, MARTIN, ZAALJER, SCHOUTE, BIERENS DE HAAN, KORTEWEG, VAN BEMMELEN en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. W. IJZERMAN, Padang, 5 October 1889; 2°. J. LIAGRE, Secretaris van de Académie des Sciences, des Lettres et des beaux Arts de Belgique te Brussel, 26 October 1889; 3°. E. COUBEAUX, Secretaris van de Société entomologique de Belgique te Brussel, 1889; 4°. A. TIELEMANS, Bibliothecaris van de Université catholique te Leuven, 29 October 1889; 5°. P. J. VAN BENEDEN te Leuven, 6 November 1889; 6°. P. WILLEMS, Leuven, 7 November 1889; 7°. het Ministère de l'Instruction publique te Parijs, 25 October 1889; 8°. CROIZIER, Voorzitter van de Société académique Indo-

Chinoise te Parijs, 31 October 1889; 9°. Ch. Schefer, Secretaris van de Ecole spéciale des Langues orientales vivantes te Parijs, 2 November 1889; 10°. het Ministère de la Guerre te Parijs, 6 November 1889; 11°. L. Delisle, Directeur van de Bibliothèque nationale te Parijs, 9 November 1889; 12°. Fergeron, Secretaris van de Académie de Médecine te Parijs, 13 November 1889; 13°. den Secretaris van de Société zoologique de France te Parijs, 1889; 14°. den Secretaris van de Société des Antiquaires de Picardie te Amiens, 31 October 1889; 15°. den Secretaris van de Académie des Sciences, Inscriptions et belles-Lettres te Toulouse, 1 November 1889; 16°. den Bibliothecaris van de Académie de Stanislas te Nancy, 12 November 1889; 17°. den Secretaris van de Académie nationale de Savoie te Chambéry, 1889; 18°. H. Rix, Bibliothecaris van de royal Society te Londen, 23 November 1889; 19° J. de Winton, Secretaris van de royal geographical Society te Londen, 21 November 1889; 20°. R. Rost, Bibliothecaris van het India Office te Londen, 21 November 1889; 21°. P. L. Sclater, Secretaris van de zoological Society te Londen, 22 November 1889; 22°. den Directeur van het royal Observatory te Greenwich, 22 November 1889; 23°. J. D. Hooker. Kew, 23 November 1889; 24°. P. G. Tait, Secretaris van de royal Society te Edinburg, 23 November, 1889; 25°. den Secretaris van de literary and philosophical Society te Manchester, 25 November 1889; 26°. A. Auwers, Secretaris van de Kon. Akademie der Wissenschaften te Berlijn, 26 October 1889; 27°. von Bezold, Directeur van het kön. preuss. meteorologisches Institut te Berlijn, 26 October 1889; 28°. H. Kreutz, Bibliothecaris van de kön. Sternwarte te Kiel, 28 October 1889; 29°. B. Windscheid, Leipzig, 3 November 1889; 30°. Th. Nöldeke, Straatsburg, 7 November 1889; 31°. P. E. Richter, Bibliothecaris van het Verein für Erdkunde te Dresden, 8 November 1889; 32°. de Redactie van Petermann's geographische Mittheilungen te Gotha, 11 November 1889; 33°. Schaarschmidt, Bibliothecaris van de kön. Universitäts-Bibliothek te Bonn, 9 November 1889; 34°. Valentiner, Directeur van de grossherzogliche Sternwarte te Karlsruhe, 11 November 1889;

35°. Joh. Franck, Bonn, 11 November 1889; 36°. J. E. Sonnenberg, Bibliothecaris van het Verein von Alterthumsfreunden im Rheinlande te Bonn, 13 November 1889; 37°. Wetzow, Bibliothecaris van de Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften te Görlitz, 14 November 1889; 38°. Conwentz, Secretaris van de naturforschende Gesellschaft te Dantzig, 15 November 1889; 39°. C. Gegenbaur, Heidelberg, 20 November 1889; 40°. J. Aumer, Bibliothecaris van de Kön. Akademie der Wissenschaften te München, 30 September 1889; 41°. J. von Sachs, Würzburg, 20 November 1889; 42°. W. Kirchner, Bibliothecaris van de physikalisch-medicinische Gesellschaft te Würzburg, 25 November 1889; 43°. J. E. A. Martin, Secretaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Alterthumskunde te Jena, 21 November 1889; 44°. C. Knoop, Secretaris van de Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde te Hanau, 28 November 1889; 45°. W. Müller, Secretaris van de medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft te Jena, 26 November 1889; 46°. M. Fürbringer, Jena, 1889; 47°. A. Gruber, Secretaris van de naturforschende Gesellschaft te Freiburg i/B, 1889; 48°. Buchner, Secretaris van de oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde te Giessen, 1889; 49°. P. Blaserna, Secretaris van de regia Lynceorum Academia te Rome, 12 November 1889; 50°. G. Bizio, Secretaris van het R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti te Venetië, 12 November 1889; 51°. A. Ferrini, Secretaris van het Institut royal Lombard des Sciences et Lettres te Milaan, 13 November 1889; 52°. den Secretaris van de Societa Italiana d'Antropologia te Florence, 17 November 1889; 53°. D. Chilovi, Directeur van de R. Biblioteca nazionale centrale te Florence, 25 November 1889; 54°. S. Muller, Secretaris van de Société royale des Antiquaires du Nord te Kopenhagen, 16 November 1889; 55°. H. Gylden, Stockholm, 24 November 1889; 56°. J. Richter, Secretaris van de Société royale des Sciences te Drontheim, 21 November 1889; 57°. A. Arrhenius, Bibliothecaris van de Societas pro Fauna et Flora fennica te Helsingfors, 22 October 1889; 58°. H. Moriz, Directeur van het Observatoire impérial te

Rio de Janeiro, 3 October 1889; 59°. F. KURTZ, Bibliothecaris van de Academia nacional de Ciencias te Cordoba, 29 October 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 25 October, 8, 23 November 1889; 2°. het Ministerie van Waterstaat, Handel en Nijverheid te 's Gravenhage, 12 November 1889; 3°. W. P. WOLTERS, Secretaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 16 November 1889; 4°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris van de polytechnische School te Delft, 23 October 1889; 5°. den Directeur van het magnetical and meteorological Observatory te Batavia, Augustus 1889; 6°. E. REUSENS, Bibliothecaris van de Université catholique te Leuven, Januari 1889; 7°. F. NICHOLSON, Bibliothecaris van de literary and philosophical Society te Manchester 1889; 8°. J. B. BALFOUR, Secretaris van de botanical Society te Edinburgh, 18 November 1889; 9°. SIEGEL, Secretaris van de kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 30 September 1889; 10°. R. HEIDENHAIN, Secretaris van de schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur te Breslau, 15 Augustus 1889; 11°. H. KNOBLAUCH, Voorzitter van de kais. Leopoldinisch-Carolinische Akademie der Naturforscher te Halle a/S, 23 October 1889; 12°. den Secretaris van de Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde te Hanau, November 1889; 13°. den Bibliothecaris van de Académie royale suédoise des Sciences te Stockholm, 1889; 14°. G. STORM, Secretaris van de Videnskabs-Selskabet te Christiania, 31 Juli 1889; 15°. R. A. MOBERG, Directeur van de Commission géologique de la Finlande te Helsingfors, 4 November 1889; 16°. den Directeur van de geological and natural History Survey te Ottowa, 1889; 17°. SILVATRANJO, Secretaris van de Academia imperial de Medicina te Rio de Janeiro, 7 October 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Kennisgevingen van de Heeren J. A. C. Oudemans, Suringar, van der Waals en Behrens, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen.

2°. Eene missive van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken, ter begeleiding van een relaas over de aardbeving, waardoor den 26sten October jl. het eiland Lesbos geteisterd werd. Dit relaas, door tusschenkomst van den consul van Smyrna en den gezant te Constantinopel in handen van den Minister gekomen, wordt echter door Z.Exc. terugverwacht. Dientengevolge wordt besloten, den Minister dank te zeggen voor de mededeeling en het stuk te doen overschrijven voor het Archief der Akademie.

3°. Een schrijven van den Heer Dr. Jan de Vries, leeraar aan de H. B. S. te Kampen, ter begeleiding van een opstel: »Nieuwe eigenschappen der harmonische configuratie $(24_3, 18_4)$", 'twelk de schrijver gaarne in de werken der Akademie zag opgenomen. Het opstel wordt om advies in handen gesteld van de Heeren Bierens de Haan en van den Berg.

4°. Een brief van den Heer Dr. T. J. Stieltjes jr. (Toulouse 27 Nov. 1887), waarin hij dank zegt voor zijne benoeming tot correspondeerend Lid.

— De Heeren Bierens de Haan en van den Berg brengen rapport uit over de verhandeling, door Dr. Jan de Vries voor de werken der Akademie aangeboden in de September-vergadering der Afdeeling. Hunne conclusie om die verhandeling te bestemmen voor de Verslagen en Mededeelingen, wordt aangenomen.

— De Heer Hoek houdt eene voordracht over het Zuiderzeeharing-ras. Hij paste de Heincke'sche methode voor de onderscheiding van de haringrassen toe op de haring van de Zuiderzee en vond, dat deze in hoofdzaak overeenstemt met de in brak water paaiende voorjaarsharing van de Oostzee. Hij slaagde er verder in, den tijd van voortplanting dier

haring door onmiddellijke waarneming vast te stellen, en vond dien besloten binnen de maanden Mei en Juni. Groote hoeveelheden haringkuit, en weinige dagen later van haringlarven, werden door hem aangetroffen op plaatsen in de Zuiderzee, die door een gering zoutgehalte uitmunten. Eindelijk was het den spreker gelukt vast te stellen, dat de oudste larventoestanden, welke in de Zuiderzee voorkomen, ten opzichte hunner lengte geheel overeenstemmen met overeenkomstige toestanden der voorjaars-Oostzeeharing, doch aanzienlijk kleiner zijn dan de oudste larven, uit Noordzeeharing gesproten. Terwijl echter in de Oostzee twee haringrassen: een voorjaars- en een najaarsras voorkomen, treft men in de Zuiderzee uitsluitend vertegenwoordigers aan van niet meer dan één ras. Hieruit vloeit voort, dat de soms in aanzienlijke hoeveelheid in het najaar aldaar verschijnende haringen tot hetzelfde ras moeten behooren. Eene korte discussie tusschen den spreker en den Heer Hugo de Vries over de philogenetische zijde van het onderwerp sluit deze voordracht.

— De Heer van de Sande Bakhuysen geeft een overzicht van hetgeen onlangs te Parijs verhandeld werd in de vergadering van het Comité voor de vervaardiging van de photographische kaart van den hemel, en schetst het aandeel, hetwelk de Nederlandsche astronomen aan de voorbereiding dier werkzaamheden nemen zullen.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden:

Door den Heer Stokvis: een door hem geschreven levensbericht van wijlen den Hoogl. F. C. Donders in »Mannen van Beteekenis".

Door den Heer Schoute, uit naam van den Heer F. Gomez Teixeira te Cordova, het 1e deel van een in de Portugeesche taal geschreven Cursus van Integraalrekening.

— De Heer Schoute biedt voor de werken der Akademie eene Verhandeling aan van den Heer J. C. Kluyver, leeraar aan de H. B. S. te Breda: »Kenmerkende getallen der al-

gebraïsche ruimtekrommen". Zij wordt om advies in handen gesteld van de Heeren SCHOUTE en VAN DEN BERG.

— De heer C. A. J. A OUDEMANS biedt voor de Verslagen en Mededeelingen een opstel aan: »Observations sur quelques Sphéropsidées qui croissent sur les feuilles des espèces Européennes de *Dianthus*."

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN **Dr. J. DE VRIES,**

GETITELD:

„OVER EENE GROEP VAN REGELMATIGE VLAKKE CONFIGURATIES EN EENIGE DAARMEDE SAMENHANGENDE VLAKKE CONFIGURATIES VAN PUNTEN EN KROMMEN".

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN F. J. VAN DEN BERG.

Over deze verhandeling, die door u ter beoordeeling in onze handen gesteld is, zijn wij thans bereid het volgende verslag uit te brengen.

Schrijver begint met het invoeren eener nieuwe notatie ik, als snijpunt der lijnen $1\,i\,k \equiv 1\,i, 1\,k$ en $ik\,(1)) \equiv (1\,i), (1\,k)$, en $(i\,k)$ als snijpunt van $1\,i\,(k) \equiv 1\,i$, $(1\,k)$ en $1\,k\,(i) \equiv 1\,k, (1\,i)$.

Trekt men nu, door een punt 1, $n-1$ stralen, waarop telkens de $n-1$ punten paren $1\,i, (1\,i)$ liggen (voor $i = 2, 3, 4 \ldots n$), en beschouwt men de daardoor gevormde paren van perspectivische driehoeken, dan verkrijgt men $\binom{n-1}{2}$ punten ik, en even zoo vele punten $(i\,k)$, die in drietallen incident zijn met $\binom{n-1}{3}$ lijnen $i\,k\,l \equiv i\,k,\ i\,l,\ k\,l$ en $3\binom{n-1}{3}$ lijnen $ik\,(l) \equiv i\,k,\ (i\,l)\,(k\,l)$, dat is met de $4\binom{n-1}{3}$ perspectiviteits-

assen. Deze laatste vormen nu met de $4\binom{n-1}{2}$ driehoekszijden $1\,i\,k$, $i\,k\,(1)$, $1\,i\,(k)$, $1\,k\,(i)$, en met de $(n-1)\,(n-2)$ punten $i\,k$, $(i\,k)$ en de $2\,(n-1)$ punten $1\,i$, $(1\,i)$ eene conf.

$$\sigma_n = (n\,(n-1)_{2n-4}, \frac{2}{3}\,n\,(n-1)\,(n-2)_3).$$

Deze is regelmatig; zij bezit behalve het punt 1 nog $n-1$ andere $n-1$-voudige diagonaalpunten, welke punten i genoemd worden.

Deze uitkomsten werden voorbereid door de beschouwing van σ_4, die naar tabel (1) blijkt de conf. $(12_4, 16_3)\,A$ te zijn, die reeds herhaaldelijk door schrijver is behandeld.

Maar die σ_n kan ook nog anders worden opgevat, namelijk als de gelijkvormigheids-assen en punten van n cirkels. De n middelpunten dier cirkels zijn dan de $n-1$-voudige diagonaalpunten; er zijn nog $8\binom{n}{4}$ drievoudige diagonaalpunten; de stralen der cirkels zijn gegeven door de evenredigheid $r_1 : r_i = (1, 1i), (i, 1i)$.

Zulk eene conf. σ_n wordt door $3\,n-1$ gegevens ondubbelzinnig bepaald: zoodanig zamenstel van gegevens noemt schrijver in navolging van BURMESTER eene *constellatie*. Voor n even is dit $\frac{1}{2}\,(3\,n-2)$ willekeurige punten, en nog één punt, dat collineair gelegen is met twee dier punten. Voor n oneven is dit $\frac{1}{2}\,(4\,n-1)$ willekeurige punten.

Uit de σ_3, de volledige vierzijde, leidt schrijver zeer eenvoudig de σ_5 af, en daaruit verder de σ_7: uit σ_4 evenzeer de σ_6. En dit past hij algemeen toe op de constellatie voor σ_{2m} en σ_{2m+1}.

Uit de beschouwing van σ_4 en σ_3 leidt schrijver nu af: Eene σ_n bevat $(2\,n-5)\binom{n}{3}$ volledige vierzijden; elke lijn komt voor in $2\,n-5$, elk punt in $(2\,n-2)\,(2\,n-5)$ dier vierzijden. De σ_n bevat $\binom{n}{p}\,2^{p-1}$ conf. π_p $(p > 4)$. Geen σ_{n-2}, begrepen in σ_n, is de gemeenschappelijke restfiguur

der twee punten, aangeduid door de twee niet in σ_{n-2} voorkomende getallen. Uit de beschouwing eener π_4 en σ_4 volgt verder, dat eene σ_n bepaald wordt door eene π_n en twee willekeurige punten, die collineair gelegen zijn met één harer punten.

Na het herleiden van eene σ_{2m} leidt schrijver meer algemeen af, dat, wanneer men van eene $\sigma_{n\ p}$ wegneemt het samenstel van p conf. σ_n, die twee aan twee geen getal hunner notatie gemeen hebben, en nog de lijnen, die door de punten dezer σ_n gaan, er overblijft de conf.

$$\left(n^2 p\,(p-1)_{2n(p-2)},\ \frac{2}{3} n^3 p\,(p-1)\,(p-2)_3\right).$$

En verder na het opmaken van twee tabellen (2) en (3):

Als $n \equiv 1$ of $\equiv 4$ [mod. 12] is, dan bevat σ_n hoofd-σ_4-groepen, dat is groepen van σ_4, die te zamen alle punten der σ_n bevatten. Neemt men nu uit elke dezer σ_4 eene hoofd-vierzijde weg, dan blijft er de conf.

$$\left(n\,(n-1)_{2n-5},\ \frac{2}{3} n\,(n-1)\,(2n-5)_3\right);$$

en neemt men alle lijnen der groep van σ_4 weg, dan komt er de conf.

$$\left(n\,(n-1)_{2n-8},\ \frac{2}{3} n\,(n-1)\,(n-4)_3\right).$$

Als $n \equiv 1$ [mod. $(p-1)$] en $n(n-1) \equiv 0$ [mod. $p(p-1)$], dan bevat σ_n hoofd-σ_p-groepen; en neemt men alle lijnen van zulk een groep σ_p weg, zoo komt er de conf.

$$\left(n\,(n-1)_{2(n-p)},\ \frac{2}{3} n\,(n-1)\,(n-p)_3\right).$$

Na eenige opmerkingen over eenige ten deele onbestaanbare conf., de 13_4, de reciproke figuur der buigpunten-conf. van Hesse, de 8_3 van Cayley, en de 14_4, — beschouwt schrijver de twee-takkige K_3, om eene σ_4 beschreven, past dit toe op alle σ_4 in eene σ_n begrepen, en vindt dan dat al die twee-takkige K_3 met de punten der σ_n eene nieuwe conf. vormen

$$\left(n\,(n-1)\binom{n-2}{2},\ \binom{n}{4}_{12}\right).$$

Tot twee geassocieerde σ_4 behooren, behalve de twee oorspronkelijke K_3, nog 32 andere, in tabel 6 bijeengebracht. De punten der harmonische conf. $(24_3,\ 18_4)$ vormen met deze 34 twee-takkige K_3 de conf. $(24_{17},\ 34_{12})$; neemt men daaruit twee der K_3 weg, dan ontstaat de conf. $(24_{16},\ 32_{12})$.

De punten eener $\Sigma_4 = (16_3,\ 32_4)\ A$, dat is de reciproke der σ_4, vormt verder met zestien kegelsneden eene conische conf. 16_6; en daaruit volgt weder dat de punten eener Σ_n, dat is de reciproke van eene σ_n, aanleiding geven tot eene conf.

$$\left(4\binom{n}{3}_{6(n-2)},\ 16\binom{n}{4}_6\right).$$

Wanneer men voor zes conconische punten der serpentine van eene twee-takkige K_3 de 27 antitangentiaalpunten zoekt, en die met de 4^5 kegelsneden verbindt, waarop zij liggen, dan ontstaat er eene conf. $(24_{256},\ 1024_6)$. Liggen de zes conconische punten op eene één-takkige K_3, dan vormen hunne twaalf bestaanbare antitangentiaalpunten met 2^5 kegelsneden eene conf. $(12_{16},\ 32_6)$, die deel uitmaakt van de eerstgenoemde.

Wanneer men voor zes conconische punten eener één-takkige K_3, de osculatiegroepen der n^{de} orde, of de centraalgroepen der n^{de} orde opmaakt, dan verkrijgt men de conische conf.

$$\left(6(3n-1)^4_{(3n-1)},\ (3n-1)^5_6\right) \text{ en } \left(6(3n-2)^4_{(3n-2)},\ (3n-2)^5_6\right).$$

Verder worden nog, met behulp der methode van projectiën, eenige zamengestelde conf. afgeleid uit de snijding eener K_2 met krommen van hooger graad.

Wij kunnen de Afdeeling gerust aanraden, dit stuk in hare Verslagen en Mededeelingen op te nemen.

Leiden en *Hilversum*, November 1889.

D. BIERENS DE HAAN.
F. J. VAN DEN BERG.

OVER EENE GROEP VAN REGELMATIGE VLAKKE CONFIGURATIES

EN EENIGE

DAARMEDE SAMENHANGENDE VLAKKE CONFIGURATIES VAN PUNTEN EN KROMMEN.

DOOR

JAN DE VRIES.

§ 1.

1. Drie puntenparen 12, (12); 13, (13); 14, (14), welke op drie naar het punt 1 convergeerende stralen geplaatst zijn, bepalen vier paren perspectieve driehoeken:

$$\begin{array}{lll} 12\,,\ 13\,,\ 14 & \text{met} & (12),\ (13),\ (14) \\ (12),\ 13\,,\ 14 & \text{met} & 12\,,\ (13),\ (14) \\ 12\,,\ (13),\ 14 & \text{met} & (12),\ 13\,,\ (14) \\ 12\,,\ 13\,,\ (14) & \text{met} & (12),\ (13),\ 14\,. \end{array}$$

Duidt men het snijpunt der lijnen $1\,i\,k \equiv (1\,i,\ 1\,k)$ en $i\,k\,(1) \equiv ((1\,i),\ (1\,k))$ door $i\,k$ en het snijpunt der lijnen $1\,i\,(k) \equiv (1\,i,\ (1\,k))$ en $1\,k\,(i) \equiv (1\,k,\ (1\,i))$ door $(i\,k)$ aan, dan bevatten de vier perspectiviteitsassen achtereenvolgens de punten

$$\begin{array}{lll} 34\,,\ 42\,,\ 23 \\ 34\,,\ (42),\ (23) \\ (34),\ 42\,,\ (23) \\ (34),\ (42),\ 23\,. \end{array}$$

De figuur bevat nu, behalve het punt 1 en zijne drie stralen, 6 punten ik en 6 punten (ik), welke in drietallen zoodanig op 16 lijnen (12 driehoekszijden en 4 assen) gelegen zijn, dat óf de punten ik, il, kl, óf de punten ik (il), (kl) collineair liggen; de 4 lijnen der eerste soort zullen door ikl, de 12 lijnen der tweede soort door ik (l) aangeduid worden. De genoemde 12 punten en 16 lijnen vormen de door de volgende tabel voorgestelde cf.

Lijnen.	Punten.			
1 2 3	12	13	23	
1 2(3)	12	(13)	(23)	
1 3(2)	(12)	13	(23)	
2 3(1)	(12)	(13)	23	
1 2 4	12	14	24	
1 2(4)	12	(14)	(24)	
1 4(2)	(12)	14	(24)	
2 4(1)	(12)	(14)	24	
1 3 4	13	14	34	. . . (1)
1 3(4)	13	(14)	(34)	
1 4(3)	(13)	14	(34)	
3 4(1)	(13)	(14)	34	
2 3 4	23	24	34	
2 3(4)	23	(24)	(34)	
2 4(3)	(23)	24	(34)	
3 4(2)	(23)	(24)	34	

Het is gemakkelijk, in te zien, dat deze cf. identiek is met de $(12_4, 16_3)\,A$, welke ik in mijne opstellen »Over vlakke configuraties" (*Versl. en Med.*, Deel V, blz. 105, tabellen A en B) en »Ueber gewisse ebene Configurationen" (*Acta mathematica*, Deel XII, blz. 63) heb beschouwd. Blijk-

baar kan *elke* $(12_4, 16_3)\,A$ als boven geconstrueerd worden, omdat hare 18 diagonalen in drietallen in de 12 punten der *geassocieerde* cf. samenkomen (l. c.).

2. Dragen $n-1$ door een punt 1 getrokken stralen achtereenvolgens de $n-1$ puntenparen $1\,i$, $(1\,i)$, waar $i = 2, 3, 4 \ldots n$, dan levert de overeenkomstige beschouwing der paren van perspectieve driehoeken $\binom{n-1}{2}$ punten $i\,k$ en $\binom{n-1}{2}$ punten $(i\,k)$, welke in drietallen incident zijn met $\binom{n-1}{3}$ lijnen $i\,k\,l \equiv i\,k,\ i\,l,\ k\,l$ en $3\binom{n-1}{3}$ lijnen $i\,k\,(l) \equiv i\,k,\ (i\,l),\ (k\,l)$. Deze $4\binom{n-1}{3}$ perspectiviteitsassen en de $4\binom{n-1}{2}$ driehoekszijden $1\,i\,k$, $i\,k\,(1)$, $1\,i\,(k)$, $1\,k\,(i)$ vormen nu met de $2\,(n-1)$ punten $1\,i$, $(1\,i)$ en de $(n-1)\,(n-2)$ punten $i\,k$, $(i\,k)$ eene cf.

$$\left(n\,(n-1)_{2n-4},\ \frac{2}{3}\,n\,(n-1)\,(n-2)_3\right).$$

Immers door elk der punten $1\,i$, $(1\,i)$ gaan $2\,(n-2)$ lijnen naar de overige met het punt 1 collineaire punten, terwijl elk der punten $i\,k$ en $(i\,k)$ (waar $i = 2$ tot n, $k = 3$ tot n), met twee dier verbindingslijnen en $n-3$ paren van perspectiviteitsassen incident is, overeenkomende met de $n-3$ cf. $(12_4, 16_3)\,A$, waartoe dat punt behoort. De nieuwe cf. zal ik door het teeken σ_n voorstellen; blijkens hare notatie is zij regelmatig, moet dus, behalve het punt 1, nog andere $(n-1)$-voudige diagonaalpunten bezitten. Nu zijn de punten 1, $i\,k$, $(i\,k)$ neventoppen van den volledigen vierhoek met toppen $1\,i$, $1\,k$, $(1\,i)$, $(1\,k)$; de cf. diagonaal $1\,i\,.\,(1\,i)$ wordt derhalve door de cf.diagonaal $i\,k\,.\,(i\,k)$ gesneden in een punt i, dat door het punt 1 harmonisch gescheiden is van de punten $1\,i$, $(1\,i)$. Daar dit voor elke waarde van k, die van 1 en i verschilt, waar is, draagt het punt i, evenals 1, $n-1$ cf. diagonalen, kan dus bij de constructie der σ_n de plaats van 1 innemen.

3. Worden de gelijkvormigheidspunten van twee cirkels met middelpunten i, k door ik en (ik) en de gelijkvormigheidsassen van drie cirkels i, k, l door ikl of $ik(l)$ voorgesteld, naar gelang zij 3 uitwendige gelijkvormigheidspunten ik of een punt ik met twee inwendige gelijkvormigheidspunten (ik) bevatten, dan vormen deze punten en lijnen voor n in een vlak gelegen cirkels blijkbaar eene cf. σ_n, waarvan de n middelpunten de $(n-1)$-voudige diagonaalpunten zijn. Omgekeerd kan elke σ_n beschouwd worden als het samenstel van de gelijkvormigheidspunten en assen van n cirkels. Immers beschrijft men uit de punten $1, 2, \ldots n$ als middelpunten cirkels met stralen $r_1, r_2, \ldots r_n$, zoodat $r_1 : r_i = (1\,.\,1\,i) : (i\,.\,1\,i)$, dan zijn de punten $1\,i$, $(1\,i)$ de gelijkvormigheidspunten, welke door de cirkels 1 en i bepaald worden, en daar σ_n uit deze $2(n-1)$ punten ondubbelzinnig kan geconstrueerd worden, is zij identiek met de cf., welke bij de n cirkels behoort.

4. In σ_n is natuurlijk elke σ_p begrepen, waarvoor de notatie der elementen p der getallen 1 tot n vereischt. Van de cf. $\sigma_4 \equiv (12_4,\ 16_3)\,A$, welke met behulp van de getallen i, j, k, l wordt voorgesteld, liggen vier punten der geassociëerde σ_4 (drievoudige diagonaalpunten) in de $(n-1)$-voudige diagonaalpunten i, j, k, l der σ_n; deze heeft dus, met het oog op de overige acht drievoudige diagonaalpunten van elke der $\binom{n}{4}$ in haar begrepen σ_4, $8\binom{n}{4}$ drievoudige diagonaalpunten.

Elke cf.

$$\left(n\,(n-1)_{2n-4},\ \frac{2}{3}\,n\,(n-1)\,(n-2)_3\right),$$

waarvan de punten door de teekens ik, (ik) en de lijnen door de teekens ikl en $ik(l)$ zoodanig kunnen voorgesteld worden, dat de lijn ikl de punten ik, il, kl en de lijn $ik(l)$ de punten ik, (il), (kl) draagt, bezit $8\binom{n}{4}$ drievoudige en n $(n-1)$-voudige diagonaalpunten; de laatsten zijn de middelpunten

van n cirkels, waarvan de verhouding der stralen door de cf. gegeven is, en de gelijkvormigheidspunten en assen met de elementen der cf. samenvallen.

5. Daar het punt 1 door twee, elke der n—1 door 1 gedragen stralen door een, en elke der $2(n-1)$ op deze lijnen gelegen punten der σ_n eveneens door een enkelvoudig gegeven bepaald is, kunnen voor de constructie der cf. $3n-1$ gegevens willekeurig aangenomen worden; voor even waarden van n zal zij dus kunnen bepaald worden door $\frac{1}{2}(3n-2)$ punten, die men naar willekeur kan kiezen benevens een met twee dier punten collineair gelegen punt; voor oneven waarden van n kan men $\frac{1}{2}(3n-1)$ punten der σ_n willekeurig nemen. Op het voetspoor van BURMESTER *) noem ik zulk eene groep van punten, welke de cf. ondubbelzinnig bepalen, eene *constellatie.*

Voor de volledige vierzijde σ_3 bestaat de constellatie uit twee paren overstaande toppen b.v. 12, (12); 13, (13). Voegt men aan dit viertal de punten 14, (15), 45 toe, dan is door deze 7 punten eene σ_5 bepaald; immers de lijnen 12 (12) en 13 (13) ontmoeten elkander in het punt 1, dat met de punten 45, 14, (15) de vierzijde doet ontstaan, waarvan de punten 15 en (14) het derde paar overstaande toppen zijn. Op dezelfde wijze geeft de toevoeging van 16, (17), 67 tevens de punten (16), 17, dus eene σ_7.

Voor σ_4 vormen de punten 12, (12), 13, (13), 14, 34 eene constellatie; immers het als boven gevonden punt 1 projecteert het punt 14 op de verbindingslijn der punten (13), 34 in het ontbrekende punt (14). Voegt men aan deze zespuntige constellatie de punten 15, (16), 56 toe, waardoor met behulp van 1 tevens (15), 16 bekend zijn, dan ontstaat de negenpuntige constellatie der σ_6. Algemeen:

De cf. σ_{2m} is bepaald door de constellatie:

12, (12), 13, (13), 14, 34, 15, (16), 56, .. 1 [2 i—1], (1 [2 i]),

*) „Ueber die momentane Bewegung ebener kinematischer Ketten" (*Civilingenieur* Bd. XXVI, 1880). De aldaar behandelde stelsels van momentaancentra behooren tot de vlakke polyedrale cf.

$[2\,i-1]\,[2\,i]\ldots 1\,[2\,m-1]$, $(1\,[2\,m])$, $[2\,m-1]\,[2\,m]$, *de cf.* σ_{2m+1} *door de constellatie*:

12, (12), 13, (13), 14, (15), 45, $\ldots 1\,[2\,i]$, $(1\,[2\,i+1])$, $[2\,i]\,[2\,i+1]$.

§ 2.

6. De cf. $\sigma_4 \equiv (12_4, 16_3)\,A$ bevat twaalf volledige vierzijden; daarvan worden er vier door de bovenstaande notatie der σ_n met behulp van *drie* getallen voorgesteld, terwijl de overige acht elk *vier* getallen vereischen; eene in σ_n begrepen vierzijde der tweede soort behoort derhalve slechts tot eene σ_4, terwijl de σ_3, welke door de getallen 1, 2, 3 wordt aangeduid, in elke der $n-3$ cf. σ_4 voortkomt, waarvan de notatie de getallen $1, 2, 3, i$ bevat.

In elke σ_n *zijn* $(2\,n-5)\binom{n}{3}$ *volledige vierzijden begrepen; elk punt van* σ_n *komt voor in* $(2\,n-5)\,(n-2)$, *elke lijn in* $2\,n-5$ *dier vierzijden.*

Onder de σ_3 met vier getallen zijn er $\binom{n}{4}$, welke enkel punten $i\,k$, dus enkel lijnen $i\,k\,l$ bezitten, zoodat hunne notatie de voor eene π_4 *) gebruikelijke is; verder bestaan er $4\binom{n}{4}$ uit drie collineaire punten $i\,k$ en drie punten $(i\,k)$, terwijl de overige $3\binom{n}{4}$ elk twee overstaande toppen $i\,k$ hebben.

7. In σ_n is het punt 12 gescheiden van (12) en van de $(n-2)\,(n-3)$ punten $i\,k$, $(i\,k)$, (waar $i = 3$ tot n, $k = 4$ tot n), dus ook van de lijnen $i\,k\,l$, $i\,k\,(l)$, welke door de getallen 3 tot n worden aangewezen, m. a. w.

Elke in σ_n *begrepen* σ_{n-2} *is de gemeenschappelijke restfiguur der beide punten, welke door de beide niet in* σ_{n-2} *voorkomende getallen zijn aangeduid.*

---

*) Vgl. mijn opstel „Over vlakke polyedrale configuraties" (*Verst. en Med.*, Deel VI. blz. 8).

8. Uit de $n-2$ lijnen $12\,i$ en de door hen gedragen punten der σ_n kan men blijkbaar $\binom{n-2}{p-2}$ cf. π_p vormen. Vervangt men in de tabel van elke dezer π_p eene of meer lijnen $12\,i$ door evenzoovele lijnen $12\,(i)$, daarbij zorg dragende zoovele punten $i\,k$ door punten $(i\,k)$ te vervangen, dat de voor σ_n geldige notatie der lijnen behouden blijft, dan verkrijgt men telkens eene tot σ_n behoorende π_p. Derhalve komt het punt 12 voor in

$$\binom{n-2}{p-2}\left\{1+(p-2)+\binom{p-2}{2}+\ldots+\binom{p-2}{i}+\ldots+1\right\}=$$
$$=\binom{n-2}{p-2}.\,2^{p-2}$$

cf. π_p. Daar σ_n $n(n-1)$ punten bevat, en elke in haar begrepen π_p $\binom{p}{2}$ maal in rekening wordt gebracht, wanneer men de bovenstaande beschouwing op alle punten der σ_n toepast, wordt het aantal der tot σ_n behoorende π_p $n(n-1)\binom{n-2}{p-2}.\,2^{p-2}:\binom{p}{2}=\binom{n}{p}.\,2^{p-1}$. Hier moet $p>4$ genomen worden, omdat σ_n, zooals boven bleek, ook vierzijden bevat, waarvoor de notatie slechts drie getallen vereischt. Derhalve:

Elke cf. σ_n *bevat* $\binom{n}{p}.\,2^{p-1}$ *cf.* π_p . $(p>4)$.

9. Uit eene π_4 kan door toevoeging van twee willekeurige met een punt der π_4 collineair gelegen punten eene σ_4 geconstrueerd worden. Immers liggen (12) en (13) op eene door het punt 23 getrokken rechte, dan projecteere men uit het snijpunt 1 der lijnen 12. (12) en 13. (13) het punt 14 op de lijn (12). 24, en noeme dit nieuwe punt (14). De σ_4, die door 12, 13, 14, (12), (13), (14) gaat, heeft nu met π_4 de punten 12, 13, 14, 23, 24, dus ook het punt 34 gemeen.

Zijn (12) en (13) willekeurig gekozen op eene rechte, welke door het punt 23 eener met behulp van de getallen

1, 2, 3, 4, 5 voorgestelde π_5 gaat, dan zal, als men het punt (14) als boven en het punt (15) als projectie van 15 op 12. (25) uit het punt 1 construeert, de σ_5, welke uit de punten $1\,i$ en $(1\,i)$ kan gevonden worden, de vierzijden 1 2 3 4 en 1 2 3 5, derhalve ook het tiende punt 4 5 der der π_5 bevatten. Algemeen:

Door eene π_n en twee met een van hare punten collineair gelegen willekeurige punten is eene σ_n volkomen bepaald.

§ 3.

10. Elke σ_{2p} bezit groepen van $2p$ onderling gescheiden punten, b. v.

$$12\,,\ 34\,,\ 56\,,\ldots[2\,i-1]\,[2\,i],\ldots[2\,p-1]\,[2\,p];$$
$$(12),\ (34),\ (56),\ldots([2i-1]\,[2\,i]),\ldots[2\,p-1]\,[2\,p]).$$

Worden de $2p$ $(4p-4)$ cf.lijnen, welke in deze punten samenkomen, uit de cf. verwijderd, dan verliezen de overige $2p\,(2p-1)-2p$ punten elk $4p\,(4p-4) : 2p\,(2p-2) = 4$ lijnen, vormen dus met de overblijvende

$$\frac{2}{3}\,.\,2p\,(2p-1)\,(2p-2) - 4\,p\,(2p-2) = \frac{16}{3}\,p\,(p-1)\,(p-2)$$

lijnen eene cf.

$$\left(8\binom{p}{2}_{4(p-2)},\ 32\binom{p}{3}_3\right).$$

11. Door het teeken (1 2 3) duid ik de σ_3 aan, welke de getallen 1, 2, 3 voor de notatie harer elementen vereischt. Blijkbaar zijn dan in σ_9 de cf. (1 2 3), (4 5 6), (7 8 9) onderling gescheiden. Elk der 18 tot deze drie cf. behoorende punten is behalve met de beide tot de σ_3 te rekenen lijnen nog met twaalf lijnen incident, dus met 24 punten der σ_9 collineair gelegen. De overige 54 punten van σ_9 dragen dus elk $18 \times 24 : 54 = 8$ der genoemde lijnen, derhalve 6 van de overige lijnen der σ_9. Na de afzondering der 3 cf. σ_3 blijft dus eene $(54_6, 108_3)$ over.

Worden de getallen van 1 tot np in p groepen elk van

n getallen gerangschikt, dan zijn de p door deze groepen aangewezen en in σ_{np} begrepen cf. σ_n onderling gescheiden. Elk punt van zulk eene σ_n draagt nu behalve de $2n-4$ tot deze σ_n behoorende lijnen nog $2n(p-1)$ lijnen λ. De $p \cdot n(n-1) \cdot 2n(p-1)$ lijnen λ der σ_{np} bevatten elk nog twee punten μ dezer cf.; bijgevolg is elk der $np(np-n)$ punten μ incident met $2p \cdot n(n-1) \cdot 2n(p-1) : np(np-n)$ of $4n-4$ lijnen λ, dus met $(2np-4)-(n-4)$ of $2n(p-2)$ lijnen, welke geen punt van eenige σ_n dragen.

Derhalve:

Licht men uit eene cf. σ_{np} de elementen van p cf. σ_n, welke paarsgewijze genomen geen getal hunner notatie gemeen hebben, dan blijft er, na afzondering der lijnen, die naar de punten dier σ_n convergeeren, eene cf.

$$\left(2n^2\binom{p}{2}_{2n(p-2)},\ 4n^3\binom{p}{3}_3\right).$$

In deze uitkomst is blijkbaar voor $n=2$ het in 10. behandelde bijzondere geval begrepen.

12. Neemt men in aanmerking, dat de beide door (1 2 3 4) en (1 5 6 7) aangewezen σ_4 geen element gemeen hebben, dan kan voor $n=3m+1$ elk getal met m drietallen tot evenzoovele onderling gescheiden σ_4 verbonden worden; zal het mogelijk zijn, op deze wijze eene tabel van $\frac{1}{12}n(n-1)$ gescheiden σ_4 te vinden, dan moet $n=12k+1$ of $12k+4$ wezen. De samenstelling van zulk eene tabel geschiedt op de wijze, waarop ik in mijn opstel »Ueber polyedrale Configurationen" (*Math. Ann.* XXXIV, S. 240) zoogenaamde hoofd-π_4-groepen heb gevormd. Hier volgen twee tabellen voor de beide kleinste waarden, welke n blijkens het bovenstaande kan hebben, dus voor $n=13$ en 16; de vier getallen van elke σ_4 zijn daarbij onder elkander geplaatst.

1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	5	10
2	4	6	8	4	5	7	4	5	6	7	6	11
3	5	7	9	6	9	8	8	7	9	9	8	12
10	11	12	13	13	12	11	12	13	11	10	10	13

$\cdots(2)$

1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	9	13
2	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	6	10	14
3	9	10	11	12	10	9	12	11	11	12	9	10	12	11	10	9	7	11	15
4	13	14	16	15	16	15	13	14	15	16	14	13	14	13	15	16	8	12	16

..(3)

Wordt uit elke σ_4 eener zoodanige groep eene **hoofd**vierzijde weggelaten, b. v. uit (1 2 3 4) de hoofdvierzijde 1 2 3, 14 (2), 24 (3), 34 (1), waardoor σ_n in het geheel $\frac{1}{3} n(n-1)$ onderling gescheiden lijnen verliest, die samen alle punten der cf. dragen, dan ontstaat eene cf. met de indices $2n-5$ en 3. Verwijdert men daarentegen *alle* lijnen der verschillende σ_4, zoodat elk punt der σ_n vier lijnen verliest, dan komt eene cf. met de indices $2n-8$ en 3 te voorschijn.

Als $n \equiv 1$ *of* 4 (*mod.* 12) *is, dan bezit* σ_n *hoofd-*σ_n*-groepen, d. w. z. groepen van* σ_4*, welke samen alle punten der* σ_n *bevatten. Licht men uit elke* σ_4 *der groep eene hoofdvierzijde, zoo ontstaat eene*

$$\left(n(n-1)_{2n-5},\ \frac{1}{3}n(n-1)(2n-5)_3\right);$$

verwijdert men alle lijnen der groep, zoo blijft eene

$$\left(n(n-1)_{2n-8},\ \frac{2}{3}n(n-1)(n-4)_3\right).$$

De voorgaande beschouwing kan uitgebreid worden tot het geval, dat $n \equiv 1$ (mod. $p-1$). Plaatst men achter elk getal $(n-1):(p-1)$ verschillende groepen van $p-1$ getallen, dan zal eene groep van $n(n-1):p(p-1)$ onderling gescheiden σ_p kunnen gevormd worden, wanneer $n(n-1)$ door $p(p-1)$ deelbaar is. Laat men in dit geval van elke σ_p der groep de cf. lijnen weg, dan verliest elk punt van σ_n $2p-4$ lijnen, blijft dus incident met $2n-2p$ der overige $\frac{2}{3}n(n-1)(n-2) - \frac{2}{3}n(n-1)(p-2)$ lijnen.

Voor $n-1$ *deelbaar door* $p-1$ *en* $n(n-1)$ *deelbaar door* $p(p-1)$ *bezit* σ_n *hoofd-*σ_p*-groepen; door afscheiding van alle lijnen van zulk eene groep komt men tot eene cf.*

$$\left(n(n-1)_{2(n-p)}, \frac{2}{3}n(n-1)(n-p)_3\right).$$

§ 4.

13. Beschouwt men in tabel (2) elk getal als de notatie van een punt, dan geven de 13 kolommen de notatie voor de lijnen eener 13_4, die, zooals gemakkelijk blijkt, niet geheel bestaanbaar kan wezen. Immers door afzondering van een harer punten met de vier daar samenkomende lijnen ontstaat eene $(12_3, 9_4)$, de reciproke figuur der buigpunten-cf. van Hesse, welke hoogstens drie bestaanbare punten bevat; laat men uit deze cf. eene lijn en de vier door haar gedragen punten weg, dan komt de bekende, reeds door Cayley (Crelle XXXVIII, 1848) opgemerkte, gedeeltelijk bestaanbare 8_3 te voorschijn.

14. Terloops wensch ik hier aan te toonen, dat er ook geene reëele 14_4 kan gevonden worden. Elk punt eener 14_4 is slechts van een punt der cf. gescheiden; verwijdert men zulk een puntenpaar benevens de acht door hen gedragen lijnen, dan houdt men eene cf. $(12_2, 6_4)$ over, d.w.z. de cf., welke uit de volledige zeszijde $(15_2, 6_5)$ ontstaat door afscheiding van een drietal onderling gescheiden punten. In de $(12_2, 6_4)$ met de lijnen a, b, c, d, e, f, welke de punten ad, be, cf niet bevat, is het punt ab gescheiden van cd, ce, de, df, ef, zoodat het drietal ab, cd, ef met een nieuw punt x, het drietal ab, ce, df met een punt y collineair kan gedacht worden. Op deze wijze vindt men vier lijnen door x en vier door y, welke elk met drie punten der $(12_2, 6_4)$ incident zijn en met deze cf. eene 14_4 vormen. Zoodoende komt men tot tabel (4), waar de punten der 14_4 door de getallen van 1 tot 14 zijn aangeduid.

1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	5	6	11
2	4	6	8	4	5	7	4	7	5	9	7	8	12
3	5	7	9	6	9	8	8	9	6	10	10	10	13
10	11	12	13	13	12	14	12	11	14	14	13	11	14

. .(4)

Nu worden de vier punten 2, 4, 6, 13 uit het punt 1 in de punten 2, 5, 12, 9 en uit het punt 14 in de punten 2, 9, 5, 12 geprojecteerd. Stelt men de dubbelverhouding van 2, 5, 12, 9 door α voor, dan is de dubbelverhouding van 2, 9, 5, 12 gelijk aan $(\alpha-1):\alpha$; daar uit $\alpha=(\alpha-1):\alpha$ volgt dat $\alpha^2-\alpha+1=0$ is, vormen de punten 2, 5, 9, 12 eene equianharmonische groep.

§ 5.

15. Om elke $\sigma_4 \equiv (12_4, 16_3)\,A$ kan eene tweetakkige kromme van den derden graad beschreven worden *); construeert men voor elke tot σ_n behoorende σ_4 de bijbehoorende K_3, dan ontstaat eene figuur, waarin $\binom{n}{4}$ kubische krommen elk twaalf der $n(n-1)$ punten dragen, zoodat elk punt van σ_n met $\binom{n-2}{2}$ dezer krommen incident is, en de zes punten eener in σ_n begrepen, door drie getallen voorgestelde σ_3 op $n-3$ dier krommen liggen. Voor σ_5 vindt men zoodoende de kubische $(20_3, 5_{12})$ van tabel (5).

K_3	Twaalftallen van punten.
V	12, 13, 14, 23, 24, 34, (12),(13),(14),(23),(24),(34).
IV	12, 13, 15, 23, 25, 35, (12),(13),(15),(23),(25),(35).
III	12, 14, 15, 24, 25, 45, (12),(14),(15),(24),(25),(45).
II	13, 14, 15, 34, 35, 45, (13),(14),(15),(34),(35),(45).
I	23, 24, 25, 34, 35, 45, (23),(24),(25),(34),(35),(45).

. .(5)

*) Vgl. mijn opstel „Over vlakke configuraties", (*Versl. en Med.* deel V. bl. 112).

De punten eener σ_n vormen met de tweetakkige kubische krommen, welke door de in de cf. begrepen σ_4 bepaald zijn, eene cf.

$$\left(n\,(n-1)_{\binom{n-2}{2}},\ \binom{n}{4}_{12}\right).$$

16. De punten van elke tot σ_4 behoorende $(9_2, 6_3)\,A$ vormen met drie punten der geassociëerde σ_4 eene nieuwe σ_4*); twee geassociëerde σ_4 geven dus aanleiding tot 32 cf. van dezelfde soort, die elk negen punten der eene en drie punten der andere cf. bevatten. Behalve de beide tot de oorspronkelijke σ_4 behoorende K_3 zijn er dus nog 32 kubische krommen, welke elk twaalf van de cf. punten dragen. Met behulp van de notatie van het zooeven aangehaalde opstel vindt men voor de cf. der 24 punten en 32 kubische krommen de volgende tabel, waar elke regel de twaalf punten eener K_3 bevat.

$$\left|\begin{array}{llll}
1\,2\,3\,5 & 1'\,3'\,4'\,5' & 1''\,2''\,4''\,5'' \\
1\,2\,3\,5 & 2'\,3'\,4'\,6' & 1''\,2''\,3''\,6'' \\
1\,2\,3\,6 & 1'\,2'\,3'\,6' & 2''\,3''\,4''\,5'' \\
1\,2\,3\,6 & 1'\,2'\,4'\,5' & 1'\,3''\,4''\,6'' \\
1\,2\,4\,5 & 1'\,3'\,4'\,8' & 1''\,2''\,3''\,8'' \\
1\,2\,4\,5 & 2'\,3'\,4'\,7' & 1''\,2''\,4''\,7'' \\
1\,2\,4\,6 & 1'\,2'\,3'\,7' & 1''\,3''\,4''\,8'' \\
1\,2\,4\,6 & 1'\,2'\,4'\,8' & 2''\,3''\,4''\,7'' \\
1\,3\,4\,7 & 1'\,2'\,3'\,7' & 1''\,2''\,4''\,5'' \\
1\,3\,4\,7 & 1'\,2'\,4'\,8' & 1''\,2''\,3''\,6'' \\
1\,3\,4\,8 & 1'\,3'\,4'\,8' & 2''\,3'\,4''\,5'' \\
1\,3\,4\,8 & 2'\,3'\,4'\,7' & 1''\,3''\,4''\,6'' \\
2\,3\,4\,7 & 1'\,2'\,3'\,6' & 1''\,2''\,3''\,8''
\end{array}\right| \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

*) *Acta Math.* XII, S. 72.

2 3 4 7	1′ 2′ 4′ 5′	1″ 2″ 4″ 7″
2 3 4 8	1′ 3′ 4′ 5′	1″ 3″ 4″ 8″
2 3 4 8	2′ 3′ 4′ 6′	2″ 3″ 4″ 7″
1 5 6 7	1′ 5′ 7′ 8′	1″ 5″ 6″ 8″
1 5 6 7	2′ 6′ 7′ 8′	2″ 5″ 6″ 7″
1 5 6 8	3′ 6′ 7′ 8′	3′ 5″ 6″ 8″
1 5 6 8	4′ 5′ 7′ 8′	4″ 5″ 6″ 7″
2 5 6 7	1′ 5′ 6′ 8′	2″ 5″ 7″ 8″
2 5 6 7	2′ 5′ 6′ 7′	1″ 6″ 7″ 8″
2 5 6 8	3′ 5′ 6′ 7′	4″ 5″ 7″ 8″
2 5 6 8	4′ 5′ 6′ 8′	3″ 6″ 7″ 8″
3 5 7 8	3′ 5′ 6′ 7′	1″ 5″ 6″ 8″
3 5 7 8	4′ 5′ 6′ 8′	2″ 5″ 6″ 7″
3 6 7 8	1′ 5′ 6′ 8′	3″ 5″ 6″ 8″
3 6 7 8	2′ 5′ 6′ 7′	4″ 5″ 6″ 7″
4 6 7 8	1′ 5′ 7′ 8′	4″ 5″ 7″ 8″
4 6 7 8	2′ 6′ 7′ 8′	3″ 6″ 7″ 8″
4 5 7 8	3′ 6′ 7′ 8′	2″ 5″ 7″ 8″
4 5 7 8	4′ 5′ 7′ 8′	1″ 6″ 7″ 8″

. . . . . (6)

Let men nog op de beide door de twee geassociëerde σ_4 bepaalde kubische krommen, dan volgt:

De punten der harmonische $(24_3, 18_4)$ *vormen met* 34 *tweetakkige krommen van den derden graad eene cf.* $(24_{17}, 34_{12})$, *waaruit door afzondering van twee bepaalde kubische krommen eene cf.* $(24_{16}, 32_{12})$ *kan ontstaan.*

De boven aangewezen 32 K_3 kunnen blijkens tabel (6) gerangschikt worden in 16 paren, zoodat de beide krommen van elk paar samen alle punten der $(24_3, 18_4)$ dragen. Uit de kubische cf. $(24_{16}, 32_{12})$ kunnen dus eenvoudiger cf. af-

geleid worden door een of meer paren van krommen uit haar weg te laten.

17. In de σ_4 bestaat de restfiguur der rechte $1\,1'\,1''$ uit de lijnen $2\,3'\,4''$, $2\,4'\,3''$, $3\,4'\,2''$, $3\,2'\,4''$, $4\,2'\,3''$, $4\,3'\,2''$ (notatie van het aangehaalde opstel in *Acta Math.*); zij vormen in deze volgorde de zijden van een zeshoek, waarvan de hoofddiagonalen $22'$, $4'4$, $33'$ in het punt $1''$ samenkomen, raken dus eene kegelsnede, welke door het teeken $(1\,1\,1)$ kan aangeduid worden. De 16 lijnen der σ_4 omhullen derhalve in zestallen 16 $\mathfrak{K}^2$, zoodat elke lijn 6 $\mathfrak{K}^2$ aanraakt. Voor de reciproke figuur der σ_4, d. i. de cf. $\Sigma_4 \equiv (16_3,\ 12_4)\,A$ heeft men dus:

De punten eener Σ_4 vormen met zestien kegelsneden eene conische cf. 16_6.

De volgende tabel geldt voor de beide cf. 16_6; de eerste kolom bevat de 16 kegelsneden, de overige òf de lijnen der σ_4 òf de punten der Σ_4.

$(1\,1\,1)$	$2\,3'\,4''$	$2\,4'\,3''$	$3\,4'\,2''$	$3\,2'\,4''$	$4\,2'\,3''$	$4\,3'\,2''$
$(1\,2\,2)$	$2\,3'\,4''$	$2\,4'\,3''$	$3\,1'\,3''$	$3\,3'\,1''$	$4\,4'\,1''$	$4\,1'\,4''$
$(1\,3\,3)$	$2\,1'\,2''$	$2\,2'\,1''$	$3\,2'\,4''$	$3\,4'\,2''$	$4\,4'\,1''$	$4\,1'\,4''$
$(1\,4\,4)$	$2\,1'\,2''$	$2\,2'\,1''$	$3\,3'\,1'$	$3\,1'\,3''$	$4\,2'\,3''$	$4\,3'\,2''$
$(2\,1\,2)$	$1\,3'\,3''$	$1\,4'\,4''$	$3\,2\,4''$	$3\,3'\,1''$	$4\,2'\,3''$	$4\,4'\,1''$
$(2\,2\,1)$	$1\,3'\,3''$	$1\,4'\,4''$	$3\,4'\,2''$	$3\,1'\,3''$	$4\,1'\,4''$	$4\,3'\,2''$
$(2\,3\,4)$	$1\,1'\,1''$	$1\,2'\,2''$	$3\,4'\,2''$	$3\,1'\,3''$	$4\,2'\,3''$	$4\,4'\,1''$
$(2\,4\,3)$	$1\,1'\,1''$	$1\,2'\,2''$	$3\,2'\,4''$	$3\,3'\,1''$	$4\,3'\,2''$	$4\,1'\,4''$
$(3\,1\,3)$	$1\,2'\,2''$	$1\,4'\,4''$	$2\,3'\,4''$	$2\,2'\,1''$	$4\,4'\,1''$	$4\,3'\,2''$
$(3\,2\,4)$	$1\,1'\,1''$	$1\,3'\,3''$	$2\,4'\,3''$	$2\,1'\,2''$	$4\,3'\,2''$	$4\,4'\,1''$
$(3\,3\,1)$	$1\,2'\,2''$	$1\,4'\,4''$	$2\,4'\,3''$	$2\,1'\,2''$	$4\,2'\,3''$	$4\,1'\,4''$
$(3\,4\,2)$	$1\,1'\,1''$	$1\,3'\,3''$	$2\,3'\,4''$	$2\,2'\,1''$	$4\,2'\,3''$	$4\,1'\,4''$
$(4\,1\,4)$	$1\,2'\,2''$	$1\,3'\,3''$	$2\,4'\,3''$	$2\,2'\,1''$	$3\,3'\,1''$	$3\,4'\,2''$
$(4\,2\,3)$	$1\,1'\,1''$	$1\,4'\,4''$	$2\,3'\,4''$	$2\,1'\,2''$	$3\,3'\,1''$	$3\,4'\,2''$
$(4\,3\,2)$	$1\,1'\,1''$	$1\,4'\,4''$	$2\,4'\,3''$	$2\,2'\,1''$	$3\,2'\,4''$	$3\,1'\,3''$
$(4\,4\,1)$	$1\,2'\,2''$	$1\,3'\,3''$	$2\,3'\,4''$	$2\,1'\,2''$	$3\,1'\,3''$	$3\,2'\,4''$

. . (7)

Daar elke lijn der σ_n tot $n-3$ cf. σ_4 behoort, zullen de zestientallen van rakende kegelsneden, welke door de $\binom{n}{4}$ cf. σ_4 bepaald zijn, met de $4\binom{n}{3}$ lijnen der σ_n eene cf. vormen, waarin elke kegelsnede door zes lijnen wordt aangeraakt, terwijl elke lijn $6(n-3)$ maal als raaklijn voorkomt. Voor de wederkeerige figuur Σ_n der σ_n geldt dus:

De punten eener Σ_n geven aanleiding tot eene conische cf.

$$\left(4\binom{n}{3}_{6(n-3)},\ 16\binom{n}{4}_6\right).$$

§ 6.

18. Zijn 1, 2, 3, 4, 5, 6 zes conconische punten der serpentine eener tweetakkige kubische kromme, dan zal de K_2, welke van elk der punten 1, 2, 3, 4, 5 een antitangentiaalpunt bevat, door een der antitangentiaalpunten van 6 gaan, daar immers de tangentiaalpunten van zes conconische punten wederom een conisch zestal vormen; de 24 antitangentiaalpunten liggen dus in zestallen op 4^5 kegelsneden. Behooren de zes conconische punten tot eene eentakkige K_3, zoodat elk hunner slechts twee bestaanbare antitangentiaalpunten bezit, dan zijn er slechts 2^5 kegelsneden. Dus:

De antitangentiaalpunten van zes conconische punten der serpentine eener kubische kromme vormen met 1024 *kegelsneden eene cf.* $(24_{256},\ 1024_6)$.

Behooren de zes punten tot eene eentakkige kubische kromme, dan geven zij aanleiding tot eene conische $(12_{16},\ 32_6)$.

De laatste cf. maakt natuurlijk deel uit van de eerste; immers wanneer men bij de tweetakkige kromme de op het ovaal gelegen raakpunten buiten beschouwing laat, zullen de overige twaalf slechts 32 kegelsneden bepalen; dit zal trouwens ook zoo zijn, als men van een even aantal punten de antitangentiaalpunten op het ovaal, van de overige de antitangentiaalpunten op de serpentine neemt. De boven gevonden cf. ontaarden blijkbaar in twee cf. σ_4

of twee σ_3, zoodra de K_2 der zes punten in twee rechten overgaat.

19. Door gebruik te maken van eene elders door mij bewezen eigenschap, volgens welke de rechte, die eenig punt eener osculatiegroep der n^{de} orde met eenig punt eener gelijksoortige groep verbindt, de kubische kromme in een punt ontmoet, waarvan het n^{de} restpunt met de restpunten der bedoelde groepen collineair ligt *), kan men conische cf. van meer samengestelden aard construeeren.

Zijn (12), (34), (56) de snijpunten van K_3 met de lijnen 12, 34, 56, dan volgt uit de conconische ligging der punten 1 tot 6 de collineaire ligging van (12), (34), (56). Stelt men nu door i_n een n^{de} *antirestpunt* van i voor, d. w. z. een punt van de osculatiegroep der n^{de} orde, waarvan i het restpunt is, dan gaat, volgens de bovenstaande eigenschap, de lijn $1_n\ 2_n$ door een der punten $(12)_n$, $3_n\ 4_n$ door een der punten $(34)_n$; verder de lijn $(12)_n\ (34)_n$ door een der punten $(56)_n$, dus de lijn $5_n\ (56)_n$ door een der punten 6_n, m. a. w. elke kegelsnede, welke van elke der door 1, 2, 3, 4, 5 bepaalde osculatiegroepen een punt bevat, gaat door een n^{de} antirestpunt van 6. Daar dezelfde beschouwing voor *anticentra* geldt, d. w. z. voor punten der centraalgroepen, waarvoor de punten 1, 2, 3, 4, 5, 6 de centra der m^{de} orde zijn, heeft men algemeen.

Construeert men voor zes conconische punten eener eentakkige kubische kromme de osculatiegroepen der n^{de} orde, dan vormen de punten dezer groepen met een stelsel van kegelsneden eene cf.

$$(6\,(3\,n-1)_{(3n-1)^4},\ (3\,n-1)^5{}_6).$$

Bepaalt men van elk dier zes punten de centraalgroepen der m^{de} orde, dan vindt men eene conische cf.

$$(6\,(3\,m-2)_{(3m-2)^4},\ (3\,m-2)^5{}_6).$$

---

*) „Over vlakke configuraties, welke uit de osculatiegroepen der kubische kromme kunnen gevormd worden" (*Versl. en Med.*, Deel VI, blz. 237)

Deze beschouwingen gelden ook voor zes conconische punten der serpentine van eene tweetakkige kubische kromme, mits men voor oneven waarde van n een even aantal osculatiegroepen op de serpentine kiest; voor even waarden van n kan een even aantal der conconische punten tot het ovaal behooren. (Zie blz. 236 van het laatst aangehaalde opstel.)

20. Wordt, evenals boven, het snijpunt van K_3 met de verbindingslijn der punten i en k door $(i\,k)$ aangewezen, dan volgt uit de conconische ligging der punten 1, 2, 3, 4, 5, 6, dat de punten $(i\,k)$, $(l\,m)$, $(n\,p)$ collineair liggen, zoodat de 15 punten $(i\,k)$ tot eene cf. 15_3 behooren, welke gelijksoortig is met de atrigonische 15_3 van MARTINETTI *). Deze cf. bezit 6 hoofdvijfzijden, welke ik door a, b, c, d, e, f zal voorstellen. Daar elke cf.lijn tot twee dier hoofdvijfzijden behoort, kunnen de 15 lijnen der cf. door de combinaties twee aan twee der zes boven genoemde letters worden aangeduid. Zoodoende komt men tot de volgende tabel dezer 15_3:

Lijnen	(ab)	(ef)	(cd)	(df)	(ac)	(be)	(ce)	(bf)	(ad)	(bd)	(ae)	(cf)	(af)	(bc)	(de)
Punten	(12)	(12)	(12)	(13)	(13)	(13)	(14)	(14)	(14)	(15)	(15)	(15)	(16)	(16)	(16)
	(34)	(35)	(36)	(24)	(25)	(26)	(23)	(25)	(26)	(23)	(24)	(26)	(23)	(24)	(25)
	(56)	(46)	(45)	(56)	(46)	(45)	(56)	(36)	(35)	(46)	(36)	(34)	(45)	(35)	(34)

(8)

De restfiguur der lijn $(a\,b)$ is eene $(12_2, 8_3)\,A$ met de lijnen $(a\,c)$, $(a\,d)$, $(a\,e)$, $(a\,f)$ en $(b\,c)$, $(b\,d)$, $(b\,e)$, $(b\,f)$. Wordt nu het snijpunt der lijnen $(a\,c)$ en $(b\,c)$ door het teeken $(a\,b)\,c$ aangeduid, dan vormen de genoemde twee viertallen van lijnen de volgende $(16_2, 8_4)\,A$:

$$\left\{\begin{array}{llll} (13) & (25) & (a\,b)\,c & (46) \\ (26) & (14) & (35) & (a\,b)\,d \\ (a\,b)\,e & (36) & (24) & (15) \\ (45) & (a\,b)\,f & (16) & (23) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (9)$$

*) „Sopra alcune configurazioni piane" (*Annali di Matematica.* XIV. p. 173). De bovengenoemde constructie dezer cf. werd mij in Januari 1889 door Dr. SCHOENFLIES medegedeeld, tegelijk met de constructie eener na te melden 27_3.

(Elke rij en elke kolom in (9) bevat de punten eener cf.lijn).

Daar de punten dezer cf. de basis van een bundel krommen der vierde orde vormen, en twaalf dier punten concubisch zijn, liggen de overige vier in eene rechte, welke ik door $a\,b$ voorstel; men heeft dan

$$a\,b \equiv ((a\,b)\,c,\ (a\,b)\,d,\ (a\,b)\,e,\ (a\,b)\,f).$$

Ten opzichte van deze lijn verkeeren de vierzijden $((a\,c)$, $(a\,d)$, $(a\,e)$, $(a\,f))$ en $((b\,c)$, $(b\,d)$, $(b\,e)$, $(b\,f))$ in lineale ligging; bijgevolg komen de zes verbindingslijnen van overeenkomstige hoekpunten drie aan drie in vier nieuwe punten samen. Deze zes verbindingslijnen zijn blijkbaar

$$\begin{array}{l|l} c\,d \equiv ((c\,d)\,a,\ (c\,d)\,b) & e\,f \equiv ((e\,f)\,a,\ (e\,f)\,b) \\ c\,e \equiv ((c\,e)\,a,\ (c\,e)\,b) & d\,f \equiv ((d\,f)\,a,\ (d\,f)\,b) \\ c\,f \equiv ((c\,f)\,a,\ (c\,f)\,b) & d\,e \equiv ((d\,e)\,a,\ (d\,e)\,b) \end{array}$$

De bedoelde vier punten kunnen dan aangeduid worden door $c\,d\,e \equiv (c\,d,\ d\,e,\ e\,c)$ enz. Nu vormen de 60 punten $(a\,b)\,c$ enz. en de 20 punten $a\,b\,c$ enz. met de 15 lijnen $(a\,b)$ enz. en de 15 lijnen $a\,b$ enz. eene cf. $(80_3,\ 30_8)$, waarin $(a\,b)\,c$ de lijnen $a\,b$, $(a\,c)$, $(b\,c)$ en $a\,b\,c$ de lijnen $a\,b$, $a\,c$, $b\,c$ draagt; deze cf. is dus reciprook verwant met de cf. σ_6.

De 15 *lijnen en* 60 *nevenpunten der atrigonische* 15_3 *behooren tot eene cf.* Σ_6. *De nieuwe* 15 *lijnen en* 20 *punten dezer cf. vormen de reciproke figuur eener* π_6.

21. Zijn 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de snijpunten van eene kromme van den vierden graad met eene kegelsnede, en duidt men door $(i\,k)_1$ en $(i\,k)_2$ de punten aan, welke K_4 nog met de verbindingslijn van i en k gemeen heeft, dan zijn de acht punten

$$(i\,k)_1,\ (l\,m)_1,\ (n\,p)_1,\ (q\,r)_1;\ (i\,k)_2,\ (l\,m)_2,\ (n\,p)_2,\ (q\,r)_2$$

eveneens conconisch. De 28 lijnen $i\,k$ bepalen derhalve $8!:2^4.4! = 105$ kegelsneden, zoodat de 56 punten $(i\,k)$

tot eene conische cf. (56_{15}, 105_8) behooren. Voor eene K_n vindt men op dezelfde wijze:

Is een 2 n-hoek gelijktijdig in eene kromme van den graad n en in eene kegelsnede beschreven, dan bepalen zijne $n(2n-1)$ zijden op de kromme K_n $n(2n-1)(n-2)$ punten, welke met $(2n)!:(2^n \cdot n!)$ krommen van den graad $n-2$ eene cf. vormen, waarvoor de puntenindex $(2n-2)!:(2^{n-1}.(n-1)!)$ en de krommenindex $n(n-2)$ is.

Ontaardt de kegelsnede in twee rechten, dan ontstaat eene cf.

$$(n^2\,(n-2)_{(n-1)!},\ n!_{n(n-2)}).$$

22. Worden de punten eener in K_3 beschreven cf. uit elk van drie collineaire punten 1, 2, 3 dezer kromme op haar geprojecteerd, dan bepalen de negen projecties van elk drietal collineaire cf. punten i, k, l eene atrigonische $(9_2, 6_3)$ met de lijnen:

$(1\,i)\ (2\,k)\ (3\,l)$	$(1\,i)\ (2\,l)\ (3\,k)$
$(1\,k)\ (2\,l)\ (3\,i)$	$(1\,k)\ (2\,i)\ (3\,l)$ . . (10)
$(1\,l)\ (2\,i)\ (3\,k)$	$(1\,l)\ (2\,k)\ (3\,i)$

Elk punt eener in K_3 beschreven $(3\,p_x,\ p\,x_3)$ *) levert dus door projectie drie nieuwe punten, welke elk $2\,x$ nieuwe lijnen dragen; de $9\,p$ projecties vormen derhalve met de $6\,p\,x$ lijnen der $p\,x$ cf. $(9_2, 6_3)$ eene cf. $(9\,p_{2x}, 6\,p\,x_3)$.

Vormen in de oorspronkelijke cf. de punten 4, 5, 6 een cf. driehoek, zoodat de zijden 45, 56, 64 achtereenvolgens de cf.punten 7, 8, 9 bevatten, dan ontstaan door projectie o. a. de drie lijnen (14) (25) (37), (25) (36) (18), (36) (14) (29), d. w. z. (14), (25), (36) zijn de toppen van een cf. driehoek der nieuwe cf. Daar de projectiecentra 1, 2, 3 zes permutaties toelaten, levert elke cf. driehoek der oude cf. zes driehoeken in de nieuwe cf.

Door projectie der punten eener in K_3 beschreven $(3\,p_x, p\,x_3)$

---

*) Hier moet voor p eene breuk genomen worden, wanneer men eene cf. μ_3 bedoelt, en μ geen drievoud is.

uit drie collineaire punten der kromme vindt men eene $(9p_{2x}, 6p_{x_3})$ *met zesmaal zoovele cf. driehoeken en p x atrigonische* $(9_2, 6_3)$ **).*

De uitbreiding der voorgaande beschouwing tot krommen van den graad n levert nieuwe cf. van punten en krommen.

Worden de punten eener in K_n *beschreven* $(n\,p_x,\ p\,x_n)$ *uit n collineaire punten der kromme op haar geprojecteerd, dan ontstaat eene uit punten en krommen van den graad* $(n-2)$ *gevormde cf.*

$$(n^2\,(n-2)\,p_{(n-1)!\,x},\quad n!\,p\,x_{n(n-2)}).$$

23. Van eene in K_3 beschreven atrigonische $(9_2, 6_3)$ stel ik de punten door de getallen 1 tot 9 voor en de lijnen door 123, 456, 789, 147, 258, 369. Wordt nu het drietal 4, 5, 6 uit de punten 1, 2, 3 op K_3 geprojecteerd, dan valt eene der zes lijnen, welke de negen projecties in drietallen vereenigen, met 789 samen; drie andere bevatten elk een der punten 7, 8, 9; de beide overige bevatten achtereenvolgens de projecties (15), (26), (34) van 5, 6, 4 uit 1, 2, 3 en de projecties (16), (24), (35) van 6, 4, 5 uit 1, 2, 3. Elk der zes paren onderling gescheiden lijnen der $(9_2, 6_3)$ levert nu twee gescheiden lijnen, die elk drie van de achttien snijpunten der kromme met de diagonalen der cf. dragen, m. a. w. deze nieuwe punten vormen met twaalf nieuwe lijnen eene $(18_2, 12_3)$, welke door de volgende tabel wordt voorgesteld.

(15)	(15)	(16)	(16)	(18)	(18	(19)	(19	(26)	(29)	(48)	(49)
(26	(27)	(24)	(37)	(24)	(29)	(27)	(34)	(38)	(35)	(59)	(68
(34)	(48)	(35)	(49)	(57)	(37)	(38)	67)	(59)	(68)	(67)	(57)

. . (11)

Tracht men deze cf. te construeeren, dan blijkt, dat zij

---

*) Wordt deze constructie toegepast op eene volledige vierzijde, dan ontstaat eene $(18_4, 24_3)$ met zes volledige vierzijden, die de reciproke figuur is der harmonische $(24_3, 18_4)$. Vgl. mijn opstel „Over de harmonische $(24_3, 18_4)$" (*Versl. en Med.*, Deel V, blz. 210).

het samenstel is van twee geheel gescheiden $(9_2, 6_3)$, welke met behulp van eene bekende notatie door

$$\left\{\begin{matrix}(15)\ (26)\ (34)\\(27)\ (38)\ (19)\\(48)\ (59)\ (67)\end{matrix}\right\} \quad \text{en} \quad \left\{\begin{matrix}(16)\ (24)\ (35)\\(37)\ (18)\ (29)\\(49)\ (57)\ (68)\end{matrix}\right\} \quad . \ . \ (12)$$

worden voorgesteld; met de oorspronkelijke $(9_2, 6_3)$ behooren zij tot de op bl. 92 aangehaalde 27_3 van SCHOENFLIES, die behalve de 18 lijnen der drie $(9_2, 6_3)$ nog deze lijnen bevat:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
(59)	(49)	(48)	(29)	(19)	(18)	(26)	(16)	(15)
(68)	(67)	(57)	(38)	(37)	(27)	(35)	(34)	(24)

. .. (13)

24. Construeert men voor de atrigonische 15_3 de snijpunten van hare 60 diagonalen met K_3, dan levert elke der tien in haar begrepen atrigonische $(9_2, 6_3)$ twee nieuwe soortgelijke cf., welke elk negen van die 60 punten bevatten; elk dezer nieuwe punten behoort derhalve tot drie cf. $(9_2, 6_3)$. Daar nu elke lijn dezer 20 cf. uit twee gescheiden lijnen der 15_3 ontstaat, welke tot geen andere in de 15_3 begrepen $(9_2, 6_3)$ behooren, leveren de genoemde 20 cf. 120 verschillende lijnen, zoodat zij samen eene cf. $(60_6, 120_3)$ vormen.

Deze constructie eener nieuwe cf. uit de snijpunten van K_3 met de diagonalen eener in haar beschreven cf. kan uitgevoerd worden, als de cf. regelmatig is en atrigonische $(9_2, 6_3)$ bevat. Zij kan uitgebreid worden tot cf. in krommen van den n^{den} graad beschreven, welke cf. $(n^2{}_3, 2n_n)$ met twee hoofd-n-zijden bevatten.

Kampen, 25 September 1889.

OBSERVATIONS

SUR QUELQUES

SPHÉROPSIDÉES QUI CROISSENT SUR LES FEUILLES DES ESPÈCES EUROPÉENNES DE DIANTHUS

PAR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Les Sphéropsidées qui font l'objet de l'étude suivante, sont les Ascochyta Dianthi, Depazea Dianthi, Dinemasporium Dianthi, Phyllosticta Dianthi et Septoria Dianthi de divers auteurs, qui jusqu'à ce jour n'ont pas échappé à un certain désordre lorsqu'on voulut en tracer la synonymie, et dont la signification varie beaucoup selon les auteurs qu'on croit devoir consulter.

Je commence par la communication que, de tous les noms cités, il n'y a que deux qui ont droit d'existence, savoir l'Ascochyta Dianthi et le Septoria Dianthi, tandisque les autres ne peuvent être employés que comme synonymes de ceux-ci. Les résultats auxquels je suis parvenu se trouvent réunis dans la table suivante, tracée d'après les caractères attribués aux genres par Mr. le prof. SACCARDO dans son Sylloge.

Révision.

1. *Ascochyta Dianthi* LIBERT Pl. crypt. Arduennae n^0. 158; Berk. Outl. 320; Cooke Brit. Fgi 456; Sacc. Syll. III, 398.

   Sicc. Lib. Ard. n^0. 158.

Synonymes.

1. Sphaeria Dianthi Alb. et Schw. Consp. 47 et Tab. VI, fig. 2; Fr. Syst. Myc. II, 531; Wallr. Fl. Cr. 767.
2. Depazea Dianthi Rab. Kr. Fl. 137.
3. Depazea vagans δ. Dianthi Kickx Louv. 125.
4. Septoria Dianthi West. Herb. Cr. Belge n°. 293.
   Sicc. West. Herb. Cr. Belge n°. 293.
5. Phyllosticta Dianthi West. Notices II, 20; Kickx Crypt. d. Fl. I, 411; Cooke Grev. XIV, 73; Sacc. Syll. III, 43; Bomm. et Rouss. Flor. Myc. de Brux. 254.
   Sicc. Roumeg. Fgi Gall. n°. 1324.
6. Dinemasporium Dianthi Oudem. Bot. Zeit. 1875, p. 591; Sacc. Syll. III, 684.

2. *Septoria Dianthi* Desm. Ann. d. Sc. nat. 3e S., XI, 346; Sacc. Mycol. Veneta 197; Sacc. Michelia I, 187; Sacc. Syll. III, 516.
   Sicc. Rabenh. Fgi Europ. n°. 360; Roumeg. Fgi Gallici n°. 1431.

Synonymes.

1. Ascochyta Dianthi Lasch in Klotzsch et Rabenh. Herb. Myc. Ed. 1a, n°. 863.
   Sicc. Lasch in Kl. et Rab. Herb. Myc. Ed. 1a, n°. 863; Fuck. Fgi Rhen. n°. 490.
2. Depazea Dianthi Desm. Champ. du Nord de la France, 1e Ed. n°. 344.
   Sicc. Desm. Ch. du Nord de la Fr. 1e Ed. n°. 344.

L'occasion m'ayant été donnée d'examiner tous les échantillons desséchés dont j'ai fait mention, il me semble que mes communications pourront avoir quelque intérêt pour ceux qui s'occupent d'études systématiques sur le vaste champ de la mycologie.

Qu'il me soit permis de présenter à présent quelques observations, qui pourront servir à faire mieux comprendre la Révision précédente.

I. L'*Ascochyta Dianthi* — le nom du genre pris dans le

sens que lui attribue Mr. SACCARDO dans *Syll.* III, 384 — n'a pas été introduit dans la science par BERKELEY, mais par Mlle LIBERT. Celle-ci, en même temps l'auteur du nom générique, en faisait usage dès l'année 1832 (*Pl. crypt. Arduennae*, 2e Livr. n0. 158), tandisque BERKELEY n'écrivit qu'en 1860 (*Outlines* p. 320). BERKELEY, en plaçant l'initiale B. derrière le nom spécifique, donna lieu à l'opinion qu'il en était l'auteur, ce dont on peut se convaincre en consultant le *Handbook of British Fungi* de Mr. COCKE (p. 456) et le *Sylloge* de Mr. SACCARDO (III, 398). Ces deux savants ont été le dupe de cette initiale, prouvant par là que la collection LIBERT (Quatre Centuries en 4^0) leur était restée inconnue, justement comme à BERKELEY.

Il existe encore une autre particularité dans les oeuvres de BERKELEY, là où il s'explique sur l'*Ascochyta Dianthi*, que je ne pourrais passer sous silence. En effet, une note ajoutée à ce nom au page 320 de ses *Outlines*, nous apprend qu'une figure des sporules se trouve ajoutée au n^0. 104 des champignons d'Angleterre, décrits par lui dans les *Annals of Natural History* (Tome I, p. 207, a^0 1838). Là pourtant le champignon porte le nom de: »Sphaeria (Depazea) Dianthi ALB. et SCHWEIN. (*Consp.* p. 47)", de sorte qu'il n'y a pas de doute que BERKELEY crut pouvoir tenir ces deux noms pour synonymes. Quoiqu'il y aurait lieu de conserver quelque doute à cet égard, admettons que l'auteur ait deviné juste. Ce que nous voulions mettre en relief, c'est que le terme »Depazea" ne se trouve nulle part dans le Conspectus cité et que ALBERTINI et SCHWEINITZ se sont contentés du nom »Sphaeria Dianthi", sans rien de plus. Il est évident que BERKELEY ne s'est pas adressé directement à l'ouvrage de ces mycologues, mais qu'il n'y vit point d'embarras à copier FRIES, qui, après avoir introduit le sous-genre Depazea parmi les Sphaeriae foliicolae (*Syst. Myc.* II, 527), fit mention du Sphaeria Depazea Dianthi, non comme si cette nomenclature lui serait personelle, mais comme s'il l'avait empruntée aux auteurs du Conspectus.

Mais il y a plus. En examinant de plus près la figure des *Annals of Natural History* et la légende qui s'y rap-

porte, nous nous apercevons: 1° que les sporules dessinées n'avaient pas été cueillies d'une espèce de Dianthus, comme le voulaient les *Outlines* (»On living pink-leaves"), mais sur l'Agrostemma Githago, et 2° que ces sporules, mesurant 15 millim. de long sur 5 mill. de large, et ayant été grossies 600 fois, avaient eu une longueur et une largeur réelle respectivement de 25 sur $8^{1}/_{3}$ microns. Or, ce sont des dimensions beaucoup trop fortes pour l'Ascochyta en question.

En récapitulant tout ceci, trois choses semblent possibles: ou que par erreur l'Agrostemma Githago ait été signalé au lieu d'une espèce de Dianthus — mais alors les mesures seraient fautives; ou bien que le nom d'Agrostemma Githago ait été exact et que les mesures ne laissent rien à désirer — mais alors les figures n'auraient pas du être signalées comme représentant les sporules de l'Ascochyta Dianthi; ou bien enfin que l'Agrostemma Githago et le Dianthus barbatus (ou telle autre espèce de Dianthus) produisent la même espèce d'Ascochyta — mais alors les mesurages n'ont pas été institués avec l'exactitude nécessaire.

Quant à moi, je me confesse à la troisième supposition, parce qu'il ne peut y avoir de doute que les sporules appartiennent à une espèce d'Ascochyta *), et que j'ai quelque peine à soupçonner que Berkeley, en mycologue expérimenté, aurait noté inexactement les plantes attaquées d'un champignon et soumises à son examen, ou ne se serait pas aperçu que les sporules de l'Ascochyta, parasite de l'Agrostemma, étaient beaucoup plus grosses que celles appartenant à l'Ascochyta du Dianthus.

Je n'ai donc pas hésité à regarder le champignon, signalé par Berkeley dans ses *Outlines*, comme identique avec celui, publié sous le n° 158 par Mlle Libert dans ses Pl. cr.

---

*) Quoique les figures de Berkeley ne montrent que des sporules uniloculaires, pourtant sa description, faisant mention de: „Sporidia spathulate, sometimes divided in two parts, as the spores of Dactylium pyriforme Fr. containing a few globose granules" ne laisse exister aucun doute qu'il n'en ait observé des biloculaires.

Arduennae, et cela d'autant moins que Mr. Cooke, dans Grevillea XIV, p. 76, continue à affirmer que l'*Ascochyta Dianthi* se présente également bien sur l'Agrostemma et le Dianthus.

II. La diagnose publiée par feu Mlle Libert à propos de l'*Ascochyta Dianthi*, étant conçue dans ces termes: »Epiphylla. Maculis indeterminatis pallidis; peritheciis minutis fuscis poro apertis; cirrhis albis; ascis ellipsoideis; sporidiis 3 pellucidis", la demande nous est suggérée, dans quel sens doive être accepté le mot »Epiphylla", c'est à dire, si l'auteur l'aurait employée exclusivement pour indiquer que le champignon occupe les feuilles, ou bien qu'il en occupe la face supérieure. Or, la circonstance que sur l'étiquette du n° 164 de la même collection, représentant le Leptothyrium Juglandis, l'on rencontre le mot »Hypophylle", nous force à admettre que Mlle Libert ne fit usage de ces deux mots que dans un sens limité. Cela étant, il nous importe à relever, que l'*Ascochyta Dianthi* naît sur les *deux* faces des feuilles indistinctement, d'où il suit que la diagnose ci-dessus répétée devrait être améliorée en ce sens.

III. La question, si le *Sphaeria Dianthi* d'Albertini et Schweinitz (Conspectus Fungorum Lusatiae superioris, p. 47) soit identique avec l'*Ascochyta Dianthi* Lib. n'est pas facile à résoudre, à cause que ces auteurs ne font aucune mention ni de la forme, ni de la dimension des sporules. Néanmoins il me semble que leurs figures (Tab. VI, f. 2 *a,b,c,d*) ressemblent plus aux taches attaquées par l'*Ascochyta*, qu'à celles portant le *Septoria Dianthi*. Les périthèces de ce dernier m'ont toujours paru moins enflés, plus petits et plus rapprochés l'un de l'autre que ceux qu'on trouve figurés par les auteurs du Conspectus. Ajoutons que Albertini et Schweinitz, quoique (résultat d'observation incomplète) niant l'existence d'une ouverture dans les périthèces de leur espèce, n'oublient pas de nous apprendre que ceux-ci se montrent souvent couronnés d'un fil tordu de glaire raidie d'un blanc-jaunâtre, et que les mycologues qui ont eu l'occasion d'examiner l'*Ascochyta Dianthi* se sont exprimés dans le même sens. Des exemplaires de ce champignon, récemment cueillis au

mois de Novembre de cette année, nous montraient également ces cirrhes avec une netteté remarquable. Certes, les périthèces du *Septoria Dianthi* se trouvent souvent dans le même cas, mais il est juste d'attirer l'attention sur le fait que DESMAZIÈRES (l'auteur de l'espèce) et ses successeurs, dissérant sur ce champignon, ne lui attribuent jamais que des cirrhes parfaitement blancs.

IV. Le *Depazea Dianthi*, mentionné par RABENHORST dans »Deutschlands Kryptogamen-Flora", I, 137, n'est autre chose que le *Sphaeria Depazea Dianthi* FR., mais devenu plus ou moins méconnaissable, par suite que le sous-genre *Depazea* fut élevé au rang de genre par l'auteur allemand. Or, s'il n'est pas douteux que le champignon de FRIES soit identique avec celui d'ALBERTINI et SCHWEINITZ, et que celui-ci ne diffère point de la plante de Mlle LIBERT, il est évident que la place du *Depazea Dianthi* fut nettement indiquée.

V. Le *Depazea vagans δ. Dianthi* KICKX (Flore cryptog. des environs de Louvain, p. 125), lui aussi, est identique — l'auteur lui-même nous en assure — avec l'*Ascochyta Dianthi* LIB., connu d'au topsie, parceque le numéro (158) qu'il occupe dans l'herbier vénal de cette dame, est dûment cité. Tout comme RABENHORST, KICKX s'est permis d'élever au rang de genre le sous-genre de FRIES et d'annoncer l'existence d'un *Depazea vagans* FR., là où le célèbre mycologue d'Upsala ne fit mention que du *Sphaeria Depazea vagans*. C'est à cause de ce procédé que nous n'avons pas hésité de supprimer l'autorité de FRIES après le nom spécifique.

Reste à demander l'attention pour le fait que KICKX, en faisant mention de l'*Ascochyta Dianthi* comme d'une variété du *Depazea vagans*, par cela-même supprima l'espèce nommée *Sphaeria Depazea Dianthi* de FRIES, manière d'agir réprochable, parceque le *Sphaeria Depazea vagans* FR. embrasse la plupart des espèces, rangées aujourd'hui sous les titres de *Phyllosticta* et de *Septoria*, deux genres qu'il faut absolument tenir à quelque distance du genre *Ascochyta*.

VI. Le *Phyllosticta Dianthi* WEST. (*Not.* II, 20; imprimée dans le *Bulletin de l'Acad. royale de Belgique*, XVIII, 5 Juill. 1851 et 8 Nov. 1851), remplaçant le *Septoria Dianthi*

du même auteur, publié dans l'Herbier cryptogamique de Belgique, jadis (*Botan. Zeit.* 1875, p. 591 et Saccardo *Syll.* III, 684) fut transféré par moi-même dans le genre *Dinemasporium*, à cause que les périthèces m'avaient paru porter des soies brunâtres, en même temps que j'avais cru découvrir aux extrémités des sporules un appendice mucroniforme. Un nouvel examen, entrepris dans ces derniers temps, m'ayant appris que les périthèces hérissées, croissant parmi ceux du *Phyllosticta*, appartenaient à une espèce de *Vermicularia*, trop jeune encore pour avoir pu produire des sporules, je me hâte à redresser ma faute et à supprimer l'espèce, introduite dans la science sous le nom de *Dinemasporium Dianthi*.

Cependant il n'est nullement douteux que le titre de *Phyllosticta Dianthi*, choisi par Westendorp pour la forme en question, ne puisse être rétablie, parce que les sporules, bien loin d'être indivises, font voir deux compartiments: caractère échu dans le Sylloge de Mr. Saccardo, entre autres, au genre *Ascochyta*.

Après avoir comparé les exemplaires authentiques du *Phyllosticta Dianthi* West. avec les échantillons de l'*Ascochyta Dianthi*, publiés par feu Mlle Libert — examen que je n'avais pu entreprendre en 1875 — je ne pus conserver aucun doute quant à leur identité complète et de la place que le premier aurait dorénavant à occuper dans le système.

VII. La circonstance que Mr. Saccardo, dans son Sylloge (III, 398), n'a consacré que peu de mots à la description de l'*Ascochyta Dianthi*, nous engage à entrer en quelques détails concernant l'espèce en question.

L'*Ascochyta Dianthi* est amphigène et non pas épiphylle comme le voulut Mlle Libert. Les périthèces noirs se trouvent toujours soit éparpillés en nombre plus ou moins grand, soit condensés au milieu de taches d'une étendue différente, blanchies ou coloriées en jaune paille, et se distinguent par un certain reflet. En pleine vigueur on les trouve toujours enflés, et ce n'est qu'après avoir expulsé une certaine quantité de leurs sporules, qu'ils se présentent affaissés et déprimés au milieu. Les sporules rejetées en dehors restent col-

lées ensemble et forment des cirrhes tordues d'un jaune très-pale, mais qui, après un certain laps de temps, perdent leur couleur.

Ce qui nous frappa singulièrement, c'est qu'en beaucoup de cas, les feuilles qui portaient l'*Ascochyta*, étaient en même temps envahies par le *Puccinia Arenariae*, et cela de manière à ce que cette Urédinée occupat les mêmes taches flétries qui servaient de support à l'*Ascochyta*. Rien de plus commun qu'un coussinet de *Puccinia* entouré à quelque distance par un cercle de périthèces d'*Ascochyta*, ou une tache pâlie portant à l'une des surfaces de la feuille un coussinet du *Puccinia* et à l'autre une collection de périthèces de l'*Ascochyta*, justement comme si ces deux formes ne présentassent que les deux stades d'évolution du même champignon. Le seul auteur qui fit quelque mention de cette particularité, fut Kickx (*Fl. crypt. des Fl.* I, 411). Nous-mêmes en trouvions des exemples, non seulement sur des échantillons récemment cueillis à Wageningen, mais aussi sur d'autres de différentes contrées de notre pays, déjà longtemps conservés en portefeuille, puis sur les exemplaires sèches de Mlle Libert, de Westendorp et de Mr. Roumeguère.

Les sporules, nommées peu correctement spatuliformes par Berkeley, Cooke, Saccardo, ont plutôt une forme lancéolée, dont la longueur (14 à 16 μ) surpasse la largeur (3 à $3^1/_3$ μ) de 4 à 5 fois et dont les deux moités, toujours très-distinctes dans des objets murs, sont parfaitement égaux ou bien s'écartent l'une de l'autre par une légère différence en largeur. A la hauteur du cloison on ne trouve jamais le moindre étranglement. De temps en temps on rencontre des sporules dont les deux contours ne présentent pas le même excès de courbure, ou qui semblent être limitées à droite par une ligne courbe et à gauche par une ligne droite. Un protoplasme finement granuleux qui bleuit promptement par la tinture d'aniline, forme leur contenu.

Une observation, regardant ces sporules, mais qui n'a pas été faite par mes prédécesseurs, consiste en ce qu'elles portent à chaque extrémité un appendice court et obtus, le même qui nous engagea, il y a quelques années, à déclarer

que notre *Ascochyta* devrait prendre place parmi les espèces de *Dinemasporium*. Déjà dans le § VI, nous avons retracté cette transposition. Ici il nous importe à insister sur la découverte que ces appendices ne sont que des parties rétrécies de la sporule elle-même, contenant chacune une petite capacité remplie de protoplasme, mais qui reste inapperçue aussi longtemps que l'application de quelque matière colorante a été différée. Ce n'est qu'après avoir administré la tinture d'aniline que nous fûmes surpris par l'existence, au centre des parties rétrécies, d'un globule extrêmement petit, de la même couleur que le protoplasma des deux grands compartiments de la sporule. Cette découverte nous fit connaître les sporules de l'*Ascochyta Dianthi* comme des cellules quadriloculaires, mais divisées d'une manière si différente de toute autre, que l'on pourrait avoir des scrupules à y appliquer la nomenclature usitée, songeant aux précautions nécessaires pour découvrir les capacités polaires, à cause de leur petitesse vraiment si extraordinaire, qu'elles ne semblent plus tomber dans le cadre des caractères, admis jusqu' aujourd'hui comme valables dans la pratique de la classification des Sphéropsidées.

Partant de l'idée que l'*Ascochyta Dianthi* ne pourrait être identifié avec le genre *Dinemasporium*, parce qu'il ne produit pas les périthèces cupuliformes ou patelliformes d'une Excipulacée, non plus que des soies rigides brunâtres à la surface de ces organes, il va sans dire que nous nous sommes posé la question, si notre espèce n'appartiendrait pas plutôt au genre *Robillarda* (Sacc. *Syll.* III, 407), qui lui est extrêmement proche. Pourtant, la considération que le *Robillarda* doit être regardé comme une Sphéroidée aux sporules de *Pestalozzia*, c'est à dire produisant seulement à leur sommet une ou plusieurs poils d'une longueur assez remarquable, nous fit conclure qu'une telle appréciation ne pourrait être permise. Les sporules de l'*Ascochyta Dianthi* ne produisent nullement l'impression d'avoir jamais pu appartenir à un *Pestalozzia*.

Terminons en disant que, quoique la structure des sporules de l'*Ascochyta Dianthi* diffère sensiblement de celle des

sporules de quelques autres espèces que nous avons eu l'occasion d'examiner, nous n'avons pu nous décider à en faire un genre nouveau. Il ne nous semble pas impossible que des 150 espèces à peu près rassemblées par Mr. SACCARDO, quelques unes ne produisent des sporules, semblables à celles de l'*Ascochyta Dianthi*. Si tel serait le résultat d'un examen microscopique, institué à l'aide des expédients de notre temps, la question pourrait être de nouveau mise à l'ordre: s'il serait préférable de distinguer deux Séries d'*Ascochyta* parallèles ou bien de joindre un troisième genre aux deux autres, qui forment la subdivision des Sphéroidées hyalodidymées aux périthèces érostrées maculigènes.

VIII. L'*Ascochyta Dianthi* LASCH, publié dans KLOTZSCH et RABENHORST *Herb. Mycol.* 1e Ed., n° 863 et distribué de nouveau par FUCKEL dans *Fgi Rhenani* n° 490, n'a rien de commun avec l'*Ascochyta Dianthi* LIB., si ce n'est que tous les deux appartiennent aux Sphéropsidées Sphéroidées de Mr. SACCARDO. Mais tandisque le dernier trouve sa place parmi les Hyalodidymées, le premier doit être enrégistré parmi les Scolécosporées, à cause de ses sporules beaucoup plus grêles, mesurant 28 à 42 × $2^1/_3$ à 4 μ, aux extrémités arrondies, exemptes de toute apparence même d'appendices mucroniformes. Ni DESMAZIÈRES, l'auteur du *Septoria Dianthi* (*Ann. Sc. nat.* 3, XI, 346), nom nouveau pour l'*Ascochyta Dianthi* LASCH, ni Mr. SACCARDO (*Syll.* III, 516) ne font mention de la structure interne des sporules mûres, excepté qu'ils leur attribuent 4 nucléoles à peine reconnaissables. Or, nous-mêmes, opérant sur les échantillons authentiques de DESMAZIÈRES (c'est à dire sur le *Depazea Dianthi* DESM., divulgué dans les Champ. du Nord de la France de cet auteur, 1e Ed. n° 344) et de LASCH, puis sur ceux de FUCKEL, de RABENHORST (*Fgi Europaei* n° 360) et de ROUMEGUÈRE (*Fgi Gallici* n° 1431), nous les avons toujours trouvé divisés par une cloison transversale en deux moitiés parfaitement égales, unies entre elles en forme de croissant.

Le *Septoria Dianthi* DESM., amphigène et maculigène comme l'*Ascochyta Dianthi* LIB., produit des périthèces deux fois plus petits que ceux de celui-ci. Ces périthèces sont ternes et don-

nent naissance à des cirrhes blanches. Mais il est impossible de distinguer les deux espèces avec certitude sans l'emploi du microscope. Lorsque, comme nous l'avons fait, l'on identifie le *Sphaeria Dianthi* ALB. et SCHWEIN. et le *Sphaeria Depazea Dianthi* FR. avec l'*Ascochyta Dianthi* LIB., il va sans dire qu'on ne peut approuver l'énumération de ces titres comme synonymes sous le chef du *Septoria Dianthi*. Cette observation s'adresse au texte de DESMAZIÈRES, ayant trait à ce dernier champignon et contenu dans les *Ann. des Sc. nat.* 3e S., XI, 346.

IX. Les périthèces tant de l'*Ascochyta Dianthi* que du *Septoria Dianthi* ne sont à l'abri de l'extérieur que par le seul épiderme de l'organe qui les porte, et dont les cellules, quoique plus ou moins comprimées, n'ont subies aucune altération de couleur. Le parois des périthèces se compose de deux à trois couches de cellules extrêmement tendres et d'une couleur un peu jaunâtre, exceptées celles qui se trouvent approchées du sommet tant soit peu saillant en cône, et au centre duquel se montrera l'ouverture par laquelle s'échapperont les sporules. Les quatre ou cinq cercles de cellules, rangées à l'entour de cette ouverture, ont une couleur olivâtre-foncé, due aux parois et non au contenu des cellules, et présentent en outre une bien plus grande résistance que l'ampoule même du périthèce, enfoncée dans le parenchyme de la feuille et atteignant le réseau des faisceaux vasculaires qui, comme de contume, se trouve à peu près au milieu de l'épaisseur. Le sommet des périthèces de l'*Ascochyta*, notablement plus grands que ceux du *Septoria*, le gagnent en résistance de celui des périthèces du *Septoria*, et se distingue en outre, vu à vue d'oiseau, par un certain éclat. Toute la surface intérieure des périthèces est couverte de stérigmes extrêmement courts et portant les sporules, dont les sommets convergent au centre. Les qualités de ces sporules ont été discutées dans le paragraphe VII.

LEGENDE.

Fig. 1. Quelques sporules de l'*Ascochyta Dianthi* LIB., dessinées en 1875, lorsque, ayant négligé le secours de matières colorantes, je m'étais figuré que les extrémités rétrécies de ces petits corps ne pourraient être que des appendices, tels qu'on en trouve dans le genre *Dinemasporium*.

Fig. 2. Reproduction des figures, publiées par BERKELEY dans les *Annals of Natural History*, I, pag. 207 sous le n° 104 et sous le titre de *Sphaeria* (*Depazea*) *Dianthi*.

Fig. 3. Sporule de l'*Ascochyta Dianthi* LIB. grossie 6000 fois, montrant les quatre chambres, dont deux très-grandes, et les deux autres excessivement petites, invisibles tant que leur contenu n'a pas subi l'influence de matières colorantes.

Fig. 4. Sporule du *Septoria Dianthi* DESM. grossie 3000 fois.

Fig. 1.

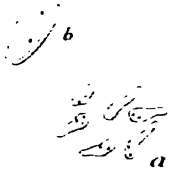
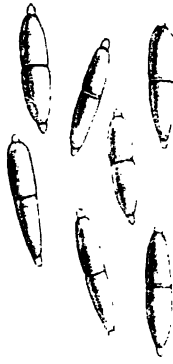


Fig. 2.



1000/1

14-16 × 3 1/3 μ

Fig. 3.

6000/1

14-16 × 3 1/3 μ

Fig. 4.

3000/1

28-42 × 2 1/3-2 2/3 μ

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 December 1889.

Tegenwoordig de Heeren : VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, SCHOLS, MAC GILLAVRY, FRANCHIMONT, FORSTER, VAN DORP, ZEEMAN, VAN DER WAALS, VAN DIESEN, KAPTEYN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, BIERENS DE HAAN, SCHOUTE, PLACE, HOOGEWERFF, KORTEWEG, BEIJERINCK, HUBRECHT, LORENTZ, HOEK, RAUWENHOFF, J. A. C. OUDEMANS, MICHAËLIS, DE VRIES, BUYS BALLOT, GRINWIS, KOSTER, MOLL, PEKELHARING, WEBER en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— De notulen der vorige bijeenkomst worden gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden :

1°. E. B. KNOBEL, Secretaris van de royal astronomical Society te Londen, 21 November 1889; 2°. den Secretaris van het Sanitary Institute te Londen, 21 November 1889; 3°. H. WHITE, Secretaris van de Cambridge philosophical Society te Cambridge, 22 November 1889; 4°. J. B. BALFOUR, Secretaris van de botanical Society te Edinburg, 7 December 1889; 5°. den Directeur van het Institut royal gélogique te Budapest, 30 November 1889; 6°. den Secretaris van het

voldoende helder worden. Het behoudt een deel van zijne zwevende stoffen, die, langzaam vergaande, de hoeveelheid opgeloste organische stof doen toenemen.

Na het bezinken gaat het water door lange onderaardsche kanalen naar de pompen en van deze naar het laagwaterreservoir en de filters. Sedert jaren had de dienst niet toegestaan, deze kanalen schoon te maken, en er had zich dien tengevolge op hunne muren eene hoogst merkwaardige fauna ontwikkeld. Mosselen, sponzen, mosdieren en hoornpolypen bekleeddden de wanden op de meeste plaatsen met een onafgebroken tapijt, en in hun weefsel wemelde het van allerlei andere organismen. Door de duisternis beveiligd tegen de roofdieren, die zich in de open rivier van deze wezens voeden, ontwikkelden zij zich hier tot een ongekenden bloei. Zoo bedroevend dit gezicht voor den practicus was, zoo treffend en verrassend was het voor den natuuronderzoeker.

Overal op en tusschen deze diersoorten woekerde de Crenothrix in ongelooflijke massa's van bruine vlokken. Het water werd als bezwangerd met hare kiemen. En het leven van al deze wezens vermeerderde het gehalte aan opgeloste organische stoffen in het water des zomers op eene bedenkelijke wijze.

Bij het filtreeren op de zandfilters behooren de zwevende stoffen, een groot deel der opgeloste en de kiemen van bacteriën, dus ook die van *Crenothrix*, achter te blijven. Het gefiltreerde water was echter door plaatselijke omstandigheden bezwangerd zoowel met de sporen als met het voedsel van onzen vijand. Het was dus niet te verwonderen, dat deze zich in de kanalen en kelders van het reine water kon vermenigvuldigen.

In 1887 ging het water, nadat het in de nieuwe filters gereinigd was, door een deel van het oude reinwaterkanaal naar de pompen. De wanden van dit kanaal vonden wij, voorzooverre zij met water bedekt waren, bekleed met een dicht fluweelachtig overtreksel van Crenothrix. Dit kanaal was in 1887 de hoofdoorzaak der vervuiling. Op ons voorstel is dit kanaal in het voorjaar van 1888 buiten gebruik gesteld en door buizen vervangen. Het water in de stads-

buizen was terstond daarna veel zuiverder. Doch daar de Crenothrix zich allengs ook in de nieuwe kanalen vastzette en vermeerderde, was een terugkeer van het euvel te vreezen.

Om dit met blijvend gevolg te bestrijden, waren drie zaken noodig: 1° volledige schoonmaak van de kanalen en bassins van het bezonken water; 2° herstel van de lekken, die gebleken waren in de filters aanwezig te zijn, en 3° de aanleg van een nieuw groot bezinkingsbassin. Aan den eersten eisch is in den loop van het jaar 1889 nagenoeg geheel voldaan, nl. zoover als de dienst toeliet; de aanleg voor een nieuw bassin is toegezegd, voor de verbetering der filters heeft de gemeenteraad de noodige gelden beschikbaar gesteld. De Commissie vertrouwt ten volle, dat na de voltooiing dezer werken de plaag geheel zal ophouden.

Een laatste punt van het onderzoek der Commissie had betrekking op de houtvezeltjes, die van tijd tot tijd in het water der waterleiding werden aangetroffen. Zij bleken afkomstig te zijn van de balkenlaag, waarop, zoowel in de oude als in de nieuwe filters, de filtreerende zandlaag rust. Het bleek ons, dat in het water onder deze balken tallooze zoetwater-pissebedden (*Asellus aquaticus*) leven, die zich met het hout der balken voeden, en wier afval in het water der buizen teruggevonden wordt. In de oude filters waren de balken reeds vrij diep afgeknaagd; diepe voren bedekten hare oppervlakte. In de nieuwe filters vonden wij in 1887 dit euvel nog niet, doch sedert hebben dezelfde diertjes zich ook daar genesteld, en in den zomer van 1889 zagen wij ook hier alle balken op dezelfde wijze, ofschoon nog niet zoo diep, afgeknaagd.

Het eenige middel om deze bron van vervuiling onschadelijk te maken, was, de balken uit de filters weg te nemen en ze door doorboorde cementplaten te vervangen. Dan toch zouden de bedoelde diersoorten, bij gebrek aan voedsel, van zelf uitsterven. Een voorstel in dien geest werd in den zomer van 1889 door H.H. Burgemeester en Wethouders aan den gemeenteraad ingediend, en het is bekend, dat de Raad toen, tegelijk met de gelden voor het herstel der lekken, ook de benoodigde sommen voor het wegnemen van de balken

heeft toegestaan. Reeds is in vier filters deze verbetering voltooid; de overige zullen volgen, zoodra de winter dit toelaat.

Door het benoemen onzer Commissie, hebben Heeren Burgemeester en Wethouders niet alleen de belangen der drinkwaterleiding behartigd, maar tevens aan de wetenschap een belangrijken dienst bewezen, door de gelegenheid te geven tot de studie van verschijnselen, die meestal bij voorkeur met den sluier der geheimhouding bedekt worden.

— De Heer KAPTEIJN deelt den korten inhoud mede eener verhandeling van zijne hand over de bepaling van de parallaxis van vaste sterren door middel van registreerwaarnemingen. Daarin tracht hij aan te toonen dat het ongunstig oordeel, door AUWERS in 1867 over die methode uitgesproken, niet meer van toepassing kan worden geacht als de waarnemingen, met de noodige voorzorgen, aan den meridiaancirkel worden genomen en uitgestrekt over een aanzienlijk getal sterren.

De waarnemingsreeks, waarop deze conclusie gegrond is, werd verricht aan de Sterrewacht te Leiden, in de jaren 1885—1887. Van 15 sterren werd de parallaxis bepaald.

Spreker resumeert de voorzorgen, bij die metingen genomen ter vermijding van systematische fouten, en bespreekt daarna de resultaten uit de waarnemingen getrokken. Om de betrouwbaarheid daarvan, binnen de grenzen der onzekerheid bepaald door de waarschijnlijke fouten te onderzoeken, worden deze resultaten aan de vier volgende proeven onderworpen:

1°. De waarschijnlijke fouten, getrokken uit de behandeling der hoofdsterren met twee symmetrische vergelijkingssterren, worden vergeleken met de waarschijnlijke fouten, afgeleid uit de behandeling met elk der vergelijkingssterren afzonderlijk. Het blijkt dat door het gebruik van twee tamelijk symmetrische vergelijkingssterren de waarschijnlijke fouten niet kleiner worden.

Reeds hierdoor wordt in hooge mate waarschijnlijk gemaakt, dat systematische fouten in de metingen der enkele

rectascensieverschillen niet voorkomen, dus a fortiori niet in de eindwaarden der parallaxen.

2°. Van die sterren van welke oudere meridiaanwaarnemingen bestaan, worden de daaruit getrokken eigenbewegingen vergeleken met die, welke uit de observaties voor parallax worden gevonden. Spreker meent, dat de overeenstemming zoo goed is als met het oog op de onzekerheden der oudere waarnemingen kan worden verwacht.

3°. De relatieve parallaxen der vergelijkingssterren onderling worden vergeleken met de toevallige fouten dezer bepalingen. Het blijkt dat de in eene 1e oplossing gevonden relatieve parallaxen *geheel*, de in eene 2e oplossing gevondene nog vrij voldoende door de toevallige waarnemingsfouten worden verklaard.

4°. Voor de sterren, van welke uit meridiaanwaarnemingen voldoend naauwkeurige waarden der eigenbeweging bekend zijn, worden de waarden der parallaxen, zooals de eerste helft der waarnemingen die geeft, vergeleken met die, welke volgen uit de tweede helft. De overeenstemming dezer twee, geheel onafhankelijke, serieën van waarden, blijkt ten volle zoo groot te zijn, als men naar de waarschijnlijke fouten recht heeft te verwachten.

Nadat op deze wijze de betrouwbaarheid der waarschijnlijke fouten bewezen is, worden ze vergeleken met de analoge waarschijnlijke fouten bij heliometerwaarnemingen. Let men daarbij op den tijd, voor eene volledige waarneming van de beide soorten vereischt, zoo komt men tot het besluit dat: *door middel van registreerwaarnemingen, in denzelfden tijd, ten volle dezelfde nauwkeurigheid wordt bereikt als door heliometerwaarnemingen.*

Ten slotte vergelijkt spreker nog de parallaxen, voor eenige der onderzochte objecten door vroegere waarnemers gevonden, met de door hemzelven afgeleide waarden.

— Voor de Bibliotheek der Akademie worden aangeboden: door den Heer Schols 2 nieuwe afleveringen van Waterbouwkunde door Henket, Telders en Schols; door den Heer J. A. C. Oudemans het 2de deel van Kaiser's Sterren-

hemel, 4de druk; door den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN: Verslag der werkzaamheden aan de Sterrenwacht te Leiden verricht van 18 September 1888 tot 17 September 1889.

— De Voorzitter biedt voor de werken der Akademie aan eene verhandeling van den Heer ENGELENBURG: Analyse der getijwaarnemingen te Vlissingen, 1837—1888. De Heeren SCHOLS en VAN DIESEN verklaren zich, op verzoek van den Voorzitter, bereid, daarover in de volgende Vergadering rapport uit te brengen.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VERSLAG

OMTRENT DE

VERHANDELING VAN **J. C. KLUYVER,**

GETITELD:

„KENMERKENDE GETALLEN DER ALGEBRAÏSCHE RUIMTEKROMME."

(Uitgebracht in de Vergadering van 28 December 1889).

In de verhandeling van den Heer J. C. KLUYVER, over welke wij thans verslag uitbrengen, wordt de door DR. H. SCHUBERT tot een zelfstandige leerwijs verheven »meetkunde van het aantal" op ruimtekrommen R^m van willekeurigen graad toegepast.

Deze studie, waarvan we met veel genoegen kennis namen, kan gevoegelijk in drie deelen gesplitst worden. Na in een korte inleiding de door SCHUBERT ingevoerde notatie te hebben verklaard, beperkt de schrijver zich in het eerste gedeelte (art. 1—4) tot het opsporen van reeds bekende uitkomsten langs den door SCHUBERT aangewezen weg. In het tweede gedeelte (art. 5—16) worden voor het meerendeel nieuwe waarheden blootgelegd. En in het derde gedeelte (art. 17—21) worden deze nieuwe resultaten getoetst door ze langs een anderen weg af te leiden bij de eenvoudigste ruimtekromme, die al de beschouwde bijzonderheden vertoonen kan, de ruimtekromme R^6 van den zesden graad.

De onderzoekingen, die in het eerste gedeelte begrepen zijn, leveren ons het aantal λ der raaklijnen van R^m die

deze kromme in een ander punt snijden, het aantal τ der punten waardoor drie elkaar niet opvolgende raaklijnen van R^m gaan en de beide aantallen λ_1 en τ_1 dualistisch tegenovergesteld aan deze. Zij worden uitgedrukt in twee grootheden, den graad m en het geslacht D der ruimtekromme R^m, wat zoo als bekend is alleen dan geschieden kan als de ruimtekromme geen hoogere bijzonderheden vertoont. En dit onderstelt de schrijver uitdrukkelijk. Hoewel deze aantallen λ, τ, λ_1, τ_1 reeds vóór 1870 door CREMONA gevonden zijn, heeft de toepassing der methode van SCHUBERT op dit materiaal onzen onverdeelden bijval. Hier toch kan de aandacht zich geheel bepalen tot de methode, waarvan het gebruik in hoofdzaak tweeërlei moeielijkheid oplevert. Eerstens moet men nl. uit het groote aantal der door SCHUBERT gegevene coïncidentieformules telkens die kiezen, welke met den aard der samenvallende elementen en den graad van oneindigheid der beschouwde stelsels strookt. Ten tweede moeten de verschillende groepen van oneigenlijke coïncidenties niet worden over het hoofd gezien maar behoorlijk, d. w. z. elk met den vereischten graad van menigvuldigheid, in rekening gebracht. En terwijl in de vier voorbeelden verschillende formules en verschillende groepen van oneigenlijke coïncidenties voorkomen, vormen de verkregen uitkomsten den grondslag van het tweede gedeelte.

In het tweede gedeelte onderzoekt de Heer KLUYVER het oppervlak, dat gevormd wordt door de lijnen, die R^m in drie punten snijden, d. i. de meetkundige plaats der drievoudige koorden van R^m. Eerst wordt de graad μ van dit scheeve oppervlak F^μ en de graad van menigvuldigheid δ van R^m op het oppervlak bepaald. Daarna worden achtereenvolgens de bijzondere beschrijvende lijnen en de dubbelkromme van dit oppervlak besproken.

Er zijn op het scheeve oppervlak F^μ twee verschillende groepen van bijzondere beschrijvende lijnen aan te wijzen. Eerstens de beschrijvende lijnen, die door opvolgende beschrijvende lijnen gesneden en door den schrijver kortweg »ribben" worden genoemd. Ten tweede de lijnen, die R^m

in vier punten snijden en dus als »zesvoudige koorden" van F^m en als »viervoudige lijnen" van F^μ te beschouwen zijn. Het aantal lijnen van de laatste groep geeft den schrijver langs eigenaardig eenvoudigen weg het resultaat terug, dat er 27 rechte lijnen liggen op een oppervlak van den derden graad.

Ter bepaling van den graad m' der dubbelkromme $R^{m'}$ van F^μ wordt eerst het geslacht van dit oppervlak gezocht. Dit geslacht wordt gevonden met behulp van een door ZEUTHEN gegeven betrekking tusschen de geslachten van twee ruimtestelsels, die met elkaar in meetkundige verwantschap staan. Uit dit geslacht kan dan verder het aantal dubbelpunten eener vlakke doorsnee van F^μ berekend worden En dit aantal doet, als men de m snijpunten van R^m met het vlak der doorsnee behoorlijk als δ-voudige punten der doorsnee in rekening brengt, den graad m' der dubbelkromme kennen. Verder spoort de schrijver de merkwaardige punten van $R^{m'}$ op. Deze punten laten zich in vier groepen verdeelen. Eerstens gaat de kromme $R^{m'}$ eenmaal door elk der ξ punten X van R^m, waar de raaklijn aan R^m met twee der δ door dit punt gaande drievoudige koorden in een zelfde vlak liggen. Vervolgens gaan er door elk der $4\,l_4$ punten L van R^m, waar deze kromme door haar l_4 zesvoudige koorden gesneden wordt, $\delta-3$ takken van $R^{m'}$. Dus hebben R^m en $R^{m'}$ een equivalent van $\xi + 4\,(\delta-3)\,l_4$ enkelvoudige punten gemeen. Bovendien gaat $R^{m'}$ viermaal door elk van $(\mu-4\,\delta+4)\,l_4$ punten, waarvan er $\mu-4\,\delta+4$ liggen op elk der l_4 zesvoudige koorden van R^m. En eindelijk bezit de kromme $R^{m'}$ nog een aantal μ_3 van drievoudige punten, dat ook berekend wordt. Merkwaardig is, dat de kromme in het algemeen geen gewone dubbelpunten bezit, tenzij δ de waarde vijf heeft, in welk geval de $\delta-3$-voudige punten der tweede groep dubbelpunten worden. Alvorens het aantal μ_3 der punten van de laatste groep bepaald en de waarde $\mu_3 = 740$ voor het bijzondere geval eener R^9, die de volledige doorsnee is van twee oppervlakken F^3, langs anderen weg geverifieerd kan worden, moest eerst de klasse worden opgespoord van elk van drie om F^μ be-

schrevene ontwikkelbare oppervlakken. Vooral de bepaling van de klasse van het ontwikkelbaar oppervlak, dat F^{μ} dubbel omschreven is volgens de dubbelkromme $R^{m'}$, bij welk onderzoek de schrijver voor het eerst met aantallen van kegelsneden rekenen moet, doet de bruikbaarheid der methode van SCHUBERT in het volle licht komen.

Het tweede gedeelte, waarvan we in korte trekken den inhoud kenschetsten, bevat voor het meerendeel nieuwe uitkomsten. Alleen de graden μ en m' van F^{μ} en $R^{m'}$ zijn in 1863 door CAYLEY (*Philosophical Transactions*, vol. 153, p. 453) langs stelkundigen weg afgeleid, terwijl de eerste ondergeteekende in 1878 (*Verslagen en Mededeelingen*, 2de reeks, deel XIV, blz. 282) een meetkundige afleiding gaf van het eerste dier beide aantallen.

In het derde gedeelte controleert de schrijver de boven besprokene nieuwe uitkomsten, door ze langs geheel anderen weg af te leiden voor de vier verschillende ruimtekrommen van den zesden graad, die niet op een oppervlak van den tweeden graad liggen. Daarbij worden al de boven gevonden uitkomsten bevestigd. Bij dit nieuwe onderzoek worden de op een F^2 gelegen ruimtekrommen R^6 uitgesloten; omdat deze, zooals ter geschikter plaatse door den schrijver wordt opgemerkt, zich met betrekking tot het oppervlak F^{μ} en zijn bijzonderheden als uitzonderingen gedragen.

Elke poging om de studie der ruimtekrommen in meetkundige richting voort te zetten ontleent reeds hieraan hooge waarde, dat niet elke ruimtekromme door middel van twee vergelijkingen is voor te stellen en volgens de analytische methode dus somtijds zelfs niets kan worden gedaan. Naar onze meening is de poging van den Heer KLUYVER volkomen geslaagd. Wij aarzelen daarom niet U te adviseeren, zijn verhandeling in de Verslagen en Mededeelingen te doen opnemen.

Groningen en *Hilversum*,
10 en 19 December 1889.

P. H. SCHOUTE.
F. J. VAN DEN BERG.

KENMERKENDE GETALLEN

DER

ALGEBRAÏSCHE RUIMTEKROMME.

DOOR

J. C. KLUYVER.

Het onderzoek van de talrijke kenmerkende bijzonderheden, die bij de algemeene ruimtekromme en de daaruit afgeleide figuren moeten voorkomen, is aan eigenaardige bezwaren onderhevig. Zoodra het toch geldt de betrekkingen op te sporen, waardoor de meetkundige getallen der ruimtekromme zijn verbonden, een vraagstuk, waarvan de oplossing teruggebracht moet worden tot het bepalen van den graad der resultante van een stelsel algebraïsche vergelijkingen, dan stuit men op de onmogelijkheid om de algemeene ruimtekromme door een of meer vergelijkingen analytisch voor te stellen. Dit is de reden, waarom men bij dergelijke onderzoekingen zich dikwijls genoodzaakt ziet, behalve unicursale krommen alleen diegene te beschouwen, welke de volledige doorsnede van twee oppervlakken kunnen uitmaken. De op deze wijze verkregen uitkomsten worden dan wel met een beroep op het beginsel der continuïteit algemeen geldig verklaard. In veel gevallen kan men die moeielijkheden ontgaan door gebruik te maken van de methoden door Dr. HERMANN SCHUBERT in zijn *Kalkül der abzählenden Geometrie* uiteengezet, die, waar zij toepasselijk zijn, steeds een geleidelijke en stelselmatige behandeling veroorlooven. Inzonderheid heeft de toepassing op de theorie der ruimtekrommen het voordeel,

dat men de kromme mag beschouwen als »het enkelvoudig oneindig stelsel van punten, waarvan steeds hetzelfde aantal in een platvlak is gelegen".

Met dit opstel wordt beoogd om de rekening van SCHUBERT aan te wenden tot de bepaling van eenige der eenvoudigste singulariteiten der ruimtekromme. In de eerste plaats wil ik de getallen τ, λ, τ_1 en λ_1 van CREMONA *) afleiden, om de aldus verkregen uitkomsten gedeeltelijk te gebruiken bij de beschouwing van een der belangrijkste uit de kromme afgeleide figuren, nl. het regelvlak beschreven door de drievoudige koorden. Achtereenvolgens wil ik daarvan bepalen den graad, het geslacht, het aantal der viervoudige en andere bijzondere beschrijvende lijnen, den graad van de op het oppervlak voorkomende dubbelkromme met het aantal en het karakter harer bijzondere punten, de klasse van de beide het regelvlak dubbel aanrakende ontwikkelbare oppervlakken, om eindelijk enkele der verkregen resultaten te toetsen aan het bijzondere geval, dat de ruimtekromme is van den zesden graad, een geval, waarbij de meeste der aangegeven singulariteiten moeten voorkomen.

Eenvoudigheidshalve zal worden ondersteld, dat de beschouwde fundamentale kromme R^n van den graad m, den rang r, de klasse n en het geslacht D puntalgemeen is, en alzoo geen werkelijke dubbelpunten of keerpunten bezit, terwijl geen rechte lijn drie opvolgende punten met de kromme gemeen heeft. Ter bekorting geef ik vooraf eenige verklaring van de notatie, die in navolging van SCHUBERT zal worden gebruikt. Moet een of andere figuur aan een bepaalde voorwaarde voldoen, dan stelt SCHUBERT zulk een voorwaarde door een letter symbolisch voor. Maar die letter duidt dan tegelijkertijd het aantal aan der figuren, die de bewuste voorwaarde bevredigen. Is b.v. door de letter z de voorwaarde aangewezen, dat een veranderlijke kromme door een bepaald punt moet gaan, dan beteekent z tevens het aantal der krommen, die aan dien eisch kunnen voldoen.

---

*) CREMONA-CURTZE, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen*, blz. 81—95.

Door het produkt yz van twee voorwaarden y en z verstaat men de voorwaarde, die verlangt, dat zoowel aan y als aan z wordt voldaan. Deze nieuwe voorwaarde is blijkbaar van hooger afmeting dan de voorwaarden y en z afzonderlijk. Op dezelfde figuur aangewend worden door y, z en yz nooit tegelijkertijd eindige getallen vastgesteld. Ook de som $y + z$ van twee voorwaarden y en z van dezelfde afmeting is het teeken van eene nieuwe voorwaarde. Zij eischt slechts de bevrediging van hetzij y, hetzij z. Het aantal, dat door haar kan worden aangewezen, is dan niet anders dan de som der aantallen, die met y en z afzonderlijk overeenkomen. Men tracht steeds zooveel mogelijk, en daarop grondt zich de eigenaardige symbolische rekening, iedere voorwaarde terug te brengen tot de zoogenaamde grondvoorwaarden, dat zijn de meest eenvoudige eischen, die men aan het punt, de rechte lijn en het platte vlak kan stellen.

Ik geef hier een overzicht van de teekens, waarmede de meest gebruikelijke grondvoorwaarden worden aangeduid.

Wordt een punt p genoemd, dan beteekent:

p de voorwaarde, dat het punt in een gegeven vlak ligt.

Wordt een vlak e genoemd, dan beteekent:

e de voorwaarde, dat het vlak een gegeven punt bevat.

Wordt een lijn g genoemd, dan beteekent:

g de voorwaarde, dat de lijn een gegeven lijn snijdt;

g_p de voorwaarde, dat de lijn door een gegeven punt gaat;

g_e de voorwaarde, dat de lijn in een gegeven vlak ligt.

Deze voorwaarden heeten incidentievoorwaarden. Wordt een elementenpaar beschouwd, bestaande uit gelijksoortige of uit ongelijksoortige elementen, dan wordt steeds door het teeken ε aangeduid, dat de elementen van een paar elkaar onbepaald naderen, dat gelijksoortige dus samenvallen, en waar het ongelijksoortige betreft, dat het punt in de lijn of het vlak, dat de lijn in het vlak valt. In al deze gevallen spreekt men van de coïncidentie der beide elementen.

1. *De ruimtekromme* R^n *bezit*

$$\lambda = 2\,(m-2)\,(m-3) + 2\,D(m-6)$$

raaklijnen, die haar in een tweede punt snijden; m. a. w. de dubbelkromme op het door R^m bepaalde ontwikkelbare oppervlak vertoont λ keerpunten.

Voor het bewijs beschouwt men het tweevoudig oneindig stelsel van figuren, ieder bestaande uit een punt p van R^m, een raaklijn g, benevens het door die beiden bepaalde vlak e. Er moet hier worden gezocht, hoeveel malen er coïncidentie plaats vindt tusschen p en g. Voor een dergelijk stelsel geldt de volgende betrekking tusschen tweevoudige voorwaarden:

$$e\,\varepsilon = p\,e + g_p\ ^*).$$

Het is slechts noodig de getallenwaarden op te sporen, die in dit bijzondere geval door de daarin voorkomende symbolen worden aangeduid. Vooreerst is g_p nul; geen raaklijn g gaat door een aangenomen punt. Voor $p\,e$ moet $m\,(r-2)$ gesubstitueerd worden, omdat door ieder der m punten van R^m in het vlak der voorwaarde p een aantal van $(r-2)$ †) raakvlakken gaan, die het punt der voorwaarde e bevatten. Aan de voorwaarde $e\,\varepsilon$ is voldaan door de λ raaklijnen g, die de kromme ergens in p snijden. Maar er zijn oneigenlijke coïncidenties, en ik wil er reeds hier op wijzen, dat het bepalen van het aantal daarvan gewoonlijk de grootste moeielijkheid is, die het gebruik der formules van SCHUBERT met zich brengt. Intusschen ziet men spoedig in, wat hier als oneigenlijke coïncidentie moet worden beschouwd. Een osculatievlak, dat men door het gegeven punt der voorwaarde $e\,\varepsilon$ aanbrengt, bevat drie opvolgende punten der kromme A_1, A_2 en A_3. Daar nadert A_1 onbepaald tot de raaklijn $A_2\,A_3$, het punt A_3 op dezelfde wijze tot de raaklijn $A_1\,A_2$, waardoor in elk zoodanig osculatievlak twee, dus in het geheel $2\,n$ oneigenlijke samen-

---

*) SCHUBERT, t. a. p., blz. 83, form. 17.

†) Men raadplege de uitstekende tabel van SALMON op blz. 298 van zijn werk *Geometry of three dimensions.* 4th Ed.

vallingen worden verkregen. Het teeken $e\varepsilon$ heeft derhalve de waarde $\lambda + 2n$. Daarmede is afgeleid de betrekking:

$$\lambda + 2n = m(r-2).$$

Is h het aantal der schijnbare dubbelpunten, dan is volgens de formules van CAYLEY *):

$$D = \tfrac{1}{2}(m-1)(m-2) - h,$$
$$r = m(m-1) - 2h,$$
$$n = 3(r-m),$$

waaruit na eliminatie van h volgt:

$$r = 2(m-1) + 2D,$$
$$n = 3(m-2) + 6D.$$

Substitueert men deze waarden in de gevonden vergelijking, dan komt er:

$$\lambda = 2(m-2)(m-3) + 2D(m-6).$$

Naar behooren is $\lambda = 0$ zoowel voor $m = 3$ als voor $m = 4$, $D = 1$ (doorsnee van twee oppervlakken van den tweeden graad). Verder geeft:

$$m = 6, \qquad \lambda = 24,$$
$$m = 5, \quad D = 2, \quad \lambda = 8,$$
$$m = 4, \quad D = 0, \quad \lambda = 4,$$

waaruit men kan besluiten: op een oppervlak van den tweeden graad liggen 24, 8 of 4 rechte lijnen, die een oppervlak van den derden graad aanraken, al naarmate de oppervlakken geen lijn, één lijn of twee elkaar kruisende lijnen gemeen hebben. Wat ook gemakkelijk is aan te toonen, zoo men zich bedient van het eigenaardige coördinatenstelsel door CHASLES †) gebruikt bij het onderzoek van kromme lijnen op de hyperboloïde.

---

*) SALMON, t. a. p., blz. 295.

†) *Comptes rendus*, Deel 53, blz. 985.

2. *De ruimtekromme R^m bezit*

$$\lambda_1 = 6\,(m-3)\,(m-4) + 18\,D\,(m-4) + 12\,D\,(D-1)$$

osculatievlakken, die haar in een tweede punt aanraken.

Voor het bewijs van deze stelling voegt men aan ieder dubbelraakvlak e der kromme toe het osculatievlak f in een der beide raakpunten, welke beide vlakken elkaar volgens een raaklijn g der kromme doorsnijden. In het aldus verkregen enkelvoudig oneindig stelsel van vlakkenparen wordt dan met behulp van de formule

$$\varepsilon = e + f - g \text{ *)}$$

het aantal coïncidenties van e en f gezocht. Vooreerst is hierin $e = 2y$, waarin y aangeeft, hoeveel dubbelraakvlakken e door een aangenomen punt gaan. Want aan elk vlak e zijn twee vlakken f toe te voegen. Vervolgens bepaalt de voorwaarde f een aantal van n, de voorwaarde g een aantal van r raaklijnen g, en het is de vraag hoeveel vlakken door een bepaalde raaklijn g kunnen worden gelegd, die de kromme in een tweede punt aanraken. Tot de beantwoording voert de volgende overlegging. De doorsnede van het door de raaklijnen van R^m gevormde ontwikkelbare oppervlak met het osculatievlak in een willekeurig punt A bestaat uit de tweemaal te tellen raaklijn in A benevens een kromme van den graad $(r-2)$, die in A de genoemde raaklijn aanraakt, en haar verder in $(r-4)$ punten snijdt. Iedere raaklijn van R^m wordt dus door $(r-4)$ andere getroffen; door een raaklijn g gaan $(r-4)$ vlakken e, zoodat:

$$f = n\,(r-4),$$
$$g = r\,(r-4).$$

Wat de voorwaarde ε betreft, ieder elders rakend osculatievlak levert één coïncidentie. Oneigenlijke samenvallingen

---

*) Schubert, t. a. p., blz. 49, form. 1.

komen voor in de α zoogenaamde »buigpunten" *), waar het osculatievlak vier opvolgende punten der kromme bevat. Zulk een vlak kan beschouwd worden als een dubbelraakvlak e, waarmede twee opvolgende osculatievlakken f samenvallen, terwijl alsdan twee opvolgende raaklijnen de bijbehoorende snijlijnen g voorstellen. Zoo wordt men gevoerd tot de vergelijking:

$$\lambda_1 + 2\,\alpha = 2\,y + n\,(r-4) - r\,(r-4).$$

Hierin is †)

$$2\,y = r\,(r-1) - 3\,n - m,$$
$$\alpha = 2\,(n - m).$$

Substitueert men de vroeger gevonden uitdrukkingen voor r en n, dan komt er na eenige herleiding:

$$\lambda_1 = 6\,(m-3)\,(m-4) + 18\,D\,(m-4) + 12\,D\,(D-1).$$

Voor $m = 3$, of $m = 4$ is naar behooren $\lambda_1 = 0$.

3. *De ruimtekromme R^m bezit*

$$\tau = \frac{4}{3}\,(m-2)\,(m-3)\,(m-4) + 4\,D\,(m^2-5m+8) +$$
$$4\,D\,(D-1)\,(m-2) + \frac{4}{3}\,D\,(D-1)\,(D-2)$$

drietallen van raaklijnen, die door één punt gaan; m. a. w. de dubbelkromme op het door R^m bepaalde ontwikkelbare oppervlak bezit τ drievoudige punten.

Voor het bewijs voegt men aan een osculatievlak e de daarin gelegen raaklijn g toe, en construeert de punten p,

*) Kortheidshalve noem ik de punten, waar het osculatievlak stationair is, „buigpunten", de raaklijnen aldaar „buigraaklijnen". Deze laatste zijn dan wel te onderscheiden van de stationaire lijnen, die drie opvolgende punten met de kromme gemeen hebben. Bij een puntalgemeene kromme komen intusschen deze bijzonderheden niet voor.

†) Salmon, t. a. p., blz. 295.

waar de in de stelling genoemde dubbelkromme dit osculatievlak snijdt. Lag p op g, dan gingen door p drie raaklijnen van R^m, en zoo wordt men er toe gebracht de ε coïncidenties te zoeken van p en g in de enkelvoudig oneindige hoeveelheid van figuren, ieder bestaande uit een osculatievlak e, de daarin gelegen raaklijn g en een der punten p, waar het vlak e de dubbelkromme ontmoet.

Aangewezen is hier de toepassing van een betrekking tusschen enkelvoudige voorwaarden, en wel in het bijzonder van de formule:

$$\varepsilon = p + g - e \text{ *).}$$

Is de graad der dubbelkromme x, dan bepaalt het vlak der voorwaarde p een aantal van x punten p, die elk $(n-4)$ †) osculatievlakken e met de daarbij behoorende raaklijnen g vaststellen. Derhalve is $p = x(n-4)$. De lijn der voorwaarde g snijdt r raaklijnen g, en in elk der bijbehoorende osculatievlakken e zal men $(x-2r+8)$ †) punten p der dubbelkromme vinden. Te substitueeren is dus $g = r(x-2r+8)$. Geheel op dezelfde wijze bepaalt het punt der voorwaarde e een aantal van $n(x-2r+8)$ drietallen e, g, p. Voor de τ malen, dat drie raaklijnen door één punt gaan, heeft men 3τ coïncidenties aan te nemen, omdat elk der drie de raaklijn g kan zijn.

Het opsporen der oneigenlijke coïncidenties vereischt eenig overleg. Vooreerst worden 2λ samenvallingen geleverd door de λ raaklijnen van R^m, die de kromme opnieuw snijden. Want laat zulk een lijn R^m in A raken en in B snijden, dan zal vooreerst in het osculatievlak in A de aldaar getrokken raaklijn in B twee onmiddellijk opvolgende raaklijnen ontmoeten. Gelijktijdig evenwel komen in het osculatievlak in B op de raaklijn aldaar samen de onmiddellijk opvolgende en de raaklijn in A. Zoo worden twee figuren uit het beschouwde stelsel verkregen, waarbij oneigenlijke

---

*) Schubert, t. a. p., blz. 83, form. 14.

†) Salmon, t. a. p., blz. 298.

coïncidentie optreedt. Maar het is in te zien, dat nog op andere manier twee van de drie door één punt gaande raaklijnen kunnen samenvallen. Namelijk telt voor een punt op een der buigraaklijnen gelegen die raaklijn voor twee, omdat zij in plaats van door $(r-4)$ slechts door $(r-5)$ andere niet opvolgende raaklijnen gesneden wordt. Men overtuigt zich hiervan door de doorsnede te beschouwen van het door alle raaklijnen van R^m gevormde ontwikkelbare oppervlak met een stationair osculatievlak. De doorsnede bestaat behalve uit de driemaal te tellen buigraaklijn uit een kromme van den graad $(r-3)$, die in het buigpunt de buigraaklijn raakt, en haar verder in $(r-5)$ punten snijdt. Zoo worden dan $\alpha(r-5)$ punten opgespoord, waaruit drie raaklijnen van R^m zijn getrokken. Na deze redeneering gaat de formule over in de vergelijking:

$$3\tau + 2\lambda + \alpha(r-5) = x(n-4) + (r-n)(x-2r+8).$$

Hierin is *)

$$2x = r(r-1) - 3m - n.$$

Substitueert men voorts de waarden van λ, d, r en n, dan wordt na eenige herleiding verkregen:

$$\tau = \frac{4}{3}(m-2)(m-3)(m-4) + 4D(m^2-5m+8) +$$
$$+ 4D(D-1)(m-2) + \frac{4}{3}D(D-1)(D-2).$$

Voor $m=3$ is τ zooals behoort nul. De substitutie $m=4$, $D=1$ geeft $\tau=16$, en die uitkomst was te verwachten. Immers uit elk der vier hoekpunten van het gemeenschappelijk poolviervlak van twee oppervlakken van den tweeden graad gaan vier raaklijnen aan de doorsnijdingskromme, de vier snijlijnen der beide kegels, die de beide oppervlakken uit dit punt projecteeren. Die hoekpunten

*) SALMON, t. a. p., blz. 293.

tellen derhalve viermaal als een der in de stelling bedoelde punten. En dat uit $m = 4$, $D = 0$ volgt $\tau = 0$ is ook te begrijpen. Want de dubbelkromme op het door de raaklijnen van R^m gevormde ontwikkelbare oppervlak, die van den zesden graad moet zijn, bezit reeds volgens art. 1 vier keerpunten, en het optreden van een drievoudig punt zou derhalve die kromme doen uiteenvallen, wat in het algemeen niet gebeurt.

4. *De ruimtekromme R^m bezit*

$$\tau_1 = \frac{4}{3}(m-3)(m-4)(m-5) + 4D(m-4)(m-5) +$$
$$+ 4D(D-1)(m-5) + \frac{4}{3}D(D-1)(D-2)$$

drievoudige raakvlakken.

Men denkt zich ergens een dubbelraakvlak e van R^m aangebracht, dat R^m in $(m-4)$ punten p snijdt, waar de raaklijnen g worden getrokken, en het is dan weder de vraag onder alle drietallen e, g, p, waarvan een enkelvoudige oneindige hoeveelheid voorhanden is, het aantal ε der coïncidenties van g en e op te sporen. De formule

$$\varepsilon = e + g - p,$$

dualistisch overeenkomende met die van art. 3, zal daartoe kunnen dienen. Het is onnoodig stil te staan bij de bepaling van e, g en p. Men behoeft in de getallen van art. 3 slechts m en n, e en p te verwisselen, en tevens x te vervangen door de klasse y van het ontwikkelbare oppervlak, gevormd door de dubbelraakvlakken van R^m. Zoo is dan:

$$e = y\ (m-4),$$
$$g = r\ (y-2r+8),$$
$$p = m(y-2r+8).$$

Onder de ε coïncidenties tellen de τ_1 drievoudige raakvlakken elk driemaal. Ieder der drie raakpunten mag als punt p worden opgevat. En dan is het in te zien, dat de

λ_1 rakende osculatievlakken elk tot twee oneigenlijke coïncidenties aanleiding geven. Immers laat zulk een vlak in A osculeeren en in B raken, dan ligt de raaklijn in B in het vlak, dat door de raaklijn in A en de onmiddellijk daaropvolgende is gebracht, en het punt p valt dan in B. Tegelijk evenwel ligt de raaklijn in A in een vlak, dat behalve de onmiddellijk opvolgende ook de raaklijn in B bevat, waarbij dus het punt p in A is aan te nemen. Daarmede is de vergelijking

$$3\,\tau_1 + 2\,\lambda_1 = y\,(m-4) + (r-m)\,(y-2\,r+8)$$

verkregen. Substitueert men de reeds vroeger aangegeven waarden van λ_1 en y en drukt men ten laatste alles uit in m en D, dan komt er

$$\tau_1 = \frac{4}{3}(m-3)(m-4)(m-5) + 4\,D(m-4)(m-5) +$$
$$+ 4\,D(D-1)(m-5) + \frac{4}{3}D(D-1)(D-2).$$

Indien men bedenkt, dat voor $m = 5$, altijd $D \leqq 2$, dan besluit men, dat naar behooren de substituties $m = 3$, 4 of 5 altijd leveren $\tau_1 = 0$. Trouwens de verkregen uitkomsten stemmen overeen met die, welke CREMONA langs geheel anderen weg heeft afgeleid.

5. Tusschen de getallen λ, τ, m en de reciproke grootheden λ_1, τ_1, n bestaat een eenvoudige betrekking, die de dualistische overeenkomst in het licht stelt. Rechtstreeksche berekening leert

$$\lambda_1 - \lambda = \quad 4\,(m + 3\,D-3)(m + D-5),$$
$$\tau_1 - \tau = -4\,(m + 3\,D-3)(m + D-4),$$

waaruit volgt:

$$(\lambda_1 + \tau_1) - (\lambda + \tau) = -4\,(m + 3\,D-3).$$

Nu is volgens art. 1:

$$n - m = 2\,(m + 3\,D-3),$$

zoodat men heeft:

$$(\lambda_1 + \tau_1) - (\lambda + \tau) = -2(n-m),$$

of

$$\lambda + \tau + 2m = \lambda_1 + \tau_1 + 2n.$$

---

6. *De drievoudige koorden van de ruimtekromme R^m vormen een regelvlak $F\mu$ van den graad*

$$\mu = \frac{1}{3}(m-1)(m-2)(m-3) - D(m-2).$$

Gewoonlijk wordt deze bekende stelling alleen bewezen voor het geval, dat R^m de volledige doorsnede is van twee oppervlakken *). Het bewijs geleverd met behulp van de coïncidentieformules van SCHUBERT is van algemeene geldigheid.

Aan iedere koorde g van R^m wordt een punt p der kromme toegevoegd; brengt men nog het vlak e van p en g aan, dan is daarmede een figuur verkregen, waarvan een drievoudig oneindige hoeveelheid voorhanden is. In een eindig aantal van gevallen zal er coïncidentie plaats vinden van p en g, waarbij tegelijkertijd het vlak e door een gegeven lijn gaat. Het aantal van die gevallen wordt bepaald met behulp van de formule

$$e^2 \varepsilon = e^2 p + e g_p \text{ †)}.$$

In deze formule heeft $e^2 p$ blijkbaar de waarde $m.\ \frac{1}{2}(m-1)(m-2)$. Want in het vlak der voorwaarde p liggen m

---

*) SALMON, t. a. p., blz. 432.

Door Prof. SCHOUTE is het getal μ bepaald met behulp van een beginsel ontleend aan DE JONQUIÈRES, dat later door SCHUBERT in zijn *Princip der Erhaltung der Anzahl* scherper uitgesproken is. Men vergelijke *Enkele algemeene beschouwingen omtrent ruimtekrommen*, art. 25, *Verslagen en Mededeelingen*, 2de Reeks, Deel 14.

†) SCHUBERT, t. a. p., blz. 84, form. 21.

punten p, die in verband met de gegeven lijn der voorwaarde e^3, even zooveel vlakken e bepalen, waarin $\frac{1}{2}(m-1)(m-2)$ koorden g worden aangetroffen. De waarde van $e\,g_p$ hangt af van het aantal h der schijnbare dubbelpunten. Het punt der voorwaarde g_p wijst h koorden g aan, die met het gegeven punt der voorwaarde e een aantal van $(m-2)$ punten van R^m aanwijzen. Derhalve is $e\,g_p = h\,(m-2)$. Eindelijk is aan de voorwaarde $e^2\,\varepsilon$ voldaan door elk der μ drievoudige koorden, welke de lijn door de voorwaarde e^2 gegeven, snijden. En wel voldoet iedere koorde driemaal, omdat het punt p elk van de drie punten van R^m kan voorstellen. Oneigenlijke coïncidenties doen zich voor bij de r raakvlakken e van R^m, die door de lijn der voorwaarde e^2 kunnen worden aangebracht. In zulk een vlak kan men het raakpunt als punt p en de verbindingslijn van het raakpunt met een der $(m-2)$ snijpunten als koorde g beschouwen. Dientengevolge moet voor $e^2\,\varepsilon$ de waarde $3\,\mu + r(m-2)$ worden aangenomen, en men kan μ oplossen uit de vergelijking

$$3\,\mu + r\,(m-2) = \frac{1}{2}\,m\,(m-1)\,(m-2) + h\,(m-2).$$

Substitueert men weder

$$r = 2\,(m-1) + 2\,D,$$

tegelijkertijd

$$h = \frac{1}{2}\,(m-1)\,(m-2) - D,$$

dan vindt men

$$\mu = \frac{1}{3}\,(m-1)\,(m-2)\,(m-3) - D\,(m-2).$$

Het is onnoodig deze bekende uitkomst te bespreken. Alleen wil ik opmerken, dat een redeneering gelijksoortig met de voorafgaande ook den graad doet kennen van het regelvlak, gevormd door de gemeenschappelijke snijlijnen van drie gegeven krommen, alsmede van het regelvlak, beschreven door die koorden eener kromme, die een tweede gegeven

kromme snijden *). Zelfs zou de bepaling dier getallen met nog geringere bezwaren gepaard gaan. Met de toepassing der stelling op krommen, ontstaan door regelvlakken, en in het bijzonder oppervlakken van den tweeden graad, met andere oppervlakken te doorsnijden, moet men behoedzaam zijn.

Want op een regelvlak van den tweeden graad liggen twee groepen van beschrijvende lijnen, terwijl het verder zou kunnen gebeuren, dat iedere drievoudige koorde meer dan drie punten met de kromme R^n gemeen had.

Voor het volgende is het van belang er aan te herinneren, dat R^m voor F^μ een δ-voudige kromme is, waarbij:

$$\delta = h - m + 2,$$

of

$$\delta = \frac{1}{2}(m-2)(m-3) - D.$$

Dit getal δ toch geeft het aantal dubbelribben van den kegel aan, waardoor R^m uit een harer punten wordt geprojecteerd †).

7. *Het ontwikkelbare oppervlak, dat F^μ aanraakt langs R^m, is van de klasse*

$$k = \frac{1}{2}(m-2)(m-3)(3m-8) + D(m-3)(m-8) - 2D(D-1).$$

In ieder vlak e, dat door een drievoudige koorde gaat, liggen op die koorde drie punten p van R^m, waar men de raaklijn g kan trekken. De figuren, bestaande uit een vlak e, een punt p en een lijn g, vormen een tweevoudig oneindig stelsel, waarin het een zeker aantal malen zal voorkomen, dat g in e valt, terwijl tevens het vlak e door een gegeven punt gaat. Die redeneering voert tot de toepassing van de formule

---

*) Ook van deze beide regelvlakken bepaalde Salmon (t. a. p., blz. 429—432) den graad en het aantal der bijzondere beschrijvende lijnen. Prof. Schoute (t. a. p., art. 27—28) voegde daaraan toe de afleiding van den graad der dubbelkrommen, die op deze oppervlakken voorkomen.

†) Salmon, t. a. p., blz. 298.

$$e\,\varepsilon = e^2 + g\,e - p\,e\ ^*).$$

Daarin is noodzakelijk $e^2 = 3\,\mu$, omdat op elk der μ beschrijvende lijnen van F^μ, die de lijn der voorwaarde e^2 ontmoeten, drie punten p liggen. Dan is het in te zien, dat $g\,e = r\,\delta$, $p\,e = m\,\delta$.

Want door ieder punt van R^m gaan δ drievoudige koorden, en door de voorwaarde $g\,e$ worden r, door de voorwaarde $p\,e$ worden m punten p op R^m aangewezen. De lijn g valt in e, en aan de coïncidentievoorwaarde $e\,\varepsilon$ is voldaan, ten eerste door de k raakvlakken van het bedoelde ontwikkelbare oppervlak, die door het gegeven punt der voorwaarde $e\,\varepsilon$ gaan. Maar elk der λ raaklijnen, die R^m in een tweede punt snijden, levert blijkbaar één oneigenlijke coïncidentie. Daardoor heeft men dus $e\,\varepsilon = k + \lambda$. Ter bepaling van k is nu de vergelijking verkregen:

$$k + \lambda = 3\,\mu + (r - m)\,\delta.$$

Substitueert men hierin de vroeger vermelde uitdrukkingen voor λ, μ, r en δ, dan komt er na eenige herleiding:

$$k = \frac{1}{2}(m-2)(m-3)(3m-8) + D(m-3)(m-8) - 2D)\,D - 1).$$

Zooals te verwachten was, wordt $k = 0$ voor $m = 3$ en ook voor $m = 4$, $D = 1$. In dit geval toch zijn er geen drievoudige koorden.

8. De voorafgaande bepaling, op zich zelf van niet zooveel belang, was noodig voor de verdere beschouwing van het regelvlak F^μ. Een regelvlak bezit namelijk in het algemeen een eindig aantal beschrijvende lijnen, die door de onmiddellijk voorafgaande worden gesneden. Deze beschrijvende lijnen, die ik kortheidshalve »ribben" †) zal noemen,

---

*) Schubert, t. a. p., blz. 84 (dualistische omkeering van form. 15 van blz. 83).

†) De Franschen noemen het snijpunt van twee opvolgende beschrijvende lijnen van een regelvlak „sommet" en de beschrijvende lijn dan alleen een „arête", als dit punt bovendien in 't oneindige ligt (de la Gournerie, *Géométrie descriptive*, blz. 151). Ik volg hier het voorbeeld

vertoonen de eigenschap, dat het raakvlak in een harer punten in alle punten van de lijn het oppervlak raakt, waarbij dan F^μ in elk dergelijk raakpunt een parabolische indicatrix bezit. Omtrent deze ribben geldt de stelling:

Het regelvlak F^μ bezit een aantal van

$$i = 2(m-2)(m-3)(m-4) + 2D(m-4)(m-6) - 4D(D-1)$$

ribben.

Wanneer een drievoudige koorde R^m in de punten A, B en C ontmoet, zal het in het algemeen nooit voorkomen, dat de drie raaklijnen, in die punten aan R^m getrokken, in een plat vlak liggen. Nooit kan dus een dergelijke koorde buiten R^m door de volgende worden gesneden. Maar wel zal het kunnen gebeuren, dat twee der drie raaklijnen, b. v. die in B en in C, elkaar snijden. Wat dan veroorzaakt, dat door A twee opvolgende beschrijvende lijnen van F^μ gaan, en dat de lijn $A\,B\,C$ een ribbe van F^μ wordt.

Het aantal i wordt derhalve gevonden, zoodra bekend is, hoeveel malen het voorkomt, dat het vlak e, gebracht door de drievoudige koorde $A\,B\,C$ of g en de raaklijn in B, samenvalt met het vlak f, gelegd door dezelfde koorde en de raaklijn in C. In de overeenkomst tusschen de vlakken e en f wordt met behulp van de formule

$$\varepsilon = e + f - g \text{ *)}$$

het aantal coïncidenties van e en f bepaald. Blijkbaar heeft zoowel e als f de waarde $2k$. Want door het punt der voorwaarde e gaan k vlakken, die een drievoudige koorde g of $A\,B\,C$ bevatten en in A aan $F\mu$ raken, waarbij dan elk der beide overige op g gelegen punten van R^m hetzij B, hetzij C kan worden genoemd.

Verder is $g = 6\mu$. Op de drievoudige koorden toch, die

---

van Dr. Chr. Wiener (*Lehrbuch der darstellenden Geometrie*, II, blz. 416), die elke beschrijvende lijn, welke met hare opvolgende in een plat vlak ligt, een „Kante" noemt.

*) Schubert, t. a. p., blz. 49, form. 1.

de lijn der voorwaarde g snijden, is ieder punt van R^m als punt A, B of C te beschouwen. De coïncidentievoorwaarde ϵ is bevredigd, vooreerst door de i ribben en wel tweemaal, aangezien de beide raakpunten van R^m zoowel aan de vlakken e en f als aan f en e kunnen worden toegevoegd. Niet vergeten mogen worden de oneigenlijke coïncidenties, waartoe weder de λ bijzondere raaklijnen van art. 1 aanleiding geven. Men moet zich daarbij A in het snijpunt, B en C in het raakpunt denken. Met dit alles is de vergelijking

$$2\,i + \lambda = 4\,k - 6\,\mu$$

verkregen, waaruit na herleiding volgt

$$i = 2\,(m-2)(m-3)(m-4) + 2\,D\,(m-4)(m-6) - 4\,D\,(D-1).$$

Zulke ribben komen niet voor in de gevallen $m = 3$ en $m = 4$, aangezien geen vlak dan vijf punten van R^m bevat. Ook $m = 5$, $D = 2$ geeft $i = 0$. En dat is te verklaren, omdat nu R^5 een aanvullingsdoorsnee uitmaakt van een oppervlak van den derden met een van den tweeden graad. Op laatstgenoemd oppervlak vallen alle drievoudige koorden, en daar zij alle beschrijvende lijnen zijn van dezelfde groep, komen er geen snijdende voor.

9. Maar behalve de besproken bijzondere beschrijvende lijnen van F^μ zijn er, die, omdat zij vier verschillende punten met R^m gemeen hebben, als viervoudige lijnen van F^μ, tegelijk als zesvoudige koorden van R^m moeten worden opgevat.

Hun aantal l_4, dat, waar R^m de volledige doorsnede van twee oppervlakken vormt, ook nog langs algebraïschen weg kan worden afgeleid *), wordt ook in het algemeene geval met behulp van de formules van SCHUBERT op eenvoudige wijze bepaald.

---

*) SALMON, t. a. p., blz. 435.

Het door Prof. SCHOUTE aan DE JONQUIÈRES ontleende beginsel is op zich zelf niet voldoende om tot de bepaling van l_4 te geraken (t. a. p., art. 29).

Men bewijst de stelling: *De ruimtekromme R^m bezit een aantal van*

$$l_4=\frac{1}{12}(m-2)(m-3)^2(m-4)-\frac{1}{2}D(m-3)(m-4)+\frac{1}{2}D(D-1)$$

zesvoudige koorden; m. a. w. het regelvlak F^μ telt l_4 viervoudige lijnen.

Om dit aan te toonen, voegt men aan iedere lijn g van F^μ een niet op die lijn gelegen punt p van R^m toe, en noemt weder het door g en p bepaalde vlak e. Er is een tweevoudig oneindige hoeveelheid van de aldus geconstrueerde figuren voorhanden. Aan die figuren kunnen dus tweevoudige voorwaarden worden opgelegd. In het bijzonder zal men kunnen eischen, dat p in g valt, terwijl tegelijk het vlak e onbepaald wordt. Zoo komt men er toe de formule

$$e\,\varepsilon = p\,e + g_p\ ^*).$$

aan te wenden. En dan blijkt, dat g_p nul is, omdat een gegeven punt niet op F^μ ligt. Het gegeven vlak der voorwaarde $p\,e$ bepaalt m punten p, die met het gegeven punt derzelfde voorwaarde te zamen even zooveel lijnen aangeven, die $(\mu-\delta)$ drievoudige koorden treffen. Daarom is $p\,e = m\,(\mu-\delta)$.

De coïncidentievoorwaarde $e\,\varepsilon$ is bevredigd viermaal door iedere zesvoudige koorde. Bovendien heeft men te bedenken, dat door het gegeven punt der voorwaarde $e\,\varepsilon$ een aantal van k vlakken gaan, die behalve een lijn g ook de raaklijn aan R^m in een harer drie snijpunten met de kromme bevatten. In zulk een vlak e nadert werkelijk een vierde punt p van R^m onbepaald tot de drievoudige koorde g. Daarom is het volledige aantal der coïncidenties te stellen op $4\,l_4 + k$, en de formule gaat over in de vergelijking

$$4\,l_4 + k = m\,(\mu-\delta).$$

Na de noodige herleiding zal men vinden:

---

*) Schubert, t. a. p., blz. 83, form. 17.

$$l_4=\frac{1}{12}(m-2)(m-3)^2(m-4)-\frac{1}{2}D(m-3)(m-4)+\frac{1}{2}D(D-1).$$

Bij wijze van proef wil ik substitueeren $m=3p$, en onderstellen, dat R^m de volledige doorsnede is van een oppervlak van den derden met een van den p^{den} graad, in welk geval men heeft te nemen:

$$D=\frac{1}{2}(3p^2-3p+2)\ ^*).$$

Men verkrijgt:

$$l_4=27.\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{1.\quad 2.\quad 3.\quad 4}.$$

Iedere zesvoudige koorde van R^m ligt thans geheel in het oppervlak van den derden graad, en treedt $\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{1.\ 2.\ 3.\ 4}$ malen als zoodanig op. De verkregen uitkomst voor l_4 wijst derhalve naar behooren op de aanwezigheid van 27 rechte lijnen op het oppervlak van den derden graad.

Het is misschien overbodig er weer op te wijzen, dat de stelling niet geldig is voor krommen, die uit doorsnijding van regelvlakken zijn ontstaan.

10. *Het geslacht* Δ *van het regelvlak* F^μ *wordt uitgedrukt door de vergelijking*

$$(\Delta-1)=\frac{1}{6}(m-2)(m-3)(2m-11)+\frac{1}{2}D(m^2-9m+22)-D(D-1).$$

Uitgesloten zijn hierbij de gevallen $m=3$ *en* $m=4$, $D=1$, *omdat alsdan het regelvlak* F^μ *niet bestaat.*

De bepaling van het geslacht Δ van een enkelvoudig oneindig stelsel geschiedt door middel van de betrekking, welke door Zeuthen is aangegeven, en waarin een overeenkomst tusschen de elementen van twee dergelijke stelsels Σ en Σ' wordt ondersteld. Laat die overeenkomst zoodanig zijn ingericht, dat aan een element van Σ een aantal

---

*) Cremona-Curtze, t. a. p., blz. 100.

van β' elementen van Σ', en wederkeerig aan een element van Σ' een aantal van β elementen van Σ zijn toegevoegd, laat het vervolgens γ' malen gebeuren, dat twee der β' elementen van Σ', en γ malen, dat twee der β elementen van Σ samenvallen, dan bestaat er tusschen het geslacht D van Σ en Δ van Σ' de betrekking:

$$\gamma - \gamma' = 2\beta'(D-1) - 2\beta(\Delta-1)\ *.$$

En het ligt hier voor de hand op de beschreven wijze de punten van R^m, beschouwd als stelsel Σ, toe te voegen aan de lijnen van F^μ, beschouwd als stelsel Σ', en wel wordt de overeenkomst op de eenvoudigste wijze tot stand gebracht, indien men ieder punt de daardoor gaande lijn, iedere lijn het daarop liggende punt toewijst.

Bij deze onderstelling is $\beta' = \delta$, omdat volgens art. 6 door een punt van R^m steeds δ lijnen van F^μ gaan. Duidelijk is het, dat met iedere lijn drie punten overeenkomen, vandaar $\beta = 3$. Twee der δ aan een punt toegevoegde stralen vallen slechts dan samen, als dit punt geraakt in een der i punten van R^m, waar twee opvolgende lijnen van F^μ elkaar snijden. En twee der drie aan een lijn toegewezen punten kunnen alleen dan elkaar onbepaald naderen, wanneer de lijn een der in art. 1 besproken raaklijnen van R^m is geworden.

Daaruit mag men derhalve besluiten: $\gamma' = i, \gamma = \lambda$.

De stelling van ZEUTHEN levert thans de vergelijking

$$6(\Delta-1) = 2\delta(D-1) + i - \lambda,$$

waaruit na substitutie der waarde van δ, i en λ gevonden wordt:

$$(\Delta-1) = \frac{1}{6}(m-2)(m-3)(2m-11) + \frac{1}{2}D(m^2-9m+22) - D(D-1).$$

11. In het voorafgaande is het middel gevonden, om een

*) CLEBSCH-LINDEMANN, *Vorlesungen über Geometrie*, I, blz. 459.

der voornaamste bijzonderheden van het regelvlak F^μ te onderzoeken. En daarmede bedoel ik de dubbelkromme $R^{m'}$, die op F^μ moet voorkomen. In de eerste plaats wordt nu haar graad gemakkelijk bepaald. Men behoeft slechts de bijzondere punten na te gaan, die een willekeurige vlakke doorsnede van F^μ vertoonen moet. Die doorsnede van den graad μ en het geslacht Δ bezit vooreerst op R^m eenige δ-voudige punten, ten getale van m, ten tweede l_4 viervoudige punten op de viervoudige beschrijvende lijnen, ten laatste m' dubbelpunten op de dubbelkromme $R^{m'}$. Volgens de bekende formule voor het geslacht is dus:

$$\Delta = \frac{1}{2}(\mu-1)(\mu-2) - m.\frac{1}{2}\delta(\delta-1) - \frac{1}{2}.4.3.l_4 - m'.$$

Worden alle grootheden in m en D uitgedrukt, en lost men m' op, dan komt er:

$$m' = \frac{1}{72}(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(4m^2 - m - 12) -$$

$$-\frac{1}{6}D(m-2)(m-4)(m-5)(2m+3)+\frac{1}{2}D(D-1)m(m-5).$$

Volgens SALMON *) zou deze uitkomst nog niet langs meetkundigen weg zijn verkregen. CAYLEY †) evenwel heeft

---

*) T. a. p., blz. 435.

†) *Philosophical Transactions*, Deel 153, II, blz. 453, „On skew surfaces, otherwise scrolls". Het geheele samenstel der op F^μ voorkomende veelvoudige lijnen duidt CAYLEY aan door $NT(m^3)$ („nodal total"), het deel, dat overeenkomt met de viervoudige lijnen door $NG(m^3)$ („nodal generator"), het deel, dat overeenkomt met R^m door $ND(m^3)$ („nodal director"), en de rest, dat is $R^{m'}$, door $NR(m^3)$ („nodal residue"). Eerst worden $NT(m^3)$, $NG(m^3)$ en $ND(m^3)$ gezocht, en dan $NR(m^3)$ bepaald door de vergelijking

$$NR(m^3) = NT(m^3) - ND(m^3) - NG(m^3).$$

In de hier aangewezen aftrekking is een fout begaan; er wordt gevonden (zie ook *Table of results*)

$$NR(m^3) = \frac{1}{18}[m]^6 + \frac{3}{8}[m]^5 - \frac{1}{2}[m]^4 + 3m + M\left\{\frac{1}{3}[m]^4 - \frac{1}{6}[m]^3 - \frac{5}{2}[m]^2 + 8m - 20\right\} +$$

$$+ M^2\left\{\frac{1}{2}[m]^2 - 2m\right\},$$

met behulp van een indirecte methode het getal m' gevonden. Daarbij wordt eerst aangenomen, dat de kromme R^m uit een samenstel van twee of drie andere krommen bestaat. Zijn deze meer eenvoudige gevallen behandeld, dan kan men met behulp van functionaal-vergelijkingen opklimmen tot het algemeene geval, waarbij R^m niet is ontaard. Voor de bepaling van de constanten, die bij het ontwikkelen dezer functionaal-vergelijkingen worden ingevoerd, moet men zijn toevlucht nemen tot de beschouwing van bijzondere voorbeelden, waarbij men door andere middelen in staat is gesteld, om de waarde van m' aan te geven.

12. Het is wenschelijk eenige gegevens te verzamelen omtrent het verloop van $R^{m'}$ ten opzichte van de fundamentale kromme R^m. En dan doet zich ten eerste de vraag voor, of R^m en $R^{m'}$ ook eenige punten gemeen hebben. Laten de lijnen $A\,B\,C$ en $A\,D\,F$ twee drievoudige koorden van R^m zijn, uit het punt A van R^m getrokken, en onderzoeken wij, of deze beide koorden gedurende hun beweging een tak van $R^{m'}$ in de nabijheid van A kunnen brengen. Zoo men zich niet uit de omgeving van A verwijdert, kan men voor een oogenblik R^m vervangen door het samenstel der raaklijnen a, b, c, d en f in de punten A, B, C, D en F aan R^m getrokken. Het regelvlak F^4 gaat daardoor, wat dit deel der omgeving van A betreft, over in twee hyperboloïden $(a\,b\,c)$ en $(a\,d\,f)$. Deze beide hyperboloïden hebben de lijn a gemeen; zij doorsnijden elkaar verder vol-

---

waarin $M = h - \frac{1}{2}[m]^2$.

In deze uitkomst nu moet de vierde term $+ 3\,m$ in $- 3\,m$ worden veranderd, waarmede dan tegelijk de in anderen vorm door SALMON medegedeelde uitkomst overgaat in

$$\frac{1}{2}h_1^2 m_1(m_1-5) - \frac{1}{6}h_1(m_1^4 - 5m_1^3 + 5m_1^2 - 49m_1 + 120) +$$
$$+ \frac{1}{72}(m_1^6 - 6m_1^5 + 31m_1^4 - 270m_1^3 + 868m_1^2 - 840m_1),$$

die thans naar behooren nul wordt voor $m_1 = 5$, en verder overeenstemt met wat hier is afgeleid.

gens een kromme van den derden graad, die hier als dubbelkromme optreedt. In het algemeen komt die kromme niet in de nabijheid van A; slechts dan zal een tak door A gaan, wanneer de hyperboloïden $(a\,b\,c)$ en $(a\,d\,f)$ elkaar in A aanraken, m. a. w., wanneer de lijnen $A\,B\,C$ en $A\,D\,F$ met a in een plat vlak gelegen zijn. Terugkeerende tot de gegeven kromme R^m, besluit men, dat deze overal dáár door $R^{m'}$ zal worden gesneden, waar twee der δ beschrijvende lijnen van F^μ een raakvlak van R^m bepalen.

En dan volgt weer als van zelf, welke weg kan worden ingeslagen, om het aantal ξ dezer snijpunten te vinden. Men construeert in ieder punt A van R^m de twee drievoudige koorden $A\,B\,C$ en $A\,D\,F$ benevens de raakvlakken e en f van F^μ, die deze koorden met de raaklijn g, in A aan R^m getrokken, bepalen. Zoodra die vlakken e en f samenvallen, zonder dat dit met de koorden $A\,B\,C$ en $A\,D\,F$ plaats vindt, is A een snijpunt van R^m en $R^{m'}$. Om het aantal der coïncidenties van e en f te vinden, heeft men aan te wenden de formule

$$\varepsilon = e + f - g \text{ *).}$$

Daarin is voor e, en dan ook voor f, te stellen $k(\delta-1)$, terwijl g de waarde $r\,\delta\,(\delta-1)$ verkrijgt. Immers het gegeven punt der voorwaarde e bepaalt k vlakken e, waaraan weder $(\delta-1)$ vlakken f zijn toegevoegd; en de lijn g wijst r raaklijnen g aan, waarbij $\delta\,(\delta-1)$ vlakkenparen e, f zijn te vinden.

Er blijft over de waarde van ε te zoeken. Vallen in de ξ snijpunten van R^m en $R^{m'}$ twee verschillende drievoudige koorden met de raaklijn g in één vlak, dan telt dit voor twee coïncidenties, omdat men aan die koorden de vlakken e en f, maar ook de vlakken f en e kan toevoegen. Naderen evenwel de beide koorden elkaar onbepaald, zooals dit voor iedere ribbe ééns gebeurt, dan is dit een enkelvoudige coïncidentie.

---

*) Schubert, t. a. p., blz. 49, form. 1.

Ligt ten laatste het punt A op een viervoudige beschrijvende lijn, dan vallen daar langs drie der δ drievoudige koorden, welke uit ieder punt van R^m, dus ook uit A, getrokken kunnen worden. Drie raakvlakken, naar willekeu e of f te noemen, vallen daar samen. Wat dan voor zes coïncidenties telt.

Daarmede is derhalve afgeleid de vergelijking

$$2\xi + i + 24\,l_4 = (2k - r\delta)(\delta - 1),$$

waaruit na de noodige herleiding zal gevonden worden:

$$\xi = \frac{1}{4}(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(2m-3) +$$

$$+ \frac{1}{4}D(m-4)(m-5)(m^2-15m+18) - D(D-1)(m-5)^2 +$$

$$+ D(D-1)(D-2).$$

Voor $m = 3$, 4 of 5 volgt, zooals te verwachten was, $\xi = 0$. Een bijzonder geval, geschikt om de verkregen uitkomst te controleeren, levert de doorsnede R^9 van twee oppervlakken H^3 van den derden graad, die van het geslacht 10 is en blijkbaar geen zesvoudige koorden bezitten kan. De dubbelkromme $R^{m'}$, volgens art. 11 van den graad 255, snijdt een der beide oppervlakken H^3 in 765 punten, waarvan er 135 zijn gelegen in de onderlinge snijpunten der 27 rechte lijnen, die op H^3 voorkomen, terwijl de overige 630 noodzakelijk snijpunten van R^9 met de dubbelkromme moeten zijn. Inderdaad zal men, $m = 9$, $D = 10$ in de gevonden vergelijking substitueerende, $\xi = 630$ vinden.

Het is dienstig er aan te herinneren, dat de besproken snijpunten enkelvoudig zijn voor $R^{m'}$ en δ-voudig voor F^μ. Het aantal bladen van F^μ, dat door zulk een punt gaat, is even groot als in elk willekeurig punt van R^m.

13. Ook in de omgeving der viervoudige lijnen van F^μ zal men bijzondere punten der dubbelkromme $R^{\mu'}$ aantreffen. Onderstel, dat zulk een viervoudige lijn $A\,B\,C\,D$ in A, B, C en D de kromme R^a ontmoet. Ten opzichte van het punt A moet men die lijn beschouwen, als te zijn ontstaan uit de samenvalling van de drie drievoudige koorden $A\,B\,C$, $A\,B\,D$ en $A\,C\,D$. Laat $A\,F\,G$ een der $(\delta-3)$ overige

zijn, en laat men zich voor een oogenblik R^m vervangen denken door het samenstel der raaklijnen a, b, c, d, f en g in de gelijknamige punten aan R^m getrokken, dan gaat het beschouwde deel van F^μ, voorzoover de omgeving van A betreft, over in een stelsel van vijf hyperboloïden, die men kan aanduiden door de teekens $(a\,b\,c)$, $(a\,b\,d)$, $(a\,c\,d)$, $(b\,c\,d)$, $(a\,f\,g)$. Neemt men in aanmerking, dat er feitelijk $(\delta-3)$ hyperboloïden $(a\,f\,g)$ te construeeren zijn, dan volgt reeds, dat A een $(\delta+1)$-voudig punt van F^μ wordt. Er moet nu worden nagegaan, welk stelsel van dubbelkrommen deze vijf hyperboloïden bepalen. Vooreerst is het in te zien, dat de vier eerste onderling geen eigenlijke dubbelkromme voortbrengen. Zij leveren alleen een tweede zesvoudige koorde, die echter niet in de nabijheid van A komt. Ieder der drie eerste wordt door de laatste gesneden volgens een kromme van den derden graad, die evenmin in de omgeving van A een tak bezit. De laatste twee evenwel snijden elkaar volgens een kromme van den vierden graad, en deze snijdt in A de lijn a. Daaruit mag men besluiten, dat ieder der $(\delta-3)$ beschrijvende lijnen, die naast de viervoudige uit A getrokken kunnen worden, een tak van $R^{m'}$ door A doet gaan. Onderlinge aanraking of aanraking met R^m van deze $(\delta-3)$ takken van $R^{m'}$ zal niet plaats vinden. De tweede groep snijpunten van R^m en $R^{m'}$, gelegen op de l_4 zesvoudige koorden, die in de beschouwing van het vorige artikel de laatste groep van coïncidenties vormde, vertegenwoordigt alzoo

$$\eta = 4\,(\delta-3)\,l_4$$

enkelvoudige punten.

14. Maar de viervoudige lijnen hebben nog andere punten met $R^{m'}$ gemeen. Om dit in te zien, behoeft men slechts na te gaan of een viervoudige lijn nog andere beschrijvende lijnen van F^μ behalve op R^m kan ontmoeten. Daartoe merkt men op, dat een willekeurig vlak door een zesvoudige koorde met F^μ nog een kromme van den graad $(\mu-4)$ gemeen heeft, die de koorde in $(\mu-4)$ punten snijdt. Vier van deze snijpunten zijn raakpunten van het aangebrachte vlak

met F^μ; in de $(\mu-8)$ overige ontmoet de koorde andere beschrijvende lijnen van F^μ. Maar 4 $(\delta-3)$ van dergelijke lijnen treffen de koorde op R^m, derhalve wordt een viervoudige lijn van F^μ buiten R^m door $(\mu-4\,\delta+4)$ andere beschrijvende lijnen gesneden.

Onderstel, dat P het snijpunt is van de viervoudige lijn $A\,B\,C\,D$ en de drievoudige koorde $F\,G\,H$, dan kan men, de reeds meermalen gebruikte redeneering volgende, om de omgeving van P te onderzoeken, R^m vervangen door de raaklijnen a, b, c, d, f, g en h. Daardoor gaat, voorzoover het beschouwde deel van F^μ betreft, dit oppervlak over in een groep van vijf hyperboloïden, die een samenstel van dubbelkrommen opleveren. Daar alle vijf $(a\,b\,c)$, $(a\,b\,d)$, $(a\,c\,d)$, $(b\,c\,d)$ en $(f\,g\,h)$ door P gaan, is dat punt een vijfvoudig punt van F^μ, waarvan de osculatiekegel uit vijf vlakken bestaat. De vier eerste onderling leveren in de nabijheid van P geen dubbelkromme. Maar $(f\,g\,h)$ snijdt elk der vier eerste in een kromme van den vierden graad, en deze krommen gaan alle door P. Het besluit is derhalve gewettigd, dat in de punten P de dubbelkromme $R^{m'}$ vier takken bezit, die noch elkaar, noch de zesvoudige koorde zullen aanraken.

15. Het verdere onderzoek van $R^{m'}$ vereischt de bepaling van de klasse k' van het ontwikkelbare oppervlak, dat langs $R^{m'}$ om F^μ is beschreven. Om daartoe te geraken, construeert men in elk punt p van $R^{m'}$ een der beide beschrijvende lijnen g van F^μ, en bepaalt op g het punt q, waar het raakvlak aan F^μ door een gegeven punt gaat. Blijkbaar is het aantal ε der coïncidenties tusschen p en q gelijk aan de gevraagde klasse k'. De aanwending der formule

$$\varepsilon = p + q - g \text{ *)}$$

is dus hier aangewezen.

Vooreerst heeft men nu in aanmerking te nemen, dat iedere drievoudige koorde

$$\mu-2-3\,(\delta-1) = \mu + 1 - 3\,\delta$$

*) Schubert, t. a. p., blz. 44, form. 1.

malen $R^{m'}$ ontmoet. Want een vlak door de drievoudige koorde heeft met F^{μ} nog verder een kromme van den graad $(\mu-1)$ gemeen, en terwijl één van de $(\mu-1)$ snijpunten van deze kromme met de koorde het raakpunt is van F^{μ} en het aangebrachte vlak, wordt de koorde in de $(\mu-2)$ overige door andere beschrijvende lijnen gesneden. Van deze $(\mu-2)$ punten vallen er telkens $(\delta-1)$ in de drie punten, waar de koorde op R^{m} rust, de overige, ten getale van $\mu-2-3(\delta-1)$, zijn punten van $R^{m'}$.

Verder is het duidelijk, dat iedere lijn g slechts één punt q naast één punt p bevat, terwijl de punten q liggen op een kromme, waarvan de graad door den rang ϱ van het regelvlak wordt aangegeven.

Aannemende, dat de bijzondere punten van een vlakke doorsnede van F^{μ} te zamen δ' gewone dubbelpunten vertegenwoordigen, heeft men ter bepaling van ϱ de vergelijkingen:

$$\varrho = \mu(\mu-1) - 2\delta',$$
$$2\Delta = (\mu-1)(\mu-2) - 2\delta',$$

waaruit volgt:

$$\varrho = 2(\mu-1) + 2\Delta.$$

Voor de symbolen q en g vindt men nu de waarden:

$$q = \varrho(\mu + 1 - 3\delta),$$
$$g = \mu(\mu + 1 - 3\delta),$$

terwijl men heeft $p = 2m'$, omdat door ieder punt van $R^{m'}$ in het vlak der voorwaarde p twee lijnen g gaan. De formule gaat daardoor over in de vergelijking

$$k' = (\varrho-\mu)(\mu + 1 - 3\delta) + 2m'.$$

Zoo men wil, is alles weder in m en D uit te drukken.

16. Het is een eigenaardigheid van de dubbelkromme $R^{m'}$, dat zij buiten de besproken bijzondere punten geen eigenlijke dubbelpunten bezitten zal. Immers ieder punt van $R^{m'}$ is ontstaan door de snijding van twee lijnen uit een enkelvoudig oneindig stelsel. In het algemeen zullen hoog-

stens drie lijnen uit het stelsel tegelijk door één punt gaan, maar dan is zulk een punt onmiddellijk als een drievoudig punt van $R^{m'}$ aan te merken. De fundamentale kromme R^m wordt uit zulk een punt op een willekeurig vlak geprojecteerd als een vlakke kromme met drie drievoudige punten. De uitkomsten der voorafgaande artikelen zijn voldoende, om het aantal Φ_3 van deze drievoudige punten van $R^{m'}$ te doen kennen. Men behoeft slechts de volledige doorsnijding op te maken van $R^{m'}$ met het tweede poolvlak van een gegeven punt P, genomen ten opzichte van het regelvlak F^μ. Van die doorsnijding, bestaande uit $m'(\mu-2)$ punten, vallen er:

1° één in elk der k' punten van $R^{m'}$, waar een der beide raakvlakken door P gaat, en wel één, omdat deze punten enkelvoudig zijn zoowel voor $R^{m'}$ als voor het tweede poolvlak;

2° drie in elk der Φ_3 drievoudige punten van $R^{m'}$, en wel drie, omdat deze punten drievoudig voor $R^{m'}$ en enkelvoudig voor het tweede poolvlak zijn;

3° $(\delta-2)$ in elk der ξ punten van de eerste groep van doorsnijdingen van R^m en $R^{m'}$, en wel $(\delta-2)$, omdat deze punten enkelvoudig voor $R^{m'}$ en $(\delta-2)$-voudig voor het tweede poolvlak zijn;

4° twaalf in elk der $l_4(\mu+4-4\delta)$ punten, waar $R^{m'}$ buiten R^m de viervoudige lijnen van F^μ ontmoet, en wel twaalf, omdat deze punten viervoudig voor $R^{m'}$, vijfvoudig voor F^μ *), dus drievoudig voor het tweede poolvlak zijn;

5° $(\delta-1)(\delta-3)$ in elk der $4\,l_4$ punten, waar de zesvoudige koorden op R^m rusten, en wel $(\delta-1)(\delta-3)$, omdat deze punten $(\delta-3)$-voudig voor $R^{m'}$ en $(\delta-1)$-voudig voor het tweede poolvlak zijn.

Uit dit alles te zamen volgt:

$$m'(\mu-2) = k' + 3\,\Phi_3 + \xi(\delta-2) + 12\,l_4(\mu+4-4\delta) + \\ + 4\,l_4(\delta-1)(\delta-3),$$

zoodat

---

*) Vergelijk art. 14.

$$3\Phi_3 = m'(\mu-2)-k'-\xi(\delta-2)-12\,l_4(\mu+4-4\,\delta)- \\ -4\,l_4(\delta-1)(\delta-3),$$

waarin de grootheden van het rechter lid alle uit de vorige artikelen bekend zijn.

Deze uitkomst verliest weder haar geldigheid, wanneer F^μ is een oppervlak van den tweeden graad, waarop twee groepen van beschrijvende lijnen liggen, of wanneer iedere beschrijvende lijn in meer dan drie punten op R^m rust. Zullen drievoudige punten op $R^{m'}$ zich voordoen, dan moet m minstens gelijk zes zijn. De substitutie $m = 6$ levert achtereenvolgens:

$$\mu = 20-4\,D, \quad \delta = 6-D, \quad l_4 = \frac{1}{2}(D-3)(D-4),$$

$$m' = (D-3)(3D-14), \quad \xi = (D-3)(D^2-D-18),$$
$$k' = 2(D-3)(D^2+2D-26),$$

en eindelijk

$$\Phi_3 = -\frac{1}{3}(D+1)(D-2)(D-3)(D-4).$$

De enkelvoudige kromme R^6 is hoogstens van het geslacht vier, de gevonden uitdrukking voor Φ_3 is derhalve òf nul, òf positief. Dat in de gevallen $D = 2$, 3 of 4 het getal Φ_3 nul is, was te verwachten; in dat geval is toch het aantal der schijnbare dubbelpunten $h < 9$, en drie drievoudige koorden door één punt zouden negen enkelvoudige koorden door dit punt vertegenwoordigen.

Een bijzonder voorbeeld, geschikt om de uitkomst voor Φ_3 te controleeren, levert de doorsnede R^9 van twee oppervlakken van den derden graad G^3, waarvoor het geslacht de waarde tien heeft.

17. Alvorens daartoe over te gaan, is het evenwel noodig, eerst de klasse van de beide F^μ dubbelaanrakende ontwikkelbare oppervlakken O_σ en $O_{\sigma'}$ te zoeken. Het is duidelijk, dat nu op F^μ twee veelvoudige krommen R^m en $R^{m'}$ voorkomen, er ook twee dergelijke ontwikkelbare oppervlakken zijn. Men kan namelijk dubbelraakvlakken aanbrengen, zoowel door een paar drievoudige koorden, die hun snijpunt op

R^m hebben, als door een dergelijk paar, waarvan het snijpunt op $R^{m'}$ valt.

Volgens een bekende stelling van CAYLEY *) is voor een regelvlak de graad der dubbelkromme gelijk aan de klasse van het dubbelaanrakende ontwikkelbare oppervlak ; als men dus van O_σ en $O_{\sigma'}$ in volgorde de klasse σ en σ' noemt, is

$$\sigma + \sigma' = \frac{1}{2} m \delta (\delta - 1) + m'.$$

Voor de bepaling van σ en σ' is het derhalve voldoende σ' te berekenen, en daartoe geeft de methode van SCHUBERT weder een eigenaardigen weg aan. Beschouwen wij de kegelsneden, die R^m in zes afzonderlijke punten snijden, en stellen wij die aan de kegelsnee opgelegde voorwaarde door het teeken z voor. In navolging van SCHUBERT beteekent †):

μ_1 de voorwaarde, dat het vlak der kegelsnee een gegeven punt bevat,

ν_1 de voorwaarde, dat de kegelsnee een gegeven lijn snijdt,

ϱ_1 de voorwaarde, dat de kegelsnee een gegeven vlak raakt,

δ_1 de voorwaarde, dat de kegelsnee in twee snijdende lijnen ontaardt, en

η_1 de voorwaarde, dat de kegelsnee in een puntenpaar overgaat.

Voor ieder kegelsneestelsel gelden de vergelijkingen §):

$$2\nu_1 - 2\mu_1 - \varrho_1 = \eta_1,$$
$$\delta_1 = 2\varrho_1 - \nu_1,$$

waaruit men door symbolische vermenigvuldiging afleidt

$$2\nu_1\delta_1 z - 2\mu_1\delta_1 z - \varrho_1\delta_1 z = \eta_1 z (2\varrho_1 - \nu_1).$$

Maar het is onmiddellijk in te zien, dat alle symbo-

---

*) CREMONA-CURTZE, t. a. p., blz. 54.

†) SCHUBERT, t. a. p., blz. 90 en 91. Ten einde geen verwarring te veroorzaken, schrijf ik $\mu_1, \nu_1, \varrho_1, \delta_1, \eta_1$, waar SCHUBERT $\mu, \nu, \varrho, \delta, \eta$ gebruikt, welke letters hier reeds in andere beteekenis voorkomen.

§) SCHUBERT, t. a. p., blz. 92.

len, die tegelijk η_1 en z als factor bevatten, nul worden, dus is

$$\mu_1 \delta_1 z = \nu_1 \delta_1 z - \frac{1}{2} \varrho_1 \delta_1 z.$$

Daarin is blijkbaar

$$\mu_1 \delta_1 z = \sigma',$$
$$\nu_1 \delta_1 z = \mu(\mu + 1 - 3\delta),$$

omdat de gegeven lijn der voorwaarde ν_1 een aantal van μ drievoudige koorden treft, die met $(\mu + 1 - 3\delta)$ dergelijke koorden een ontaarding δ_1 kunnen vormen. Verder is $\varrho_1 \delta_1 z = 2m'$, omdat, zoodra het vlak der voorwaarde ϱ_1 door het dubbelpunt eener ontaarding δ_1 gaat, dit vlak geacht wordt die kegelsnee tweemaal te raken. Aldus vindt men

$$\sigma' = \mu(\mu + 1 - 3\delta) - m',$$

en dan tegelijk

$$\sigma = 2m' + \frac{1}{2} m\delta(\delta - 1) - \mu(\mu + 1 - 3\delta).$$

Thans is men in staat voor het geval $m = 0$, $D = 10$ langs anderen weg Φ_3 te berekenen. Zoodra toch door een punt P drie niet in één vlak gelegen drievoudige koorden van R^9 gaan, heeft P hetzelfde poolvlak ten opzichte van de beide oppervlakken G^3, wier doorsnede door R^9 wordt gevormd, en iedere nieuwe koorde van R^9 door P getrokken, moet noodzakelijk een drievoudige koorde zijn. De betrekking

$$2D = (m-1)(m-2) - 2h$$

doet zien, dat R^9 van het geslacht tien 18 schijnbare dubbelpunten bezit. Door een punt P, dat hetzelfde poolvlak heeft ten opzichte van beide oppervlakken G^3, gaan derhalve zes drievoudige koorden; daarom is zulk een punt zesvoudig voor F^μ en vertegenwoordigt $\frac{6.5.4}{1.2.3}$, d. i. 20 drievoudige punten van $R^{m'}$.

Er zijn, zooals bekend is, 32 punten P *), die dan te zamen als 640 drievoudige punten van $R^{m'}$ moeten worden aangemerkt. Maar er zijn drievoudige punten van anderen aard. Elk raakvlak van $O_{\sigma'}$ bevat, volgens een bekende stelling omtrent de ligging der basispunten van een bundel vlakke krommen van den derden graad, een derde drievoudige koorde van R^9, en is daarom een drievoudig raakvlak van F^{μ}.

In het beschouwde geval is:

$$\mu = 42, \quad \delta = 11, \quad m' = 255, \quad \sigma' = 165.$$

Feitelijk is dus de klasse van het oppervlak, waarvan de raakvlakken drie elkaar twee aan twee op $R^{m'}$ snijdende drievoudige koorden bevatten, gelijk aan $\frac{1}{3}.165$ of 55. Het zal nu een eindig aantal malen voorkomen, dat de drie koorden in zulk een vlak door één punt van $R^{m'}$ gaan, zonder dat het snijpunt p hetzelfde poolvlak heeft ten opzichte van de beide oppervlakken G^3. Voeg, om dit getal te vinden, het snijpunt p van twee in het vlak e gelegen koorden toe aan de derde koorde g, en laat men aanwenden de coïncidentieformule

$$\varepsilon = p + g - e \text{ †)},$$

waarin ε als voorwaarde stelt, dat p op g valt.

Daar $m' = 255$, wordt hier $p = 255$, want het vlak der voorwaarde p bepaalt 255 punten p, ieder dergelijk punt één vlak e en één daarin gelegen koorde g. Elke drievoudige koorde, die de gegeven lijn der voorwaarde g ontmoet, wordt op $R^{m'}$ nog door 10 andere gesneden, welke twee aan twee in één vlak gelegen, 5 vlakken e en even zooveel punten p bepalen. Omdat nu F^{μ} wordt van den graad 42, is $g = 42 \times 5 = 210$. En het is ten laatste duidelijk, dat door het punt der voorwaarde e 55 vlakken e gaan, die telkens drie koorden bevatten, waarvan elk de koorde g kan zijn, zoodat $e = 3 \times 55 = 165$. Maar dan komt er

$$\varepsilon = 255 + 210 - 165 = 300.$$

*) Cremona-Curtze, t. a. p., blz. 105.

†) Schubert, t. a. p., blz. 88, form. 14.

Ligt evenwel p op g, dan kan ieder der drie koorden de lijn g voorstellen; er zijn derhalve 100 punten, waardoor drie in één plat vlak gelegen drievoudige koorden van R^9 gaan, en men komt tot het besluit, dat de dubbelkromme $R^{m'}$ in het geheel $640 + 100 = 740$ drievoudige punten vertoont.

Die uitkomst stemt overeen met de formule van art. 16, want de substituties:

$$\mu = 42,\ \delta = 11,\ m' = 255,\ l_4 = 0,\ \xi = 630,\ k' = 2310$$

leveren werkelijk $\Phi_3 = 740$.

18. Hieronder volgt een overzicht van de verkregen uitkomsten, waaraan nog een enkele betrekking tusschen de beschouwde meetkundige getallen is toegevoegd.

$$\mu = \frac{1}{3}(m-1)(m-2)(m-3) - D(m-2).$$

$$\delta = \frac{1}{2}(m-2)(m-3) - D.$$

$$6\mu + \lambda = 4m\delta.$$

$$k = \frac{1}{2}(m-2)(m-3)(3m-8) + D(m-3)(m-8) - 2D(D-1).$$

$$2i = 4k - 6\mu - \lambda.$$

$$i = 2(m-2)(m-3)(m-4) + 2D(m-4)(m-6) - 4D(D-1).$$

$$i + 3\lambda = 2r\delta.$$

$$4l_4 = m\mu - 2m\delta - \frac{1}{2}i.$$

$$l_4 = \frac{1}{12}(m-2)(m-3)^2(m-4) - \frac{1}{2}D(m-3)(m-4) + \frac{1}{2}D(D-1).$$

$$(\Delta-1) = \frac{1}{6}(m-2)(m-3)(2m-11) + \frac{1}{2}D(m^2-9m+22) - D(D-1).$$

$$2(\Delta-1) = \frac{1}{2}i - \mu.$$

$$\varrho = \mu + \frac{1}{2}i.$$

$$m' = \frac{1}{72}(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(4m^2-m-12) -$$
$$-\frac{1}{6}D(m-2)(m-4)(m-5)(2m+3) +$$
$$+\frac{1}{2}D(D-1)m(m-5).$$

$$\xi = \frac{1}{4}(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(2m-3) +$$
$$+\frac{1}{4}D(m-4)(m-5)(m^2-15m+18) -$$
$$-D(D-1)(m-5)^2 + D(D-1)(D-2).$$

$$\eta = 4(\delta-3)l_4.$$

$$k' = \frac{1}{2}i(\mu+1-3\delta) + 2m',$$

$$3\Phi_3 = m'(\mu-2) - k' - \xi(\delta-2) - 12l_4(\mu+4-4\delta) -$$
$$-4l_4(\delta-1)(\delta-3).$$

$$\sigma' = \frac{1}{72}(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(4m^2-19m+24) -$$
$$-\frac{1}{3}D(m-2)(m-3)(m-4)(m-5) + D(D-1).$$

$$\sigma = \frac{1}{8}(m-2)(m-3)(m-4)(3m^2-15m+20) -$$
$$-D(m-3)(m-4)(2m-5) + \frac{5}{2}D(D-1)(m-4).$$

---

19. Zijn hiermede de meest voor de hand liggende bijzonderheden van het regelvlak F^m beschouwd, ik wil thans in het kort de verschillende gevallen bespreken, die zich bij krommen van den zesden graad voordoen, om zoo mogelijk langs anderen weg enkele uitkomsten, door de formules geleverd, te bevestigen.

En dan zonder ik dadelijk die krommen van den zesden graad uit, welke op oppervlakken van den tweeden graad zijn gelegen, omdat daarbij een regelvlak van veelvoudige koorden optreedt, terwijl ik mij bepalen zal bij het onderzoek van de vier meest bekende soorten, krommen, waardoor men minstens één oppervlak van den derden graad kan aanbrengen.

In het onderstaand overzicht zijn de nader te onderzoeken getallen vereenigd. In navolging van CAYLEY zijn daarbij de krommen voorgesteld door teekens, die geen verdere verklaring behoeven.

Kromme.	h	D	μ	δ	l_4	k	m'	ξ	σ'
$3 \times 3 - 3$	7	3	8	3	—	30	—	—	—
$3 \times 3 - 2 - 1$	8	2	12	4	1	44	8	16	4
$3 \times 3 - 1 - 1 - 1$	9	1	16	5	3	54	22	36	10
$3 \times 4 - 3 - 1 - 1 - 1$	10	0	20	6	6	60	42	54	18

20. *De kromme* $R^6 = 3 \times 3 - 3$. Onmiddellijk is het in te zien, dat deze kromme geen zesvoudige koorden bezit. Zulk een koorde zou toch moeten liggen op de beide oppervlakken van den derden graad G^3, wier gedeeltelijke doorsnede door R^6 wordt gevormd. Evenmin kan er een dubbelkromme $R^{m'}$ zijn, want sneden twee drievoudige koorden elkaar buiten R^6, dan zou het vlak dezer koorden de ruimtekromme van den derden graad R^3, die de aanvullingsdoorsnede der beide oppervlakken G^3 uitmaakt, in drie op een rechte lijn gelegen punten moeten treffen. Het ontwikkelbare oppervlak $O_{\sigma'}$ ontbreekt dus evenzeer. De kromme R^6 is op F^μ drievoudig, omdat R^6 uit een harer punten door een kegel van den 5^{den} graad en van het geslacht 3 wordt geprojecteerd. De doorsnede van F^μ en een der oppervlakken G^3 bestaat uit de drievoudige kromme R^6 en die rechte lijnen van G^3, welke in drie punten op R^6 rusten.

Die rechte lijnen zijn, zooals bekend is *), ten getale van zes, omdat R^3 door zes lijnen niet wordt gesneden, derhalve is de bedoelde doorsnede van den graad $3 \times 6 + 6 = 24$, waaruit men besluit, dat F^μ van den graad $\mu = 8$ is, een uitkomst ook door STEINER †) reeds aangegeven. Om ten

*) STURM, *Synthetische Untersuchungen über Flächen dritter Ordnung*, blz. 205.

†) „Ueber die Flächen dritten Grades", *Gesammelte Werke*, II, blz. 657.

slotte aan te toonen, dat $k = 30$, behoeft men slechts te wijzen op de 30 snijpunten van R^6 met het derde poolvlak van een willekeurig punt P ten opzichte van F^4. Alleen voor die punten van R^6 toch heeft de verbindingslijn met P vier opeenvolgende punten met F^4 gemeen, alleen in die punten van R^6 bevat dus een der raakvlakken aan F^4 het willekeurig aangenomen punt P.

Terloops wil ik er op opmerkzaam maken, dat men voor dit eenvoudige geval ook gemakkelijk het aantal i der ribben van F^4 kan berekenen. Men kan namelijk R^6 beschouwen als de »kernkromme" van een net van oppervlakken van den tweeden graad. Aan ieder punt P van R^6 is dan ten opzichte van het net een drievoudige koorde g harmonisch toegevoegd, terwijl met de drie punten, waar g de kromme ontmoet, de drie door P gaande drievoudige koorden overeenkomen *). Het is duidelijk, dat, waar twee der drie op g gelegen punten samenvallen, hetzelfde gebeurt met twee koorden door P; m. a. w., men mag besluiten $i = \lambda$. Hoe groot is nu evenwel het getal λ? Dit getal geeft blijkbaar aan, hoeveel lijnen van F^4 raken aan een oppervlak van den derden graad G^3, dat door R^6 is gebracht. De raaklijnen van G^3 vormen een complex van den graad zes, waarvan de rechte lijnen op G^3 viervoudige stralen zijn. Het aantal der enkelvoudige lijnen, die het complex met F^4 gemeen heeft, bedraagt derhalve $6 \times 8 - 6 \times 4 = 24$. Maar is $\lambda = 24$ †), dan is ook $i = 24$, zooals de formule van art. 8 inderdaad aangeeft.

21. *De kromme* $R^6 = 3 \times 3 - 2 - 1$. Voor het onderzoek dezer kromme is het wenschelijk hare ligging ten opzichte van de 27 rechte lijnen van een der twee oppervlakken van den derden graad G^3, die dienen om R^6 te bepalen, wat nader in het oog te vatten. Een volledige doorsnede wordt gevormd door R^6, een kegelsnede C^2 en

---

*) Cremona-Curtze, t. a. p., blz. 177.

†) Het is, zooals Sturm (t. a. p., blz. 226) opmerkt, eigenaardig, dat voor alle krommen R^6, onverschillig van welk geslacht, λ de waarde 24 heeft.

een rechte lijn, welke C^2 niet snijdt. Laat in de gebruikelijke schrijfwijze c_{34} die rechte lijn zijn, en laat het vlak van C^2 nog de lijn c_{12} bevatten. Elke lijn, die met een kromme van den achtsten graad R^8 de volledige doorsnee vormt van twee oppervlakken G^3, snijdt R^8 in vier punten, elke andere lijn van een der oppervlakken, die de eerste niet ontmoet, heeft drie punten met R^8 gemeen *). Van deze stelling gebruik makende, ziet men in, dat c_{34}, die C^2 niet treft, een zesvoudige koorde van R^6 moet zijn. Andere dergelijke koorden bezit R^6 niet, want ze zouden op alle oppervlakken G^3 moeten liggen, die R^6 bevatten. Werkelijk is dus $l_4 = 1$. Wat de drievoudige koorden van R^6 betreft, die op G^3 te vinden zijn, men heeft te zoeken naar de lijnen, welke noch c_{34}, noch C^2 snijden, maar daarentegen c_{12} ontmoeten. Aan die voorwaarden voldoet het achttal:

$$a_1,\ a_2,\ b_1,\ b_2,\ c_{35},\ c_{36},\ c_{45},\ c_{46}.$$

Deze lijnen bepalen onderling vier snijpunten, die men kan aanduiden door:

$$(a_1\, b_2),\ (a_2\, b_1),\ (c_{35}\, c_{46}),\ (c_{45}\, c_{36}),$$

en daaruit mag men reeds besluiten, dat de dubbelkromme $R^{m'}$ vier en niet meer punten met G^3 gemeen heeft, die niet op R^6 gelegen zijn. De graad μ van F^μ wordt gevonden uit den graad 3μ van de doorsnee van F^μ en G^3. Deze bestaat uit de viervoudige lijn c_{34}, acht enkelvoudige lijnen en de viervoudige kromme R^6. Deze laatste is viervoudig, omdat de kegel van den vijfden graad, waardoor R^6 uit een harer punten wordt geprojecteerd, van het geslacht 2 is, en derhalve 4 dubbelribben bezit. De bedoelde doorsnede is dus van den graad $4 \times 1 + 8 + 4 \times 6 = 36$, daarom is naar behooren $\mu = 12$. Omtrent de ξ snijpunten van $R^{m'}$ en R^6 merkt men op, dat aldaar twee drievoudige koorden een raakvlak van R^6 bepalen, welk vlak R^6, C^2 en

*) Sturm, t. a. p., blz. 193.

c_{34} in negen basispunten van een bundel vlakke krommen van den derden graad moet snijden.

Zes van deze basispunten komen daarbij drie aan drie op twee rechte lijnen, het laatste drietal moet dus ook op een rechte lijn liggen. Zulk een raakvlak van R^6 bevat derhalve steeds het snijpunt P van c_{34} met het vlak van C^2, dat is het snijpunt van c_{34} en c_{12}. Omgekeerd is het duidelijk, dat een vlak door P, waarin één drievoudige koorde van R^6 ligt, een tweede dergelijke koorde bevat.

Het vierde poolvlak van een willekeurig punt ten opzichte van F^4 is van den graad 8; het zal de viervoudige kromme R^6, behalve viermaal op c_{34}, in 44 punten snijden, waar een raakvlak aan F^4 door het willekeurige punt gaat. Daarmede is alvast de uitkomst $k = 44$ bevestigd.

Van de 44 vlakken nu, die door P gaan en F^4 op R^6 aanraken, moet men de vier vlakken afnemen, die, door c_{34} gebracht, in een van de vier punten, waar deze lijn op R^6 rust, de raaklijn dezer kromme bevatten. En wel driemaal, want zulk een vlak bevat telkens een raaklijn van R^6 en drie samengevallen drievoudige koorden. In de 32 overige liggen, zooals besproken is, telkens twee drievoudige koorden, en men besluit dat er $\xi = 16$ punten te vinden zijn op R^6, waar de raaklijn en twee beschrijvende lijnen van F^4 in één vlak gelegen zijn. Wat met de vroeger verkregen uitkomst overeenstemt.

De raakkegel uit P aan F^4 vormt, zooals uit het voorafgaande blijkt, hier het ontwikkelbare oppervlak $O_{\sigma'}$. De raakkegel uit een willekeurig punt van de viervoudige lijn aan F^4 is van de klasse $12 - 4 = 8$. Ieder raakvlak door P is evenwel een dubbelraakvlak, zoodat die dubbelraakvlakken een kegel van de klasse $\sigma' = 4$ omhullen.

Ten slotte kost het weinig moeite om m' op te sporen. Men behoeft slechts de snijpunten van $R^{m'}$ met G^3 te tellen. De viervoudige lijn wordt door 4 andere gesneden, zoodat zij de dubbelkromme alleen op R^6 ontmoet, en wel telkens één tak.

Behalve die 4 snijpunten van $R^{m'}$ en G^3, heeft men $\xi = 16$ snijpunten op R^6 en de 4 onderlinge snijpunten van de op

G^3 gelegen drievoudige koorden, wat te zamen 24 snijpunten oplevert. En daaruit volgt naar behooren $m' = 8$.

22. *De kromme* $R^6 = 3 \times 3 - 1 - 1 - 1$. Deze kromme vormt met drie elkaar kruisende rechte lijnen c_{12}, c_{13}, c_{14} de volledige doorsnee van G^3 met een tweede dergelijk oppervlak.

Past men weder de in het vorige artikel aangehaalde stelling van STURM toe, dan volgt onmiddellijk, dat de lijnen c_{12}, c_{13} en c_{14} de kromme R^6 viermaal, en de lijnen

$$a_5,\ a_6,\ b_5,\ b_6,\ c_{15},\ c_{16},$$

die geen van de eerste ontmoeten, die kromme elk driemaal zullen snijden. Laatstgenoemde lijnen wijzen dan door hunne zes onderlinge snijpunten:

$$(a_5\, b_6),\ (a_6\, b_5),\ (a_5\, c_{15}),\ (a_6\, c_{16}),\ (b_5\, c_{15}),\ (b_6\, c_{16})$$

even zooveel snijpunten van G^3 met de dubbelkromme $R^{m'}$ aan.

De volledige doorsnede van F^μ en G^3 bestaat derhalve uit drie viervoudige lijnen, zes enkelvoudige lijnen en de kromme R^6, die, zooals men weder zonder moeite bewijst, thans vijfvoudig op F^μ is. Omdat dus die doorsnede wordt van den graad $4 \times 3 + 6 + 5 \times 6 = 48$, komt men tot het besluit, dat inderdaad $\mu = 16$.

Een vlak, dat in een der ξ snijpunten van R^6 en $R^{m'}$ de raaklijn aan R^6 en twee lijnen van F^μ bevat, moet, zooals men gemakkelijk inziet, de lijnen c_{12}, c_{13} en c_{14} in drie op een rechte lijn gelegen punten snijden, d. i., zulk een vlak zal raken aan de hyperboloïde $(c_{12}\, c_{13}\, c_{14})$. Omgekeerd zal in ieder raakvlak dezer hyperboloïde, in hetwelk één lijn van F^μ ligt, zich een tweede dergelijke lijn bevinden. Het vijfde poolvlak van een willekeurig punt ten opzichte van F^μ is van den graad 11; het zal de vijfvoudige kromme R^6, behalve viermaal op c_{12}, c_{13} en c_{14}, in 54 punten snijden, waar een raakvlak aan F^μ door het aangenomen punt gaat. Daaruit volgt intusschen $k = 54$. Uit dit alles zou men afleiden, dat er 108 raakvlakken van de hyperboloïde waren, die F^μ ergens op R^6 aanraakten. Maar daarvan

moeten weder driemaal de twaalf raakvlakken worden afgenomen, die zoowel de hyperboloïde als F^4 raken in punten op de viervoudige lijnen. De overblijvende 72 gemeenschappelijke raakvlakken vallen, zooals gevonden werd, twee aan twee tot dubbelraakvlakken van F^4 samen, waarmede dan de aanwezigheid van $\xi = 36$ snijpunten van R^6 en $R^{m'}$ opnieuw is aangetoond.

Het ontwikkelbare oppervlak $O_{\sigma'}$ wordt thans door de gemeenschappelijke raakvlakken van F^4 en de hyperboloïde gevormd. De klasse zou dus 32 zijn, indien niet drie viervoudige vlakkenbundels c_{12}, c_{13} en c_{14} zich afscheidden, en verder alle raakvlakken dubbelraakvlakken van F^4 waren. Nu moet het van de klasse $\sigma' = 10$ zijn.

Wederom vindt men m' uit het aantal $3\,m'$ van de snijpunten der dubbelkromme met G^3. Iedere viervoudige lijn wordt door 8 andere gesneden, en ontmoet dus $R^{m'}$ alleen op R^6, en wel telkens twee takken. Behalve de aldus verkregen 24 snijpunten zijn er nog $\xi = 36$ op R^6, en heb ik er 6 aangewezen in de onderlinge snijpunten der drievoudige koorden op G^3. Uit het gezamenlijke aantal 66 volgt opnieuw $m' = 22$.

23. Bij de vorige krommen R^6, die geen negen schijnbare dubbelpunten bezaten, kon de dubbelkromme $R^{m'}$ geen drievoudige punten vertoonen. In het geval $D = 1$, $h = 9$ moeten er, zooals de formule

$$\Phi_3 = -\frac{1}{3}(D+1)(D-2)(D-3)(D-4)$$

van art. 16 aangeeft, vier van die punten voorkomen, wat ik langs anderen weg bevestigen wil.

Onderstel, dat door P drie drievoudige koorden van R^6 gaan, dan kunnen die nooit in één vlak gelegen zijn, waardoor dan P wordt gekenmerkt als een van de punten, die ten opzichte van de beide R^6 bepalende oppervlakken van den derden graad G^3 hetzelfde poolvlak hebben. Iedere lijn door P, die de doorsnede dier oppervlakken in twee punten treft, moet noodzakelijk die doorsnede, bestaande uit R^6 en

de drie lijnen c_{12}, c_{13} en c_{14} in een derde punt ontmoeten. De drie lijnen c_{12}, c_{13} en c_{14} kunnen niet tegelijk door een lijn uit P worden gesneden, want dan zou P liggen op de hyperboloïde $(c_{12}\, c_{13}\, c_{14})$, en in dat geval zouden de drie vlakken, gelegd door ieder tweetal drievoudige koorden uit P naar R^6 getrokken, op die hyperboloïde drie door P gaande beschrijvende lijnen aanwijzen.

Een door P getrokken lijn, die c_{12} en c_{13} snijdt, zal dus rusten op R^6, en daaruit volgt, dat de drievoudige punten van $R^{m'}$ liggen op het oppervlak H^4, meetkundige plaats der lijnen, die tegelijk R^6, c_{12} en c_{13} in drie afzonderlijke punten ontmoeten. Omgekeerd is ieder punt van $R^{m'}$, dat op H^4, maar niet op R^6 ligt, een drievoudig punt dier kromme.

Daaruit is een bepaling van Φ_3 af te leiden. In de eerste plaats ziet men licht in, dat het bedoelde regelvlak H^4 is van den vierden graad, dat het R^6 als enkelvoudige kromme, c_{12} en c_{13} als dubbellijnen bevat *). Van de 88 doorsnijdingen, die $R^{m'}$ met H^4 moet opleveren, vallen er dus 16 op c_{12}, 16 op c_{13}, 8 in de punten, waar c_{14} de kromme R^6 ontmoet, en nog 36 in punten van R^6, die niet op c_{12}, c_{13} en c_{14} liggen. Er blijven derhalve 12 doorsnijdingen over, die niet op R^6 of op de viervoudige lijnen van F^4 gelegen zijn, en deze wijzen naar behooren op de aanwezigheid van $\Phi_3 = \frac{1}{3} \times 12 = 4$ drievoudige punten van $R^{m'}$.

24. *De kromme* $R^6 = 3 \times 4 - 3 - 1 - 1 - 1$. Deze kromme R^6 is bepaald als gedeeltelijke doorsnede van een oppervlak van den derden graad G^3 met een oppervlak van den vierden graad, welke doorsnede voltooid wordt door een ruimtekromme R^3 van den derden graad en drie harer snijlijnen b_1, b_2, b_3. De ligging van R^6 ten opzichte van de 27 lijnen van G^3 wordt gemakkelijk gevonden, als men eerst vaststelt, hoe die lijnen zich ten opzichte van R^3 verhouden. Deze kromme wordt door een zestal kruisende lijnen twee-

*) Salmon, t. a. p., blz. 429.

maal, door een tweede dergelijk zestal in het geheel niet gesneden, welke beide zestallen te zamen een dubbelzes vormen, terwijl de overige lijnen elk één punt met R^3 gemeen hebben *).

Laten die beide zestallen in volgorde zijn:

$$c_{56},\ c_{46},\ c_{45},\ a_3,\ a_2,\ a_1,$$
$$b_4,\ b_5,\ b_6,\ c_{12},\ c_{13},\ c_{23}.$$

Iedere lijn van G^3 behalve b_1, b_2 en b_3 treft de totale doorsnede in vier punten; drie- en zesvoudige koorden van R^6 zijn dus te zoeken onder de lijnen, die één of geen punt met de aanvullingsdoorsnede gemeen hebben. En dan ziet men onmiddellijk, dat er geen lijn is, die de aanvullingsdoorsnede in één punt snijdt, zoodat op G^3 geen drievoudige koorden van R^6 voorkomen. De lijnen b_4, b_5, b_6 evenwel, die noch R^3, noch b_1, b_2, b_3 ontmoeten, zijn viervoudige lijnen van F^μ. Wat eindelijk de lijnen b_1, b_2 en b_3 der aanvullingsdoorsnede zelve aangaat, zij treffen R^6 en R^3 te zamen in vijf punten, want een oppervlak van den derden en een van den vierden graad, die een rechte lijn gemeen hebben, raken elkaar op die lijn in vijf punten aan †). Daar nu de genoemde lijnen éénmaal R^3 snijden, zijn het zesvoudige koorden van R^6. De zes op G^3 aangewezen viervoudige lijnen van F^μ kruisen elkaar, zoodat men mag besluiten, dat de dubbelkromme $R^{m'}$ buiten R^6 het oppervlak G^3 niet snijden zal.

De doorsnede van G^3 en F^μ bestaat thans uit zes viervoudige lijnen en een kromme R^6, die, zooals men spoedig aantoont, zesvoudig voor F^μ is. Waaruit dan volgt, dat F^μ is van den graad $\mu = \frac{1}{3}(6 \times 6 + 4 \times 6) = 20$.

De volgende redeneering doet het aantal ξ der snijpunten van R^6 en $R^{m'}$ kennen. Een vlak, dat twee elkaar op $R^{m'}$

---

*) Sturm, t. a. p., blz. 188.

†) Cremona, t. a. p., blz. 60, [2]), waar $(\nu + \nu')$ in $(\nu + \nu' - 2)$ is te veranderen.

snijdende koorden bevat, ontmoet R^3 en haar drie snijlijnen b_1, b_2, b_3 in zes op een kegelsnee gelegen punten.

Want voegt men de doorsnede met R^6 er bij, dan moet men een twaalftal punten vinden, waarin een kromme van den vierden graad een kromme van den derden snijden kan. Omgekeerd zal ook ieder vlak, dat aan de genoemde voorwaarde voldoet, twee drievoudige koorden van R^6 bevatten, zoodra men weet, dat er één lijn van F^4 in gelegen is.

De vraag, welke nu eerst dient beantwoord te worden, luidt: Wat is de omhullende der vlakken, die R^3, b_1, b_2 en b_3 in zes punten van een kegelsnee snijden?

Om die vraag te beantwoorden, denkt men zich het net van oppervlakken van den tweeden graad, dat door R^3 kan worden gelegd. Deze oppervlakken, die b_1, b_2 en b_3 ieder in een vast punt van R^3 snijden, bepalen op deze lijnen drie puntreeksen, waartusschen een trilineaire overeenkomst bestaat, d. i. een zoodanige overeenkomst, waarbij een willekeurig punt op b_1, in verband met een aangenomen punt van b_2, één derde punt op b_3 bepaalt. De vlakken, door drie overeenkomstige punten gelegd, vormen de gezochte omhullende. En het kost weinig moeite om zich te overtuigen, dat die omhullende is een oppervlak H_3 van de derde klasse *), waarop niet alleen de lijnen b_1, b_2 en b_3, maar ook b_4, b_5 en b_6 gelegen zijn. Een vlak toch, willekeurig door b_5 aangebracht, snijdt G^3 volgens een kegelsnee, die, daar R^3 de lijn b_5 niet ontmoet, werkelijk naast drie punten op b_1, b_2 en b_3 ook drie punten van R^3 bevatten zal.

Het zesde poolvlak van een willekeurig punt ten opzichte van F^4 is van den graad 14. Op de zesvoudige kromme R^6 zal het $k = 14 \times 6 - 6 \times 4 = 60$ punten aanwijzen, waar een der zes raakvlakken aan F^4 door het aangenomen punt gaat. Er zouden dus $3 \times 60 = 180$ raakvlakken zijn van H^3, die F^4 raken in punten op R^6. Maar daarvan gaan af driemaal de 24 vlakken, die F^4 raken in punten,

*) Deze voortbrenging komt dualistisch overeen met die van het oppervlak van den derden graad volgens AUGUST (STURM, t. a. p., blz. 44).

waar R^6 haar zesvoudige koorden ontmoet. De overblijvende 108 vallen twee aan twee samen, omdat elk gemeenschappelijk raakvlak van H^3 en F^μ volgens het voorafgaande twee drievoudige koorden bevat.

Zoo worden $\xi = 54$ dubbelraakvlakken van F^μ gevonden, die op even zooveel snijpunten van R^6 en de dubbelkromme $R^{m'}$ wijzen. Het oppervlak $O_{\sigma'}$ wordt thans gevormd door de aan H^3 en F^μ gemeenschappelijke raakvlakken. Men zou dus voor de klasse σ' de waarde 60 moeten aannemen, maar, daar feitelijk 6 viervoudige stralenbundels zich afscheiden, en de overige raakvlakken twee aan twee samenvallen, is, zooals de formules opleverden, $\sigma' = \frac{1}{2}(60-6\times 4) = 18$. Telt men ten slotte de snijpunten van $R^{m'}$ met G^3, dan vindt men slechts twee groepen, te weten 54 op R^6, en $6 \times 4 = 24$ snijpunten, driemaal in rekening te brengen, in de punten waar de viervoudige lijnen R^6 ontmoeten. Deze laatste kunnen, daar zij slechts door 12 andere lijnen van F^μ gesneden worden, $R^{m'}$ niet meer treffen. Maar dan snijdt $R^{m'}$ het oppervlak G^3 in $54 + 6 \times 12 = 126$ punten, zoodat noodzakelijk $m' = 42$.

Breda, November 1889.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE

op Zaterdag 25 Januari 1890.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, HOOGEWERFF, VAN DER WAALS, WEBER, MARTIN, MAC GILLAVRY, BEHRENS, VAN BEMMELEN, KAMERLINGH ONNES, FORSTER, DE VRIES, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, VAN DIESEN, J. A. C. OUDEMANS, KOSTER, PLACE, SCHOUTE, STOKVIS, KAPTEYN, BIERENS DE HAAN, KORTEWEG, MOLL, PEKELHARING, SCHOLS, A. C. OUDEMANS JR. en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. Den Secretaris van de Académie des Sciences, belles-Lettres et Arts te Rouaan, 17 Januari 1890; 2°. Sir WILLIAM THOMSON, Glasgow, 1890; 3°. D. A. GRUBER, Secretaris van de naturforschende Gesellschaft te Freiburg i/B., 2 Januari 1890; 4°. W. BLASIUS, Voorzitter van het Verein für Naturwissenschaft te Brunswijk, 16 Januari 1890; 5°. den Directeur van het Germanisches Nationalmuseum te Neurenberg, 27 December 1889; 6°. F. IMHOOF BLUMER, Winterthur, 16 Januari 1890; 7°. ALPH. DE CANDOLLE, Genève, 1890; 8°. E. DE REGEL, Directeur van den Jardin impérial

de botanique te St. Petersburg, 30 December 1889; 9°. SCHLÜTER, Bibliothecaris van de Universiteit te Dorpat, 11 Januari 1890; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 6 Januari 1890; 2°. A G. VORDERMAN, Batavia, 27 December 1889; 3°. den Secretaris van de Gesellschaft für bildende Kunst und vaterländische Alterthümer te Emden, 18 October 1889; 4°. HOFFMANN, Secretaris van het Verein für Nassauische Alterthumskunde und Geschichtsforschung te Wiesbaden, 25 November 1889; 5°. den Secretaris van de mathematische Gesellschaft te Hamburg, December 1889; 6°. WILLIAM KEYSER, Baltimore 1890; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Ingekomen zijn:

1°. Eene kennisgeving van den Heer RAUWENHOFF, dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

2°. Eene missive van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken, de mededeeling behelzend, dat Z.Exc. de beschikking der Afdeeling, waarbij de Heer Dr. F. A. F. C. WENT, leeraar aan het gymnasium te 's Gravenhage, wordt aangewezen om, op kosten van het Buitenzorgfonds en met geldelijke ondersteuning van den Staat, een bezoek te brengen aan het botanisch station te Buitenzorg, wordt goedgekeurd.

3°. Eene uitnoodiging van de physikalisch-ökonomische Gesellschaft te Koningsbergen, ter viering van het 100-jarig bestaan van dit Genootschap op den 22sten Februari e.k.

4°. Eene uitnoodiging van de mathematische Gesellschaft te Hamburg, ter viering van het 200-jarig bestaan van dit Genootschap op den 15den Februari e.k.

De Heer BIERENS DE HAAN stelt voor, het Hamburgsche Genootschap, 'twelk sedert zijne oprichting met Nederlandsche wiskundigen steeds in wetenschappelijk verkeer stond

en de aanleiding was dat hier te lande het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" gesticht werd, een schriftelijken gelukwensch der Afdeeling op den feestdag te doen toekomen.

De Voorzitter, wijzende op de omstandigheid, dat het Hamburgsche Genootschap tot de Akademie in geene betrekking staat, zelfs niet wat den ruil van uitgegeven geschriften betreft, meent, dat het brengen van eene dergelijke hulde, onder de gegeven omstandigheden, in strijd is met de gewoonte, in dit opzicht steeds door de Akademie gevolgd. Hij stelt echter de aanwezigen in de gelegenheid, het voorstel van den Heer Bierens de Haan aan te nemen of te verwerpen. Het wordt met 15 tegen 11 stemmen verworpen.

5°. Een brief van den Heer Dr. Jan de Vries, leeraar aan de H. B. S. te Kampen, ter begeleiding van een opstel: »Cyclische veelhoeken op vlakke kubische krommen", 'twelk hij gaarne in de Verslagen en Mededeelingen zag opgenomen. De Heeren Bierens de Haan en van den Berg zullen daarover, zoo mogelijk in de Februari-Vergadering, adviseeren.

— De Heeren Bierens de Haan en van den Berg brengen rapport uit over het opstel, door Dr. Jan de Vries in de November-Vergadering der Afdeeling aangeboden ter plaatsing in de werken der Akademie. Hun oordeel luidt gunstig, en het voorstel om de verhandeling te bestemmen voor de Verslagen en Mededeelingen, wordt aangenomen.

— De Heer Hoogewerff spreekt, ook uit naam van het lid van Dorp, over de inwerking van kaliumhypobromiet op succinphenylamide en op cinchoninezuuramide. Uit de oplossing van succinphenylamide in kaliumhypobromiet kan een succinphenylbroomamide worden afgescheiden, dat o. a. door kokenden alcohol in succinparabroomphenylamide en, verwarmd met kali, in het zout van een zuur $C_{10} H_{12} N_2 O_3$ wordt omgezet. Dit zuur moet, blijkens zijne ontledingsproducten en op grond van de synthetische bereiding uit

phenylureum en β amidopropionzuur, als a. b. phenyl. β ureïdopropionzuur $C{=}O\begin{matrix}-N\begin{matrix}C_6H_5\\H\end{matrix}\\ \\ -N\begin{matrix}H\\CH_2CH_2COOH\end{matrix}\end{matrix}$ worden opgevat. Beide omzettingen van het succinphenylbroomamide zijn in overeenstemming met de beschouwingen, vroeger door hen ontwikkeld aangaande de intramoleculaire omzettingen van verbindingen, die negatieve atomen of radicalen, direct aan stikstof gebonden, bevatten.

Bij de inwerking van kaliumhypobromiet op cinchoninezuuramide is een broomamide verkregen, waaruit gemakkelijk het γ-Py. chinolineamine bereid wordt. De onderzoeking van de nitrocinchoninezuren in gelijke richting is onderhanden. Op de waarschijnlijkheid wordt gewezen, dat genoemd chinolineamine, overeenkomstig SKRAUP's opvatting van de constitutie van het kynurine, in dat oxychinoline zal om te zetten zijn. De verhandeling aangaande de inwerking van kaliumhypobromiet op succinphenylamide wordt voor de Verslagen en Mededeelingen aangeboden.

— De Heer VAN BEMMELEN deelt enkele uitkomsten mede van een onderzoek betreffende de samenstelling van de vulkanische en andere klei, op welke in Deli en Java tabak wordt gekweekt.

De aarde in de kuststreek van Deli is eene vulkanische klei. Haar onverweerd gedeelte bevat geen kwarts, maar bestaat voornamelijk uit dichroitische hornblende (gewone aluinaarde-houdende) met insluitsels van magnetiet, uit veldspaat, waarbij plagioklaas, en uit magnetiet. Deze veldspaat bevat glasinsluitsels en is van jong eruptieven oorsprong (tertiaire eruptiefgesteenten).

Niet in de aarde, maar wel in den magnetiet kon een spoor titanzuur aangewezen worden. De hoeveelheid van het onverweerde gedeelte is op verschillende plaatsen verschillend: in eene roodbruine klei 20 pCt., in eene grijze klei tot 50 pCt.

Het verweerings-silicaat heeft eene eigenaardige samen-

stelling; het verschilt aanmerkelijk van dat van de gewone alluviale klei in zijne gemakkelijke ontleedbaarheid door zoutzuur en door kali, en in zijne zeer basische samenstelling. Naar eene eenvoudige methode is de hoeveelheid kiezelzuur, die bij de ontleding van het silicaat vrij komt, bepaald geworden. In het door zoutzuur ontleedbare verweerings-silicaat van gewone zware alluviale klei, zoowel van Nederland (Zuiderzee), als van Java (bij de rivier de Kening in Rembang), zijn op 1 mol. Al_2O_3 3 mol. SiO_2 gevonden; in eene ligte klei van Nederland 5 mol. SiO_2. In het door zwavelzuur ontleedbare verweerings-silicaat van die kleisoorten werd op 1 mol. Al_2O_3 ongeveer 2 mol. SiO_2 gevonden. Daarentegen gaf het verweerings-silicaat van de vulkanische klei, zoowel van Deli als van Malang (residentie Pasoeroean in de nabijheid van de vulkanen de Kloet, de Smeroe), op 1 mol. Al_2O_3 slechts 1—2 mol. SiO_2.

Het verweerings-silicaat verraadt zijnen oorsprong uit vulkanisch puin ook daardoor:

1° dat het geene koolzure kalk bevat, terwijl de Keningklei (Rembang) en de Nederl. alluviale klei rijk daaraan zijn;

2° dat het ijzergehalte zeer groot, en ook het mangaangehalte grooter is dan in gewone klei;

3° dat het weinig kali, meer magnesia en kalk bevat. De hoeveelheid kali, in het amorphe silicaat absorptief gebonden, bedraagt slechts 0,4—0,6 pCt. (op 100 d. daarvan), en daarentegen ruim 3 pCt. in dat van Nederl. alluv. klei en 2 pCt. in de Keningklei;

4° dat zij veel sterk-gebonden (d. i. in eene droge ruimte nog vastgehouden) water bevat, zoowel in volstrekte hoeveelheid (12 pCt. in de roodbruine Deliklei), als in de betrekkelijke hoeveelheid op het verweerings-silicaat berekend (op elk mol. Al_2O_3 bijna 3 mol. H_2O tegen ongeveer 2 mol. H_2O in gewone klei).

De hoeveelheid van dit water is afgeleid geworden uit het gloeiverlies der aarde in verband met haar humusgehalte.

De aarde in Deli is met bosch bezet geweest, en bevat daardoor een rijkelijk humusgehalte en een dienovereenkomstig hoog stikstofgehalte. In de zoogenaamde roodbruine klei van Medan is 6 pCt. humus met 0.3 pCt. stikstof gevonden.

Het phosphorzuurgehalte is betrekkelijk hoog, bijna 0.2 pCt. in de vulkanische klei van Deli en Java.

Op deze kaliarmere gronden wordt nu de uitmuntende Deli- en Malang-tabak gekweekt, welke juist een hoog kaligehalte bezitten.

Het is evenwel gebleken, dat de kali meest in het humaat en in het gemakkelijkst ontleedbare deel van het verweerings-silicaat der vulkanische klei bevat is, en dat die hoeveelheid niet minder bedraagt dan in het humaat en gemakkelijk ontleedbare verweerings-silicaat der gewone vruchtbare klei.

De vruchtbaarheid van den bodem der gerooide bosschen in Deli, tot het voortbrengen van uitmuntenden tabak, ligt, behalve in de eigenaardige samenstelling van het verweeringssilicaat: 1°. in zijne gesteldheid van pas gewezen boschgrond en 2°. in het gunstige klimaat wat betreft den regenval.

De eerste brengt mede, dat de bodem eene zeer groote mate van losheid heeft tot genoegzame diepte, daarbij humus- en stikstof-rijk is, en dat deze humus, evenals het gemakkelijkst ontleedbare deel van het verweerings-silicaat (in hetwelk dus de chemische beweging en omzetting de sterkste zijn) betrekkelijk hoog verzadigd is met absorptief gebonden alkalische bases.

De tweede gunstige omstandigheid is de regenval. Raadpleegt men de regenkaarten, die door de Delimaatschappij uit de waarnemingen der laatste 15 jaren zijn opgemaakt, dan blijkt het dat ook in den drogen moesson regenbuien nooit lang uitblijven, zooals op Java dikwijls het geval is. Zoo telde men in de Meimaanden 6—21 regendagen, in de Juni- en Julimaanden 5—20 regendagen. Nu vereischt de tabaksplant eene krachtige en snelle stofwisseling, vooral in den tijd na het toppen. In Deli bedraagt die tijd gewoonlijk niet langer dan 30 dagen. Bij ongunstige weêrs-toestanden,

en bij een bodem van minder gunstige physische en chemische samenstelling, hopen zich chloruren en sulfaten (soms veel natron bevattend) op, en vormen zich te weinig kalizouten van organische zuren. Uit de vergelijking van tabak op de Keningklei gekweekt, van slechte qualiteit, met dien van Malang en van Deli, bleek zulks ten duidelijkste. De gunstige toestand van den Delibodem, wat zijne physische en chemische samenstelling, en wat de tijdige regenbuien betreft, bewerkt dat de krachtige ontwikkeling der bladeren tot aan het tijdstip hunner rijpheid — welke gepaard gaat met de vorming van organische kali-kalk-magnesiazouten, en eene goede verhouding tusschen stikstofhoudende en stikstofvrije organische stoffen — in betrekkelijk korten tijd verkregen wordt.

Een vergelijkend onderzoek van verschillende tabaksbladeren leerde, dat de goedbrandbare zeemige bladen alle eene asch leveren, waarin de verhouding tusschen de hoeveelheden chloruur + sulfaat (in chem. aequiv. berekend) en de hoeveelheid kali altijd was als 1 tot > 2.

Wanneer een veld in Deli voor de tweede maal gebruikt wordt, heeft het niet meer een even groot vermogen om een grooten oogst van uitstekende hoedanigheid te geven. De losheid der bovenste humuslaag, de betrekkelijke reinheid des bodems van onkruiden, en wellicht ook de hoeveelheid absorptief gebonden bases in het humaat, zijn afgenomen. De cultuur moet daarom extensief gedreven worden, d. i.: steeds moet nieuwe boschgrond gebruikt en de reeds gebruikte velden weder tot bosch gemaakt worden.*) Dit is geen roofbouw. Het is door de omstandigheden vooreerst aangewezen.

Het zou zeer wenschelijk zijn, dat een wetenschappelijk proefstation onder de leiding van een natuurwetenschappelijk

---

*) Wordt een tabaksveld na den oogst aan de natuur overgelaten, dan bedekt het zich met Alang. Wordt dit niet gebrand maar gemaaid, dan komen er spoedig struiken, die tot boomen opgroeien, en weder door andere verdrongen worden. Alleen de inlandsche namen daarvan zijn bekend, niet tot welke familiën en geslachten zij behooren.

man, die reeds getoond heeft dat hij in staat is wetenschappelijke vraagstukken op te lossen, in Deli opgericht wierde. Daardoor zou het onderzoek bevorderd worden naar de geologische gesteldheid, waarvan wij thans niets, en van de flora, waarvan wij zeer weinig weten. Daar zou eene nauwkeurige studie van de stofwisseling in de tabaksplant kunnen ter hand genomen worden. Zoover bekend, is totnogtoe alleen een enkel onderzoek door KOSUTÁNY gedaan betreffende de stofwisseling in de tabaksplant, op 5 tijdstippen waargenomen; maar deze planten waren niet getopt. Zulk een onderzoek moet der cultuur ten slotte ten goede komen. Ook het onderzoek naar doelmatige bemesting, wanneer de voorraad van nieuwen boschgrond uitgeput is, kan daar plaats hebben, en tevens gewaarschuwd worden tegen de blinde empirie en de kwakzalverij, die op dat gebied heerschen. Kan men nu reeds verklaren, waarom het veld niet bemest mag worden, maar eene kopbemesting vereischt wordt, en waarom bemesting met KCl, K_2SO_4, KNO_3 schadelijk is, waarom guano op den duur schadelijk zal worden — eene keuze van de beste mestsoort moet door wetenschappelijk onderzoek geleid worden. Bovendien is het thans nog niet bekend, aan welke oorzaken de tegenspoed in andere deelen van Sumatra's Oostkust, in Siak bijv., moet toegeschreven worden: aan ongeschiktheid van klimaat en bodem, of aan onkunde en zwendelarij. Door wetenschappelijk onderzoek zal dit ongetwijfeld verklaard kunnen worden.

— De Heer KAMERLINGH ONNES biedt uit naam van Dr. SISSINGH te Delft voor de Verslagen en Mededeelingen een opstel aan, getiteld: »De wet, welke KERR's magneto-optisch verschijnsel bij verschillende invalshoeken volgt, zoo de magnetische evenwijdig aan het vlak is". De Heeren VAN DER WAALS en LORENTZ worden door den Voorzitter uitgenoodigd, daarover in de volgende Vergadering rapport uit te brengen.

— Voor de bibliotheek der Akademie wordt door den Heer BIERENS DE HAAN aangeboden: 1° Deel XVI, Stuk 2

van »Nieuw-Archief voor Wiskunde" en 2° een brochure, getiteld: »Materialien für die Geschichte der mathematischen Gesellschaft-Mitglieder in den Niederlanden", door den Heer BIERENS DE HAAN bij gelegenheid van het 200-jarig bestaan van het wiskundig Genootschap te Hamburg bijeengebracht.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VERSLAG

OVER EENE

VERHANDELING VAN **Dr. J. DE VRIES,**

GETITELD:

„NIEUWE EIGENSCHAPPEN DER HARMONISCHE CONFIGURATIËN $(24_3, 18_4)$".

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN F. J. VAN DEN BERG.

Over deze verhandeling, in de November-Vergadering in onze handen gesteld, hebben wij thans de eer verslag uit te brengen.

Schrijver haalt uit zijn opstel »Over vlakke configuratiën" de kromme van den vierden graad K_4 aan, die ontstaat uit de conf. $(12_4, 16_3)\,A$, naderhand door σ_4 voorgesteld, en bewijst, dat de geassocieerde σ_4 tot dezelfde K_4 leidt, zoodat elke harmonische conf. $(24_3, 18_4)$ in eene H_4 is beschreven.

Verder herinnert hij uit zijn opstel, »Over de harmonische configuratie $(24_3, 18_4)$", hoe daaruit twee corresiduale σ_4 worden afgeleid, welke een zelfde bitripel tot restfiguur van hare geassocieerde lijnen hebben. De beide H_3, om deze σ_4 beschreven, snijden eene centrale involutie op de aan de harmonische conf. omschreven H_4 in: deze bevat dus ook de zestien snijpunten (de *complementaire* punten) der paren geassocieerde driepuntige diagonalen der harmonische conf.

De zestien bitripels der eerste σ_4 bepalen nu acht nieuwe lij-

nen, die elk vier complementaire punten dragen, en daarmede de conf. $(16_2, 8_4)\,A$ vormen, aangegeven door tabel 3. Deze, met de beide geassocieerde conf. σ_4 vormen dus eene conf. 40_4 (zie tabel 4), beschreven in de H_4: de lijnen der harmonische conf. zijn daarvan de vierpuntige diagonalen.

Uit eene hoofd-vierzijde der eene σ_4, en eene hoofd-vierzijde der andere σ_4, waarin de geassocieerde zijden niet voorkomen, kan men door toevoeging van nog vier lijnen uit tabel 3, telkens ééne hoofd-tienzijde vormen der 40_4; zoo ontstaan er bijv. de beide hoofd-tienzijden van tabel 5, die nu geene lijn gemeen hebben, en alzoo eene conf. $(40_2, 20_4)$ samenstellen. Neemt men uit de 40_4 deze beide hoofd-tienzijden weg, dan ontstaat er eene andere conf. $(40_2, 20_4)$, die geene hoofd-tienzijden bevat, en dus met de vorige ongelijksoortig is.

Schrijver leidt nu met behulp der uitkomsten van zijn opstel »Kwadrupel-involuties op bikwadratische krommen" uit deze 40_4 de cubische krommen K_3 af, die twaalf punten dezer conf. bevatten, of anders om de twee geassocieerde σ_4, en om hunne corresidualen kunnen beschreven worden; zij zijn 834 in aantal.

Hij keert daarop tot de σ_4 terug, en leidt de eigenschap af, dat hare 48 nevenpunten in viertallen op twaalf rechten liggen.

En nu gebruikt hij de uitkomsten, verkregen in zijn jongste opstel »Over eene groep van regelmatige vlakke configuratiën, en eenige daarmede samenhangende configuratiën van punten en krommen", om te bewijzen dat die 48 nevenpunten en de zestien conf. lijnen der σ_4 met twaalf nieuwe lijnen en acht nieuwe punten tot eene combinatorische conf. $(56_3, 28_6)$ voeren; alsook dat die 48 nevenpunten der σ_4 zestien conische sextupels vormen; en nog dat die 48 nevenpunten en de zestien complementaire punten, de acht drievoudige snijpunten der nevenpunten lijnen en de twaalf overige snijpunten der complementaire lijnen, met de zestien conf. lijnen, die twaalf nevenpunten-lijnen, en die acht complementaire lijnen eene nieuwe combinatorische conf. $(84_3, 36_7)$ vormen. Uit twee hoofd-vierzijden der σ_4 en de twee daarmede samenhan-

gende hoofd-vierzijden der geassoeieerde σ_4 vormt schrijver nu de conf. $(64_2, 16_8)$ (zie tabel 20). Van deze 64 punten liggen de 24 punten der beide σ_4 en de acht complementaire punten op H_4; de vier nevenpunten der σ_4, de vier nevenpunten der geassocieerde σ_4, en de 24 snijpunten van lijnen der σ_4 met die der geassocieerde liggen op eene bikwadratische kromme S_4. Op die wijze ontstaan er twaalf S_4, die ieder 24 der laatstgenoemde 96 snijpunten bevatten.

Wanneer men dus elke lijn der σ_4 de geassocieerden der lijnen van hare restfiguur laat snijden, dan onstaan er 96 snijpunten: deze vormen met de twaalf bikwadratische krommen S eene conf. $(96_3, 12_{24})$.

De achttien lijnen der harmonische conf. $(24_3, 18_4)$ vormen zes hoofd-zeszijden (zie tabel 21). Uit elke zes paren van deze kan men eene conf. $(36_2, 12_6)$ samenstellen (zie tabel 22), waarvan 24 punten op de H_4 liggen, de overige twaalf op eene kegelsnede. Dus liggen de 72 nevenpunten der harmonische conf. $(24_3, 18_4)$, die geen snijpunten zijn van de kubische krommen K_3, waarin de beide geassocieerde conf. σ_4 beschreven zijn, in twaalftallen op zes kegelsneden.

Dit opstel hangt, zooals wij zagen, nauw zamen met de vroeger door schrijver geleverde opstellen; het getuigt op nieuw van zijn scherpzinnig oordeel en wiskundig talent, en verdient dus zeker in de Verslagen en Mededeelingen te worden opgenomen.

Leiden en *Hilversum*,
Januari 1890.

D. BIERENS DE HAAN.
F. J. VAN DEN BERG.

NIEUWE EIGENSCHAPPEN

DER

HARMONISCHE CONFIGURATIE $(24_3, 18_4)$,

DOOR

JAN DE VRIES.

§ 1.

De punten van twee geassocieerde cf. $\sigma_4 \equiv (12_4, 16_3)\,A$ vormen met hunne cf. diagonalen eene cf. $(24_3, 18_4)$, welke ik de harmonische $(24_3, 18_4)$ heb genoemd, omdat elke harer lijnen eene harmonische groep draagt, waarin twee punten der eene σ_4 door twee punten der andere σ_4 harmonisch gescheiden worden *). Deze cf. wordt voorgesteld door de tabel (1), waar de punten der eene σ_4 door a_i, b_i, c_i, de punten der andere door α_k, β_k, γ_k, δ_k zijn aangewezen. Het verband tusschen deze beide notaties vindt men in het aangehaalde opstel (blz. 108, N°. 5).

$a_1\,a_2\,\beta_2\,\gamma_2$	$b_1\,b_2\,\alpha_2\,\gamma_2$	$c_1\,c_2\,\alpha_2\,\beta_2$	
$a_3\,a_4\,\alpha_2\,\delta_2$	$b_3\,b_4\,\beta_2\,\delta_2$	$c_3\,c_4\,\gamma_2\,\delta_2$	
$a_1\,a_3\,\beta_3\,\gamma_3$	$b_1\,b_3\,\alpha_3\,\gamma_3$	$c_1\,c_3\,\alpha_3\,\beta_3$	
$a_2\,a_4\,\alpha_3\,\delta_3$	$b_2\,b_4\,\beta_3\,\delta_3$	$c_2\,c_4\,\gamma_3\,\delta_3$	. . . (1)
$a_1\,a_4\,\beta_4\,\gamma_4$	$b_1\,b_4\,\alpha_4\,\gamma_4$	$c_1\,c_4\,\alpha_4\,\beta_4$	
$a_2\,a_3\,\alpha_4\,\delta_4$	$b_2\,b_3\,\beta_4\,\delta_4$	$c_2\,c_3\,\gamma_4\,\delta_4$	

*) „Over vlakke configuraties" (*Versl. en Med.*, Deel V, blz. 110, tabel F).

Wordt de projectiviteit der bundels van kegelsneden, welke achtereenvolgens de bases $(a_1\,a_2\,a_3\,a_4)$ en $(b_1\,b_2\,b_3\,b_4)$ bezitten, zoodanig geregeld, dat de ontaarde kegelsneden (a_1a_2, a_3a_4) en $(b_1\,b_2, b_3\,b_4)$, $(a_1\,a_3, a_2\,a_4)$ en $(b_1\,b_3, b_2\,b_4)$, $(a_1\,a_4, a_2\,a_3)$ en $(b_1\,b_4, b_2\,b_3)$ overeenkomen, dan bevat de door deze bundels voortgebrachte kromme van den vierden graad, blijkens tabel (1), de twintig punten $a_i\ b_i\ \alpha_i\ \beta_i\ \gamma_i\ \delta_i$. Met de K_4, die op overeenkomstige wijze met behulp van de bundels $(a_1\,a_2\,a_3\,a_4)$ en $(c_1\,c_2\,c_3\,c_4)$ kan geconstrueerd worden, heeft zij derhalve de zestien punten $a_i\ \alpha_i\ \beta_i\ \gamma_i\ \delta_i$ gemeen, waarvan $\alpha_i\ \beta_i\ \gamma_i\ \delta_i$, als punten eener σ_4, door eene K_3 kunnen verbonden worden *), terwijl $a_1\,a_2\,a_3\,a_4$ niet collineair zijn; de beide K_4 zijn derhalve identiek. De kromme van den vierden graad, die dientengevolge door de 24 punten der beide σ_4 kan gebracht worden, duid ik door het teeken H_4 aan.

1. *Om elke harmonische* $(24_3, 18_4)$ *kan eene kromme van den vierden graad beschreven worden.*

In mijn opstel »Over de harmonische cf. $(24_3, 18_4)$" †) heb ik aangetoond, dat het bitripel, anders gezegd de $(9_2, 6_3)\,A$

$$\left\{\begin{matrix} a_2\ b_3\ c_4 \\ c_3\ a_4\ b_2 \\ b_4\ c_2\ a_3 \end{matrix}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

door de geassocieerde lijnen $a_1\,b_1\,c_1$ en $\delta_2\,\delta_3\,\delta_4$ wordt aangevuld tot twee *corresiduale* σ_4, d. w. z. twee cf. σ_4, welke dit bitripel als restfiguur der lijn $a_1\,b_1\,c_1$ resp. $\delta_2\,\delta_3\,\delta_4$ gemeen hebben. Van den krommenbundel der derde orde, waarvan de basis door de punten van dit bitripel gevormd wordt, snijden twee krommen, n.l. de K_3, welke om de beide corresiduale σ_4 kunnen beschreven worden, de boven gevonden kromme H_4 in de lineaire tripels $a_1\,b_1\,c_1$ en $\delta_2\,\delta_3\,\delta_4$.

---

*) l. c. blz. 112.

†) *Versl. en Meded.*, Deel V, blz. 211, tabel II.

De genoemde bundel snijdt derhalve op H_4 eene centrale tripelinvolutie in, waarvan het op H_4 gelegen centrum met $a_1\ b_1\ c_1$ en met $\delta_2\ \delta_3\ \delta_4$ collineair is; m. a. w. H_4 kan voortgebracht worden door de projectiviteit van dien bundel (K_3) met den door het punt $111 \equiv (a_1\ b_1\ c_1,\ \delta_2\ \delta_3\ \delta_4)$ aangewezen stralenbundel.

2. *De kromme H_4, welke om de harmonische cf. kan beschreven worden, bevat ook de zestien snijpunten der paren geassocieerde driepuntige diagonalen dezer cf.*

De zestien nieuwe punten noem ik *complementaire* punten; elk hunner wordt aangeduid door het samenstel der indices van de punten a, b, c, waarmede het collineair ligt.

De beide ontaarde K_3

$$(a_2\ b_3\ c_4,\ a_3\ b_4\ c_2,\ a_4\ b_2\ c_3) \quad \text{en} \quad (a_2\ b_4\ c_3,\ a_3\ b_2\ c_4,\ a_4\ b_3\ c_2),$$

welke tot bovengenoemden bundel behooren, snijden H_4 in de tripels (234, 342, 423) en (243, 324, 432) der involutie met centrum 111. De zestien bitripels der $\sigma_4\ (a\ b\ c)$ bepalen derhalve acht *complementaire* lijnen, welke elk vier complementaire punten dragen, en vormen met deze de $(16_2,\ 8_4)\ A$ van tabel (3), waarin elke regel en elke kolom de punten eener cf. lijn bevat, evenals zulks het geval is met het in tabel (2) voor het bitripel gebezigde teeken.

$$\left\{\begin{array}{cccc} 111 & 234 & 342 & 423 \\ 243 & 122 & 414 & 331 \\ 324 & 441 & 133 & 212 \\ 432 & 313 & 221 & 144 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Daar elk complementair punt behalve de beide complementaire lijnen eene lijn der $\sigma_4\ (a\ b\ c)$ en eene lijn der $\sigma_4\ (\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta)$ draagt, worden de beide geassocieerde σ_4 door het *bikwadrupel* van tabel (3) tot eene in H_4 beschreven cf. 40_4 vereenigd, waarvoor de lijnen der harmonische cf. vierpuntige diagonalen zijn.

Cf. 40_4.

$a_1\,b_1\,c_1$	111			$\delta_2\,\delta_3\,\delta_4$	111			
$a_2\,b_3\,c_4$	234			$\alpha_2\,\beta_3\,\gamma_4$	234			
$a_3\,b_4\,c_2$	342			$\alpha_3\,\beta_4\,\gamma_2$	342			
$a_4\,b_2\,c_3$	423			$\alpha_4\,\beta_2\,\gamma_3$	423			
$a_1\,b_2\,c_2$	122			$\delta_2\,\alpha_3\,\alpha_4$	122			
$a_2\,b_4\,c_3$	243			$\alpha_2\,\beta_4\,\gamma_3$	243			
$a_3\,b_3\,c_1$	331			$\delta_3\,\gamma_2\,\gamma_4$	331			
$a_4\,b_1\,c_4$	414			$\delta_4\,\beta_2\,\beta_3$	414			. . . . . (4)
$a_1\,b_3\,c_3$	133			$\delta_3\,\alpha_2\,\alpha_4$	133			
$a_2\,b_1\,c_2$	212			$\delta_2\,\beta_3\,\beta_4$	212			
$a_3\,b_2\,c_4$	324			$\alpha_3\,\beta_2\,\gamma_4$	324			
$a_4\,b_4\,c_1$	441			$\delta_4\,\gamma_2\,\gamma_3$	441			
$a_1\,b_4\,c_4$	144			$\delta_4\,\alpha_2\,\alpha_3$	144			
$a_2\,b_2\,c_1$	221			$\delta_2\,\gamma_3\,\gamma_4$	221			
$a_3\,b_1\,c_3$	313			$\delta_3\,\beta_2\,\beta_4$	313			
$a_4\,b_3\,c_2$	432			$\alpha_4\,\beta_3\,\gamma_2$	432			
111	234	342	423	111	243	324	432	
122	243	331	414	122	234	313	441	
133	212	324	441	133	221	342	414	
144	221	313	432	144	212	331	423.	

3. *De punten en lijnen van twee geassocieerde cf. σ_4 vormen met de zestien snijpunten hunner geassocieerde lijnen en acht complementaire lijnen eene cf. 40_4, om welke eene kromme der vierde orde kan beschreven worden.*

Uit tabel (4) blijkt, dat vier onderling gescheiden lijnen der eene σ_4 geassocieerd zijn met vier onderling gescheiden lijnen der andere σ_4; daardoor wordt het mogelijk uit eene *hoofdvierzijde* der eene σ_4 en eene niet met haar geasso-

cieerde hoofdvierzijde der andere σ_4 door toevoeging van twee lijnen van het bikwadrupel (3) eene *hoofdtienzijde* der 40_4 samen te stellen. Zoo ontstaan de beide volgende hoofdtienzijden, welke geene lijn gemeen hebben, dus eene in de 40_4 begrepen $(40_2, 20_4)$ vormen.

$a_1\ b_1\ c_1$	111			$a_1\ b_3\ c_3$	133			
$a_2\ b_3\ c_4$	234			$a_2\ b_1\ c_2$	212			
$a_3\ b_4\ c_2$	342			$a_3\ b_2\ c_4$	324			
$a_4\ b_2\ c_3$	423			$a_4\ b_4\ c_1$	441			
$\delta_2\ a_3\ a_4$	122			$\delta_4\ a_2\ a_3$	144			
$a_2\ \beta_4\ \gamma_3$	243			$\delta_2\ \gamma_3\ \gamma_4$	221			. . . (5)
$\delta_3\ \gamma_2\ \gamma_4$	331			$\delta_3\ \beta_2\ \beta_4$	313			
$\delta_4\ \beta_2\ \beta_3$	414			$a_4\ \beta_3\ \gamma_2$	432			
133	212	324	441	111	234	342	423	
144	221	313	432	122	243	331	414	

De $(40_2, 20_4)$, welke na afscheiding dezer hoofdtienzijden overblijft, bezit geen hoofdtienzijden meer, is dus niet gelijksoortig met de afgezonderde $(40_2, 20_4)$.

Elk bitripel der σ_4 $(a\ b\ c)$ is met een bepaald bitripel der andere σ_4 verbonden tot eene $(24_2, 12_4)$, welke behalve de 18 punten dier bitripels 6 complementaire punten bevat.

Voorbeeld:

$a_2\ b_3\ c_4$	234	$a_2\ b_4\ c_3$	243	$\alpha_2\ \beta_3\ \gamma_4$	234	$\alpha_2\ \beta_4\ \gamma_3$	243	
$a_3\ b_4\ c_2$	342	$a_3\ b_2\ c_4$	324	$\alpha_3\ \beta_4\ \gamma_2$	342	$\alpha_3\ \beta_2\ \gamma_4$	324	. . (6)
$a_4\ b_2\ c_3$	423	$a_4\ b_3\ c_2$	432	$\alpha_4\ \beta_2\ \gamma_3$	423	$\alpha_4\ \beta_3\ \gamma_2$	432	

De cf. 40_4 bezit geen hoofdtienhoek (groep van tien onderling gescheiden punten), daar elk der 16 in de gescheiden punten $a_1\ a_2\ a_3\ a_4$ samenkomende lijnen der σ_4 $(a\ b\ c)$ één punt van het complementaire bikwadrupel draagt, zoodat aan de punten $a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ \alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2\ \delta_2$ geen van hen gescheiden punt kan toegevoegd worden.

§ 2.

Van de snijpunten der H_4 met de vier gescheiden lijnen

$$\left.\begin{array}{llll} (a_1, & b_1, & c_1, & 111) \\ (\delta_4, & \alpha_2, & \alpha_3, & 144) \\ (a_4, & b_2, & c_3, & 423) \\ (\alpha_1, & \gamma_2, & \beta_3, & 432) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

liggen de punten $b_1\,\alpha_2\,b_2\,\gamma_2$ en evenzoo $c_1\,\alpha_3\,c_3\,\beta_3$ op eene lijn der harmonische cf.; de overige acht kunnen derhalve door eene kegelsnede vereenigd worden. Deze K_2 bevat nu de toppen van den vierhoek 111, 423, 144, 432 en de beide puntenparen $a_1\,a_4$ en $\alpha_4\,\delta_4$, welke op twee geassocieerde lijnen der harmonische cf. liggen. Daar het complementaire bikwadrupel 36 vierhoeken bezit en de 9 geassocieerde lijnenparen der harmonische cf. tot 18 dubbelparen van punten aanleiding geven, bepaalt elk dubbelpaar twee kegelsneden der bedoelde soort. Inderdaad blijkt, dat de punten $a_1\;a_4\;\alpha_4\;\delta_4$ ook conconisch zijn met de punten 122, 414, 133, 441, welke even als 111, 423, 144, 432 een kwadrupel der conische involutie vormen, die corresiduaal is met de door $a_1\,a_4\,\alpha_4\,\delta_4$ bepaalde involutie *); uit tabel (3) toch ziet men terstond, dat de punten 234, 342, 221, 313 met elk der genoemde viertallen complementaire punten conconisch zijn.

4. *De punten der* 40_4 *vormen* 36 *conconische achttallen, welke elk uit* 4 *punten der harmonische cf. en* 4 *complementaire punten bestaan, zoodat elk punt der eerste soort zes, elk punt der tweede soort negen kegelsneden draagt.*

Blijkens tabel (3) snijdt de K_3-bundel met basis

$$\left.\begin{array}{lll} 122 & 414 & 331 \\ 441 & 133 & 212 \\ 313 & 221 & 144 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

*) Vgl. mijn opstel „Kwadrupelinvoluties op bikwadratische krommen" (*Verst. en Med.*, Deel IV, blz. 307).

de kromme H_4 volgens eene involutie I_3 met centrum 111. Tot de groepen dezer I_3 behooren ook $a_1\,b_1\,c_1$ en $\delta_2\,\delta_3\,\delta_4$, m. a. w. elk dezer tripels kan met de 9 complementaire punten van (8) door eene K_3 verbonden worden. Er zijn dus 32 krommen K_3, die elk 3 punten der harmonische cf. en 9 punten van het complementaire bikwadrupel bevatten.

Uit het in 40_4 begrepen bikwadrupel

$$\left\{\begin{array}{cccc} 111 & 234 & 342 & 423 \\ 243 & a_2 & b_4 & c_3 \\ 324 & c_4 & a_3 & b_2 \\ 432 & b_3 & c_2 & a_4 \end{array}\right\} \ldots\ldots (9)$$

volgt op dezelfde wijze, dat de punten van het bitripel

$$\left\{\begin{array}{ccc} 243 & a_2 & b_4 \\ 324 & c_4 & a_3 \\ 432 & b_3 & c_2 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (10)$$

concubisch zijn met de collineaire punten 331, 212, 144. Deze 12 punten liggen op twee gescheiden lijnen der σ_4 $(a\,b\,c)$ en twee gescheiden lijnen van het complementaire bikwadrupel; uit deze opmerking blijkt, dat er 96 krommen der derde orde zijn, welke elk 6 complementaire punten met 6 punten van eene der beide geassocieerde σ_4 vereenigen.

Het in (9) begrepen bitripel

$$\left\{\begin{array}{ccc} 111 & 234 & 342 \\ 243 & a_2 & b_4 \\ 324 & c_4 & a_3 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (11)$$

bepaalt eene I_3 met centrum a_4, waarvan de met a_4 op eene lijn der harmonische cf. gelegen punten $\alpha_1\,\beta_4\,\gamma_4$ eene groep vormen; deze zijn derhalve met de punten van (11) concubisch. Het vijftal complementaire punten dezer K_3 ligt nog op eene tweede gelijksoortige K_3, welke bovendien de

zeven punten $\alpha_2, \beta_4, \gamma_4, \alpha_3$; δ_4, a_3, a_3 draagt. Met het oog op de 144 vijftallen vindt men dus 288 krommen K_3, die elk 5 complementaire punten benevens 5 punten der eene en 2 punten der andere σ_4 bevatten.

Bitripel (10) levert verder eene K_3, welke behalve deze negen punten nog $\alpha_4\,\beta_2\,\gamma_3$ draagt, d. w. z. de punten der lijn, welke geassocieerd is met de van $a_2\,b_3\,c_4$ en $a_3\,b_4\,c_2$ gescheiden lijn $a_4\,b_2\,c_3$. Elk der 32 collineaire drietallen van complementaire punten bepaalt blijkbaar drie K_3 met zes punten van $\sigma_4\,(a\,b\,c)$ en drie K_3 met zes punten van $\sigma_4\,(\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta)$, zoodat er in het geheel 192 krommen zijn, welke drie complementaire punten met zes punten der eene en drie punten der andere σ_4 verbinden.

Met behulp van drie lijnen der harmonische cf. kan het niet tot 40_4 behoorende bikwadrupel (12) gevormd worden.

$$\left\{\begin{array}{cccc} 111 & 234 & 342 & 423 \\ a_1 & a_2 & \gamma_2 & \beta_2 \\ b_1 & b_3 & \alpha_3 & \gamma_3 \\ c_1 & c_4 & \beta_4 & \alpha_4 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (12)$$

De beschouwing der I_3 met centrum α_4, welke ook door een K_3-bundel met basis

$$\left\{\begin{array}{ccc} 111 & 234 & 342 \\ a_1 & a_2 & \gamma_2 \\ b_1 & b_3 & \alpha_3 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

op H_4 wordt ingesneden, en de groep α_2, δ_3, 133 bevat, levert eene nieuwe reeks van K_3, met vier complementaire punten en vier punten van elke der beide geassocieerde σ_4. Daar het viertal punten 111, 234, 342, 423 nog tot het volgende, met (12) gelijksoortige, bikwadrupel

$$\left\{\begin{array}{cccc} 111 & 234 & 342 & 423 \\ \delta_2 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \delta_3 & \beta_3 & b_4 & b_2 \\ \delta_4 & \gamma_4 & c_2 & c_3 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (14)$$

aanleiding geeft, en men in (12) en (14) elk punt der harmonische cf. als centrum eener I_3 kan beschouwen, waarvan dan slechts eene groep tot eene K_3 der bedoelde soort leidt, vindt men voor het aantal dier krommen $8 \times 2 \times 12 = 192$.

In de volgende tabel worden alle boven gevonden cubische krommen opgesomd, welke twaalf punten der cf. 40_4 *bevatten, benevens de krommen* K_3, *die om de beide geassocieerde* σ_4 *en om kunne corresiduale cf. kunnen beschreven worden.*

Aantal K_3.	Punten der geassoc. σ_4.	Complementaire punten.	Aantal K_3 door een punt der $(24_3, 18_4)$.	der $(16_2, 8_4)$.	
2	12	—	1	—	
32	9 + 3	—	16	—	
32	3	9	4	18	
96	6	6	24	36	. . (15)
288	5 + 2	5	84	90	
192	4 + 4	4	64	48	
192	6 + 3	3	72	36	

§ 3.

Elke lijn der σ_4 is gescheiden van de lijnen van het bitripel, dat hare restfiguur vormt, behoort dus tot twee hoofdvierzijden; de cf. bezit derhalve acht zoodanige viertallen van onderling gescheiden lijnen. Worden deze acht groepen door 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 voorgesteld, dan kan elke cf. lijn, als behoorende tot twee dier groepen, aangewezen worden door de samenvoeging der beide cijfers, welke die twee groepen aanduiden. Zoodoende komt men tot de volgende tabel voor de lijnen der σ_4, waarin elke regel en elke kolom eene hoofdvierzijde bevat.

$$\begin{array}{cccccccc} 15 & |a_1\,b_1\,c_1| & 16 & |a_2\,b_3\,c_4| & 17 & |a_3\,b_4\,c_2| & 18 & |a_4\,b_2\,c_3| \\ 25 & |a_2\,b_4\,c_3| & 26 & |a_1\,b_2\,c_2| & 27 & |a_4\,b_1\,c_4| & 28 & |a_3\,b_3\,c_1| \\ 35 & |a_3\,b_2\,c_4| & 36 & |a_4\,b_4\,c_1| & 37 & |a_1\,b_3\,c_3| & 38 & |a_2\,b_1\,c_2| \\ 45 & |a_4\,b_3\,c_2| & 46 & |a_3\,b_1\,c_3| & 47 & |a_2\,b_2\,c_1| & 48 & |a_1\,b_4\,c_4| \end{array} \quad . . \quad (16)$$

Wordt het snijpunt der lijnen ik en il door ikl aangewezen, dan vormen de hoofdvierzijden 1 en 2 de volgende $(16_2,\ 8_4)\ A$:

$$\left\{\begin{array}{cccc} a_1 & b_1 & c_1 & 125 \\ b_2 & a_4 & 128 & c_3 \\ c_2 & 127 & a_3 & b_4 \\ 126 & c_4 & b_3 & a_2 \end{array}\right\} \quad . . . . . \quad (17)$$

Daar de punten der σ_4 door eene K_3 worden verbonden, liggen de overige vier punten van (17) in eene rechte, die door het teeken 12 kan voorgesteld worden. Op dezelfde wijze vindt men nog elf nieuwe lijnen 13, 14, 23, 24, 34 en 56, 57, 58, 67, 68, 78, die elk vier snijpunten van gescheiden lijnenparen dragen.

5. *De* 48 *nevenpunten der* σ_4 *liggen in viertallen op* 12 *rechten.*

Daar de driezijde (15, 16, 17) ten opzichte van de bovengevonden lijn 12 perspectief ligt met de driezijde (25, 26, 27), zullen de lijnen (156, 256), (157, 257) en (167, 267), welke de homologe toppen vereenigen, door een punt gaan, dat door het teeken 567 worde aangewezen. Behalve tot dit nieuwe punt komt men tot de zeven punten 568, 578, 678; 123, 124, 134, 234 door de beschouwing der overige uit lijnen van σ_4 samengestelde driezijden, voor zoover zij paarsgewijze perspectief liggen ten opzichte van de 12 nieuwe lijnen. In de figuur heeft men nu 56 punten ikl ($i = 1$ tot 8, $k = 2$ tot 8, $l = 3$ tot 8) en 28 lijnen ik ($i = 1$ tot 8, $k = 2$ tot 8), welke zoodanig tot eene cf. zijn vereenigd, dat het punt ikl de drie lijnen ik, il, kl draagt. Deze $(56_3,\ 28_6)$ is de reciproke figuur der vlakke polyedrale cf.

π_5 (*Versl. en Med.*, Deel VI, blz. 8). Alle cf., welke als de polyedrale en de in mijn opstel »Over eene groep van regelmatige vlakke configuraties" (*Versl. en Med.*, Deel VI, blz. 45) beschouwde, door de combinaties der k^{de} en $(k+1)^{ste}$ klasse van n getallen kunnen aangewezen worden, vat ik (in het voetspoor van SCHUBERT) samen door de benaming *combinatorische* configuraties.

6. *De* 16 *lijnen en* 48 *nevenpunten der* σ_4 *vormen met* 12 *nieuwe lijnen en* 8 *nieuwe punten eene combinatorische* $(56_3, 28_6)$.

In het algemeen wordt eene combinatorische $(56_3, 28_6)$ bepaald door eene constellatie *) van 10 onafhankelijke punten (geen drie op eene rechte), b.v. door de constellatie:

123, 124, 145, 158, 178, 167, 136, 233, 345, 367.

Deze punten toch bepalen door hunne verbindingslijnen de toppen van 5 op den driestraal 12, 13, 23 rustende driehoeken, waaruit †) de cf. kan geconstrueerd worden. De boven gevonden $(56_3, 28_6)$ is daarentegen met de σ_4 gegeven, welke op haar beurt bepaald is door eene constellatie van zes punten, waarvan er drie collineair liggen §); deze $(56_3, 28_6)$ is dus eene bijzondere cf.

In het zooeven aangehaalde opstel heb ik aangetoond, dat de lijnen van het bitripel 16, 17, 18; 25, 35, 45 eene kegelsnede aanraken (l. c. blz. 89); daaruit volgt, dat de toppen 167, 178, 168 der eerste driezijde met de toppen 235, 245, 345 der tweede driezijde door eene K_2 kunnen verbonden worden. Derhalve:

7. *De* 48 *nevenpunten der* σ_4 *vormen* 16 *conische sextupels.*

Uit het bikwadrupel (17) kan door toevoeging van twee viertallen collineaire complementaire punten en de beide lij-

*) d. w. z. eene groep van punten, welke de cf. bepalen, en wier aantal een minimum is.

†) Verg. het laatst aangehaalde opstel, blz. 53.

§) Zie mijn opstel »Over eene groep van regelmatige vlakke configuraties en eenige daarmede samenhangende vlakke configuraties van punten en krommen" (*Versl. en Med.*, Deel VII, blz. 79).

nen, welke hen dragen, het volgende bikwintupel $(25_2, 10_5)$ worden afgeleid.

$$\left\{\begin{array}{lllll} 111 & a_1 & b_1 & c_1 & 125 \\ 423 & b_2 & a_4 & 128 & c_3 \\ 342 & c_2 & 127 & a_3 & b_4 \\ 234 & 126 & c_4 & b_3 & a_2 \\ x & 122 & 414 & 331 & 243 \end{array}\right\} \ldots . \quad (18)$$

Van de 25 basispunten van den door (18) aangewezen krommenbundel der vijfde orde liggen er 20 op H_4; de overige vijf d. z. 125, 126, 127, 128 en x, kunnen derhalve door eene rechte vereenigd worden.

Deze eigenschap kan met eigenschap 6. in nauw verband gebracht worden door de invoering van eene nieuwe notatie voor de complementaire punten en lijnen. De punten 111, 423, 342, 234, welke achtereenvolgens op de lijnen 15, 18, 17, 16 liggen, zullen n.l. door 159, 189, 179, 169 worden aangeduid, terwijl de door hen gedragen lijn het teeken 19 verkrijgt; de punten 122, 414, 331, 243 en hunne verbindingslijn zullen door de teekens 269, 279, 289, 259 en 29 worden aangewezen; het punt x kan dan, als snijpunt van 19, 29 en 12, door 129 worden voorgesteld. Wordt deze handelwijze ook toegepast op de bikwintupels, welke uit de overige elf met (17) gelijksoortige bikwadrupels ontstaan, dan wordt het bikwadrupel (3) der complementaire punten in de nieuwe notatie voorgesteld door

$$\left\{\begin{array}{llll} 159 & 169 & 179 & 189 \\ 259 & 269 & 279 & 289 \\ 359 & 369 & 379 & 389 \\ 459 & 469 & 479 & 489 \end{array}\right\} \ldots . \quad (19)$$

Worden nu de 16 punten en 8 lijnen van (19) benevens de 12 overige snijpunten dezer 8 lijnen, welke elk op eene nevenpuntenlijn der σ_4 bleken te liggen, aan de boven ge-

vonden (56_3, 28_6) toegevoegd, dan ontstaat eene combinatorische (84_3, 36_7), waarvan de punten en lijnen door de combinaties 3 aan 3 resp. 2 aan 2 der getallen van 1 tot 9 worden aangewezen.

8. *Van elke σ_4 vormen de* 48 *nevenpunten en de* 16 *complementaire punten met de* 16 *cf. lijnen, de* 12 *nevenpuntenlijnen, de* 8 *complementaire lijnen benevens de* 8 *drievoudige snijpunten der nevenpuntenlijnen en de* 12 *overige snijpunten der complementaire lijnen eene combinatorische* (84_3, 36_7).

Door $(i\,k)$ worde die lijn van $\sigma_4\,(\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta)$ aangeduid, welke met de lijn $i\,k$ der $\sigma_4\,(a\,b\,c)$ geassocieerd is, haar dus in in een complementair punt snijdt.

Uit de hoofdvierzijden (15, 16, 17, 18) en (25, 26, 27, 28) van $\sigma_4\,(a\,b\,c)$ en de hoofdvierzijden ((15), (16), (17), (18)) en ((25), (26), (27), (28)) der $\sigma_4\,(\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta)$ kan de $(64_2, 16_8)$ van tabel (20) gevormd worden.

$$\left.\begin{array}{cccccccc}
a_1 & b_1 & c_1 & 125 & 159 & 15(16) & 15(17) & 15(18) \\
b_2 & a_4 & 128 & c_3 & 18(15) & 18(16) & 18(17) & 189 \\
c_2 & 127 & a_3 & b_4 & 17(15) & 17(16) & 179 & 17(18) \\
269 & 27(26) & 28(26) & 25(26) & \delta_2 & (126) & \alpha_3 & \alpha_4 \\
26(28) & 27(28) & 289 & 25(28) & \delta_3 & \gamma_4 & \gamma_2 & (128) \\
26(27) & 279 & 28(27) & 25(27) & \delta_4 & \beta_3 & (127) & \beta_2 \\
26(25) & 27(25) & 28(25) & 259 & (125) & \alpha_2 & \beta_4 & \gamma_3 \\
126 & c_4 & b_3 & a_2 & 16(15) & 169 & 16(17) & 16(18)
\end{array}\right\} \ldots (20)$$

Van de 64 punten dezer cf., welke blijkbaar de basis van een K_8-bundel vormen, liggen de 24 punten der beide σ_4 benevens de 8 complementaire punten op H_4: de overige 32 punten, n.l. de nevenpunten 125, 126, 127, 128 der $\sigma_4\,(a\,b\,c)$, de nevenpunten (125), (126), (127), (128) der $(\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta)$ en de 24 snijpunten van lijnen der eene σ_4 met lijnen der andere σ_4, kunnen derhalve door eene bikwadratische kromme S_4 vereenigd worden. De 24 laatstgenoemde punten worden op elke in (20) begrepen lijn van $\sigma_4\,(a\,b\,c)$ bepaald door de geassocieerden der lijnen, welke haar tot eene hoofdvierzijde aanvullen; daar elke lijn eener σ_4 tot

twee hoofdvierzijden behoort, komen van hare doorsneden met de 16 lijnen der geassocieerde cf. hier dus slechts 6 in aanmerking; voor de lijn 15 b.v. de snijpunten met (16), (17), (18); (25), (35), (45). De 12 nieuwe krommen S_4 dragen dus elk 24 van de 96 in aanmerking komende snijpunten.

9. *De* 96 *punten, welke men verkrijgt, als men elke lijn der* σ_4 *tot doorsnijding brengt met de geassocieerden der lijnen van hare restfiguur, vormen met* 12 *bikwadratische krommen eene cf.* $(96_8, 12_{24})$.

De 18 lijnen der harmonische cf. geven aanleiding tot 6 hoofdzeszijden. Wordt de lijn $a_i a_k$ door A_{ik}, de lijn $b_i b_k$ door B_{ik} en de lijn $c_i c_k$ door C_{ik} aangeduid, dan bevat de volgende tabel in hare 6 kolommen de bedoelde hoofdzeszijden; hierbij valt op te merken, dat de eerste drie geen lijn gemeen hebben, en hetzelfde voor het tweede drietal geldt.

$$\begin{array}{|cc|cc|cc|cc|cc|cc|}
A_{12} & & A_{13} & & A_{14} & & A_{12} & & A_{13} & & A_{14} & \\
A_{34} & & A_{24} & & A_{23} & & A_{34} & & A_{24} & & A_{23} & \\
B_{13} & & B_{14} & & B_{12} & & B_{14} & & B_{12} & & B_{13} & \ldots (21) \\
B_{24} & & B_{23} & & B_{34} & & B_{23} & & B_{34} & & B_{24} & \\
C_{14} & & C_{12} & & C_{13} & & C_{13} & & C_{14} & & C_{12} & \\
C_{23} & & C_{34} & & C_{24} & & C_{24} & & C_{23} & & C_{34} &
\end{array}$$

Uit elk der 6 paren van hoofdzeszijden kan eene, met de volgende gelijksoortige, $(36_2, 12_6)$ samengesteld worden.

$$\left\{\begin{array}{cccccc}
a_1 & a_2 & \beta_2 & \gamma_3 & A_{12}B_{23} & A_{12}B_{14} \\
a_3 & a_4 & \alpha_2 & \delta_3 & A_{34}B_{23} & A_{34}B_{14} \\
\beta_3 & \delta_3 & B_{24}C_{12} & B_{24}C_{34} & b_2 & b_4 \\
\gamma_3 & \alpha_3 & B_{13}C_{12} & B_{13}C_{34} & b_3 & b_1 \\
A_{13}C_{14} & A_{24}C_{14} & c_1 & c_4 & \beta_4 & \alpha_4 \\
A_{13}C_{23} & A_{24}C_{23} & c_2 & c_3 & \delta_4 & \gamma_4
\end{array}\right\} \ldots (22)$$

Daar 24 punten dezer cf. door de kromme H_4 vereenigd zijn, liggen de overige 12 in eene kegelsnede. Met het oog op de eigenschap, dat de snijpunten van geassocieerde lijnen der $(24_3, 18_4)$ eene $(9_2, 6_3)\,A$ vormen, welke op de beide omgeschreven K_3 der beide σ_4 ligt (verg. het eerst aangehaalde opstel, blz. 112), heeft men:

10. *De 72 nevenpunten der harmonische* $(24_3, 18_4)$, *welke geen snijpunten van de cubische krommen zijn, die om de beide geassocieerde cf.* σ_4 *kunnen beschreven worden, liggen in twaalftallen op zes kegelsneden.*

Kampen, November 1889.

OVER DE INWERKING

VAN

ONDERBROMIGZUUR KALIUM OP SUCCINPHENYLAMIDE.

DOOR

S. HOOGEWERFF EN W. A. VAN DORP.

INLEIDING.

Wij hebben reeds vroeger *) er op gewezen, dat halogeenatomen, hydroxyl- en nitrosogroepen, met stikstof verbonden, eene groote mate van beweeglijkheid bezitten. Bij verbindingen, in welke deze groepeering voorhanden is, vindt dikwerf gemakkelijk eene intramoleculaire atoomverschuiving plaats, door welke het negatieve bestanddeel door een meer positief vervangen wordt.

Wanneer Cl, HO of NO door de letter X voorgesteld wordt, dan vindt, gelijk wij aantoonden, dikwijls een overgang plaats van

$$\begin{array}{l} -\mathrm{N}-\mathrm{X} \\ \quad | \\ =\mathrm{C}-(\mathrm{C}_m\,\mathrm{H}_{n+1}) \end{array} \quad \text{in} \quad \begin{array}{l} -\mathrm{N}-\mathrm{H} \\ \quad | \\ =\mathrm{C}-(\mathrm{C}_m\,\mathrm{H}_n\,\mathrm{X}) \end{array}$$

of van

$$\begin{array}{l} -\mathrm{N}-\mathrm{X} \\ \quad | \\ =\mathrm{C}-(\mathrm{C}_m\,\mathrm{H}_{n+1}) \end{array} \quad \text{in} \quad \begin{array}{l} -\mathrm{N}-(\mathrm{C}_m\,\mathrm{H}_{n+1}) \\ \quad | \\ =\mathrm{C}-\mathrm{X} \end{array}$$

*) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas.* VIII. p. 173.

Laatstgenoemde omzetting hebben wij ook als eerste phase der reactie aangenomen, welke de broomamiden van eenbasische organische zuren in alkalische oplossing ondergaan *).

Wij waren van oordeel, dat het van belang kon zijn ook de broomamiden van meerbasische zuren te bereiden en aan de inwerking van alkaliën te onderwerpen; wij koesterden de hoop zoodoende nieuwe omzettingen te leeren kennen, aan welke onze opvatting getoetst zou kunnen worden. De gemakkelijke bereidingswijze der amiden van het barnsteenzuur heeft ons er toe geleid het eerst de broomamiden van dat zuur te onderzoeken; daar voorts eenige voorloopige proeven met succinamide ons deden vermoeden, dat het niet gemakkelijk zou vallen de reactie in dit geval in hare verschillende phasen te vervolgen, hebben wij het kaliumhypobromiet op het succinphenylamide $C_4H_4O_2 < \begin{matrix} NH_2 \\ NH.C_6H_5 \end{matrix}$ doen inwerken. Wij deelen in deze verhandeling de resultaten van ons onderzoek mede, die, naar wij meenen, geheel in overeenstemming zijn met onze theorie.

Alvorens echter onze proeven te beschrijven, achten wij het gewenscht een kort overzicht te geven der daarbij verkregen resultaten.

Succinphenylamide lost in eene alkalische oplossing van onderbromigzuur kalium op, wanneer men het zout en het amide in verhouding hunner moleculairgewichten op elkander laat inwerken. Door toevoeging van azijnzuur bij de vloeistof wordt een broomhoudend lichaam geprecipiteerd. Het is ons niet gelukt dit te zuiveren; zijne eigenschappen en omzettingen stellen echter buiten twijfel, dat het een broomamide is, aan hetwelk de formule:

$$\begin{matrix} CH_2—CO—NH.C_6H_5 \\ | \\ CH_2—CO—NHBr \end{matrix}$$

moet toegeschreven worden, wanneer men, gelijk zulks gewoonlijk geschiedt, het succinphenylamide als

*) l. c.

$$\begin{array}{l} CH_2—CO—NH.C_6H_5 \\ | \\ CH_2—CO—NH_2 \end{array}$$

opvat.

Dat in het broomamide het broom met het stikstofatoom van de amidogroep en niet met dat van de phenylamidogroep is verbonden, is daaruit af te leiden, dat onderbromigzuur kalium op succinanilide $C_4H_4O_2{<}^{NH.C_6H_5}_{NH.C_6H_5}$, in hetwelk zich twee phenylamidogroepen bevinden, bijna niet inwerkt. Ook de oplosbaarheid van het broomamide in kalioog pleit voor het voorhanden zijn der atoomgroepeering —NHBr.

Het succinphenylbroomamide ondergaat in alkalische oplossing eene zeer merkwaardige verandering. Het wordt, wanneer men de vloeistof eenigen tijd zacht verwarmt, in een broomvrij zuur omgezet, dat de empirische formule $C_{10}H_{12}N_2O_3$ heeft; bij deze reactie wordt het broomatoom door de hydroxylgroep vervangen. Hierbij heeft echter niet alleen substitutie plaats, maar bij de vorming van het zuur ondergaat het molecuul diep ingrijpende veranderingen.

Bij de onderzoeking van het uit het broomamide bereide zuur vonden wij o. a. het volgende, dat voor de bepaling zijner samenstelling van gewicht is. Wanneer men zoutzuurgas door zijne alcoholische oplossing leidt of zwavelzuur bij deze voegt, wordt een ester gevormd; deze wordt gemakkelijk door alkaliën ontleed. Hieruit kan met groote waarschijnlijkheid afgeleid worden, dat het zuur eene carboxylgroep bevat *). Bij verhitting met acetylchloride treedt een molecuul water uit het zuur; het lichaam, dat ontstaat,

*) Terwijl men vroeger van meening was, dat door de vorming van een ester bij oplossing van een lichaam, dat zure eigenschappen toont, in met zoutzuur verzadigden alcohol, het voorhanden zijn eener carboxylgroep in dat lichaam met zekerheid aangetoond wordt, zijn in den laatsten tijd eenige gevallen bekend geworden, in welke uit phenolen op die wijze aethers zijn verkregen (verg. *Ber. d. Deutschen Chem. Ges.* 21, p. 1900). De gemakkelijkheid, waarmede de ester, waarvan in den tekst sprake is, door kali ontleed wordt, bewijst echter, dat hier van geen phenolaether sprake kan zijn.

is zonder ontleding in water oplosbaar, ook verdunde zuren ontleden het niet, door alkaliën wordt echter weder het zuur gevormd, waarvan men is uitgegaan. Smelt men dit laatste voorzichtig met kalihydraat, zoo wordt eerst aniline en bij sterkere verwarming ammoniak vrij. Men kan uit de alkalische massa, wanneer men met verhitten ophoudt eer de ammoniakontwikkeling begint, na toevoeging van eene overmaat van zoutzuur, β amidopropionznur afscheiden. Wij hebben dit als het platinadubbelzout van den zoutzuren aethylester geïsoleerd en vergeleken met het overeenkomstige zout uit een β amidopropionzuur, dat door inwerking van ammoniak op β joodpropionzuur was verkregen.

Terwijl dus door de inwerking van kali op succinphenylbroomamide in de eerste plaats een zuur ontstaat, dat de formule $C_{10}H_{12}N_2O_3$ heeft, wordt bij grootere concentratie van het alkali dit zuur weder ontleed; onder de ontledingsproducten werd β amidopropionzuur gevonden. Uit het broomamide zou, wanneer men van de straks gegeven formule voor dit lichaam uitgaat, het laatstgenoemde zuur kunnen ontstaan volgens de vergelijkingen

$$\text{I}^a.\quad \begin{matrix} CH_2\text{-}CO\text{-}NH.C_6H_5 \\ | \\ CH_2\text{-}CO\text{-}NHBr \end{matrix} + H_2O = \begin{matrix} CH_2\text{-}CO\text{-}NH.C_6H_5 \\ | \\ CH_2\text{-}NH_2 \end{matrix} + CO_2 + HBr$$

$$\text{I}^b.\quad \begin{matrix} CH_2\text{-}CO\text{-}NH.C_6H_5 \\ | \\ CH_2\text{-}NH_2 \end{matrix} + H_2O = \begin{matrix} CH_2COOH \\ | \\ CH_2\text{-}NH_2 \end{matrix} + C_6H_5.NH_2.$$

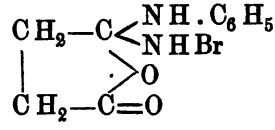
In de reactie, welke door de eerste dezer beide vergelijkingen wordt wedergegeven, ontstaat β amidopropionzuuranilide. De vorming van dit product zou dan op dezelfde wijze plaats hebben als die van aminen uit de broomamiden van eenbasische zuren. De eenvoudigste wijze, waarop deze door A. W. Hofmann *) gevonden omzetting kan worden uitgedrukt, is

$$\text{II.}\quad C_nH_n.CO.NHBr + H_2O = C_nH_n.NH_2 + CO_2 + HBr.$$

*) *Ber. d. Deutschen Chem. Ges.* 15, p. 762.

Het eenige verschil tusschen de reacties I^a en II zou dan hierin gelegen zijn, dat bij I^a de vorming van het eindproduct niet zoo gemakkelijk plaats heeft als bij II, waardoor het mogelijk werd het zuur, dat de formule $C_{10}H_{12}N_2O_3$ heeft, te isoleeren.

Wanneer het β amidopropionzuur volgens bovenstaande vergelijkingen ontstaat, is het echter niet wel mogelijk voor het zuur, dat als tusschenproduct optreedt, eene structuurformule af te leiden, welke met zijne eigenschappen in overeenstemming is. Men komt daarentegen tot eene formule voor het tusschenproduct, welke deze eigenschappen in allen deele verklaart, wanneer men aan het succinphenylamide de onsymmetrische formule toekent, *) en verder in het molecuul van het broomamide



in de alkalische oplossing eene atoomverschuiving aanneemt, overeenkomende met die, welke volgens onze opvatting bij de inwerking van alkaliën op de broomamiden van eenbasische zuren plaats vindt. Voegen wij hier dadelijk bij, dat de op deze wijze afgeleide formule door de synthese van het zuur bevestigd wordt.

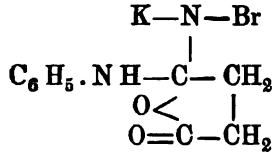
Wij hebben aangenomen †), dat bij de ontleding, welke de broomamiden der eenbasische zuren in alkalische oplossing ondergaan, als eerste phase der reactie uit

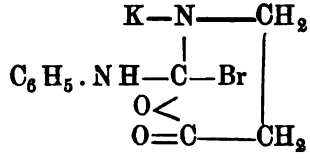
ontstaat. Op analoge wijze moet uit het kaliumzout van het succinphenylbroomamide

---

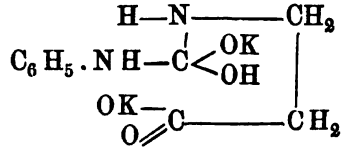
*) Het onsymmetrische succinamide is bereid. AUGER, *Bulletin de la Soc. Chim.*, 49, p. 345.

†) Zie p. 193.

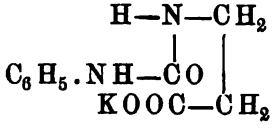




gevormd worden. De veranderingen, welke deze laatste verbinding in de alkalische vloeistof zal ondergaan, zijn gemakkelijk te voorzien. Het atoom broom wordt door de groep OK vervangen en het met stikstof verbonden atoom kalium door waterstof; eindelijk wordt nog een molecuul kaliumhydroxyde opgenomen, waardoor de verbinding tusschen twee koolstofatomen, welke door een zuurstofatoom plaats vond, verbroken wordt. Het zout, dat ontstaat,



verliest een molecuul kaliumhydroxyde, onder vorming van



,

of anders geschreven

$$CO<\begin{matrix}NH.C_6H_5\\NH-CH_2-CH_2-COOK,\end{matrix}$$

het kaliumzout van het *a. b.* phenyl-β-ureïdopropionzuur *) (phenyl-β-lactuurzuur).

Wij wenschen er nog ter loops op te wijzen, dat in dit geval de atoomverschuiving, welke onze theorie aanneemt,

---

*) De Heer FRANCHIMONT heeft in eene der secties van het internationale chemische congres, dat onlangs te Parijs is gehouden, voorgesteld om de stikstofatomen van het ureum door de letters *a* en *b* te onderscheiden. Wij volgen deze nomenclatuur, door welke de structuur van lichamen als het in den tekst besprokene duidelijk bepaald wordt.

noodzakelijk intramoleculair moet zijn; bij de broomamiden der eenbasische zuren zou men des noods kunnen aannemen, dat zij intermoleculair is.

De straks medegedeelde eigenschappen van het als phenylureïdopropionzuur opgevatte zuur zijn zoodanige, als men van eene verbinding van die structuur kan verwachten. De vorming van β-amidopropionzuur bij smelting met kalihydraat vindt op de volgende wijze plaats; onder afscheiding van aniline ontstaat in de eerste plaats het zout

$$CO<^{OK}_{NH-CH_2-CH_2-COOK};$$

bij toevoeging van zoutzuur wordt het zuur

$$CO<^{OH}_{NH-CH_2-CH_2-COOH}$$

vrijgemaakt, dat als gesubstitueerd carbaminzuur niet bestendig is en zich ontleedt in koolzuur en β-amidopropionzuur. Volgens deze opvatting is dus het laatstgenoemde lichaam niet het directe product der inwerking van kalihydraat op het zuur, dat uit succinphenylbroomamide werd bereid, maar ontstaat eerst zoodra de vloeistof eene zure reactie aanneemt. De verbinding, die uit phenylureïdopropionzuur bij inwerking van acetylchloride wordt verkregen, is het ureïd van dat zuur $CO<^{N(C_6H_5)-CO}_{NH-\!\!-\!\!-CH_2}>CH_2$, dat zeer gemakkelijk bij tegenwoordigheid van kali weder een molecuul water opneemt en het ureïdozuur vormt.

Wij hebben getracht door synthese de juistheid onzer stelling te bewijzen, dat het uit succinphenylbroomamide bereide zuur phenylureïdopropionzuur is. Wij meenden, dat dit zuur waarschijnlijk door verhitting van een mengsel van phenylureum en β-amidopropionzuur zou kunnen bereid worden, dat deze beide stoffen in verhouding hunner moleculairgewichten bevat. Het kwam ons waarschijnlijk voor, dat eene reactie plaats zou grijpen, welke door de vergelijking

$$C_6H_5.NH—CO—NH_2 + NH_2—CH_2—CH_2—COOH = NH_3 + C_6H_5.NH—CO—NH—CH_2—CH_2—COOH$$

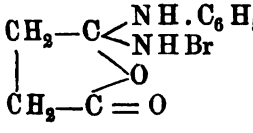
kan wedergegeven worden, gelijk hydantoïnzuur ontstaat, wanneer men ureum en glycocol verhit:

$$NH_2—CO—NH_2 + NH_2—CH_2—COOH = NH_3 + NH_2—CO—NH—CH_2—COOH.$$

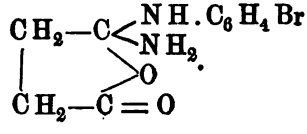
Inderdaad wordt bij verhitting van phenylureum en β-amidopropionzuur nevens andere stoffen een zuur gevormd, welks samenstelling beantwoordt aan de formule $C_{10}H_{12}N_2O_3$, terwijl ook zijne eigenschappen in allen deele met die van het uit succinphenylamide bereide zuur overeenstemmen.

Terwijl dus het succinphenylbroomamide in alkalische oplossing overgaat in phenylureïdopropionzuur, wordt het bij verhitting met alcohol omgezet in succinparabroomphenylamide. Dit lichaam ontstaat ook, wanneer men het broomamide korten tijd bij ongeveer 200° verhit.

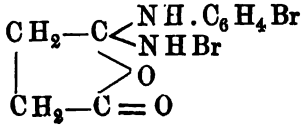
De moleculaire atoomverschuiving, die hierbij plaats vindt, behoort tot de op blz. 192 besprokene gevallen, bij welke een atoom broom en een atoom waterstof van plaats verwisselen;



wordt



Eene alkalische oplossing van onderbromigzuur kalium lost het succinparabroomphenylamide op; door toevoeging van azijnzuur wordt eene verbinding geprecipiteerd, die de reacties der broomamiden toont. Zij is ongetwijfeld het succinparabroomphenylbroomamide



dat wij evenmin als het succinphenylbroomamide, waarvan straks sprake was, hebben kunnen zuiveren. Terwijl dit laatste in alkalische oplossing overgaat in *a. b.* phenyl-*β*-ureïdopropionzuur, wordt het nieuwe broomamide onder hetzelfde omstandigheden omgezet in het *a. b.* parabroomphenyl-*β*-ureïdopropionzuur $CO<^{NH.C_6H_4Br}_{NH-CH_2-CH_2-COOH}$.

Wij hebben dit niet zoo uitvoerig onderzocht als het niet gebroomde zuur, daar het niet te verwachten was, dat het onderzoek nieuwe gezichtspunten zou opleveren en de bereiding bovendien met eenige moeilijkheden verbonden is.

Door kaliumhypobromiet worden het phenylureïdopropionzuur en zijn broomderivaat in zuren omgezet, welke meer dan een atoom broom bevatten; wij konden een dien een tribroomphenylureïdoprodionzuur isoleeren.

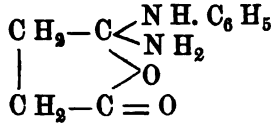
In het bibroomphenylureïdopropionzuur bevinden zich de beide broomatomen in den phenylkern in de ortho- en paraplaats ten opzichte van het stikstofatoom. Bij distillatie van het zuur met kalihydraat wordt namelijk *o. p.* bibroomaniline gevormd.

Van de gebroomde phenylureïdopropionzuren kan dat, hetwelk drie atomen broom bevat, het gemakkelijkst bereid worden. Wanneer men het met kalihydraat verhit distilleert het tribroomaniline, welks drie broomatomen symmetrisch in den phenylkern verdeeld zijn, zoodat ook omtrent de constitutie van dit zuur geen twijfel bestaan kan.

Wij verdeelen deze verhandeling in drie hoofdstukken. In het eerste worden de bereiding en de eigenschappen van succinphenylbroomamide, van succinparabroomphenylamide en van succinparabroomphenylamidozuur medegedeeld; het tweede behandelt het phenylureïdopropionzuur en zijne derivaten, terwijl in het derde hoofdstuk de gebroomde phenylureïdopropionzuren beschreven worden.

I. SUCCINPHENYLBROOMAMIDE, SUCCINPARABROOMPHENYLAMIDE EN SUCCINPARABROOMPHENYLAMIDOZUUR.

Wij hebben ons het succinphenylamide *)



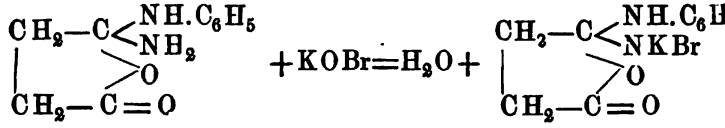
dat wij voor onze onderzoekingen noodig hadden, op de door MENSCHUTKIN †) aangegevene wijze verschaft. Door distillatie van barnsteenzuur met aniline werd succinphenylimide bereid; dit werd met eene sterke alcoholische oplossing van ammoniak in toegesmolten dikwandige glazen kolven ongeveer 12 uren lang in het waterbad verhit. Het imide zet zich daarbij om in succinphenylamide, dat na filtratie en uitwasschen met water gedroogd en in dien toestand voor de verdere proeven gebezigd werd.

Eene waterige, vrij alkali bevattende oplossing van onderbromigzuur kalium (1 mol.) lost fijn gepoederd succinphenylamide (1 mol.) bij gewone temperatuur gemakkelijk op. Eene overmaat van azijnzuur slaat uit deze alkalische oplossing een wit precipitaat neder, dat uit kleine naaldjes bestaat. Het verdient de voorkeur met niet te geconcentreerde vloeistoffen te werken; men lost 15 gr. succinphenylamide op in eene loog, welke op 300 gr. water 18 gr. kalihydraat en 12 gr. broom bevat, verdunt met 600 gr. water, precipiteert met azijnzuur, filtreert en wascht het neerslag goed met water uit. Het is ons niet gelukt dit lichaam in zuiveren toestand te bereiden, daar wij geen oplossingsmiddel konden vinden, waaruit het zich onveranderd weder afzet. Zijne eigenschappen en omzettingen doen echter zien, dat het succinphenylbroomamide is. Het onderbromigzure zout werkt op het succinphenylamide op

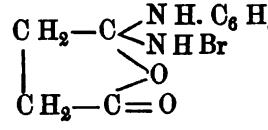
*) Zie p. 5.

†) *Ann. der Chemie u. Pharm.* 162 p. 182.

dezelfde wijze in als op de amiden van eenbasische zuren *); volgens de vergelijking



wordt in de alkalische vloeistof het kaliumzout van het broomamide gevormd, dat door azijnzuur ontleed wordt onder afscheiding van het succinphenylbroomamide



In ruwen toestand bevat dit ongeveer de door de theorie gevorderde hoeveelheid broom; wij vonden 30,3 en 33,5 pCt., terwijl de formule 29,5 pCt. verlangt.

De broomamiden lossen in alkaliën op; wanneer men joodkalium en eene overmaat van zoutzuur bij deze vloeistof voegt, vindt eene afscheiding van jood plaats †). Ook het broomamide, waarvan hier sprake is, wordt door kali opgelost (de veranderingen, welke deze vloeistof kan ondergaan, worden in het tweede hoofdstuk beschreven) en ontleedt joodwaterstof onder afscheiding van jood. Door phenol wordt zijne alkalische oplossing eveneens gereduceerd; na eenigen tijd kristalliseert succinphenylamide uit, terwijl gebroomde derivaten van het phenol in oplossing blijven.

Er is reeds met een enkel woord op gewezen, dat wij geene vloeistof konden vinden, in welke het succinphenylbroomamide onveranderd oplost; steeds vindt daarbij omzetting plaats in succinparabroomphenylamide. Deze reactie bestaat in eene atoomverschuiving, waarbij een broom- en een waterstofatoom van plaats verwisselen.

Daar kokend water slechts geringe hoeveelheden broom-

---

*) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas.* VI, p. 374.

†) l. c. VI, p. 378.

amide opneemt, doet men beter de omzetting door verwarming met alcohol (men kan ook aceton aanwenden) te doen plaats hebben. Men bevrijdt het uit 30 gr. succinphenylamide bereide broomamide met behulp der waterluchtpomp zooveel mogelijk van water en lost het daarna op in 300 gr. kokenden spiritus; uit de vloeistof kristalliseeren dan bij bekoeling ongeveer 30 gr. succinparabroomphenylamide.

Ook door verhitting wordt het luchtdrooge phenylbroomamide omgezet in parabroomphenylamide. Deze reactie vindt bij ongeveer 200° onder smelting plaats; het product is echter niet zoo zuiver als dat, hetwelk met behulp van alcohol bereid is.

Het succinparabroomphenylamide lost in aether, benzol en koud water zeer weinig op; iets meer in kokend water. Bij verwarming met aceton of alcohol is het gemakkelijker oplosbaar; bij bekoeling valt het in blaadjes of naalden uit, die bij 213°—215° onder ontleding smelten. Voor de analyse werd het uit alcohol gekristalliseerd en bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,3332 gr. gaven 0,5389 gr. CO_2 en 0,1234 gr. H_2O
II. 0,2600 » » 0,4254 » » » 0,0961 » »
III. 0,3453 » » 31½ c.c. stikstof bij 18° en een barometerstand van 752 m.m.
IV. 0,3209 gr. gaven 0,1941 gr. Ag Br en 0,0153 gr. Ag *)
V. 0,3226 » » 0,2136 » » » 0,0059 » » .

Berekend voor $C_{10}H_{11}BrN_2O_2$:		Gevonden:			
	I.	II.	III.	IV.	V.
C 44,3	44,1	44,6	—	—	—
H 4,1	4,1	4,1	—	—	—
N 10,3	—	—	10,4	—	—
Br 29,5	—	—	—	29,3	29,5.

Voor de analyses I, III en IV werd een amide gebezigd, dat door koking van het broomamide met alcohol bereid

*) De broombepalingen, die in deze verhandeling worden medegedeeld, zijn volgens de methode van CARIUS gemaakt.

was, terwijl voor de analyses II en V de stof door verhitting was verkregen.

Het succinparabroomphenylamide lost, gelijk het succinphenylamide, in eene alkalische oplossing van onderbromigzuur kalium op; door zuren wordt ook in dit geval een broomamide nedergeslagen. De verandering, welke dit in alkalische oplossing ondergaat, worden in hoofdstuk III beschreven.

Dat het onder den naam van succinparabroomphenylamide beschreven lichaam werkelijk deze samenstelling heeft, volgt uit de ontledingsproducten, welke bij verwarming met kali ontstaan. Bij koking met verdunde kaliloog lost het broomphenylamide op; terwijl ammoniak ontwijkt, wordt in de eerste plaats succinparabroomphenylamidozuur kalium gevormd volgens de vergelijking

$$\begin{array}{l} CH_2\text{—}C\begin{array}{l}\diagup NH.C_6H_4Br \\ \diagdown NH_2\end{array} \\ |\qquad\quad > O \\ CH_2\text{—}C = O \end{array} + KHO = \begin{array}{l} CH_2\text{—}CO\text{—}NH.C_6H_4Br \\ | \\ CH_2\text{—}COOK \end{array} + NH_3.$$

Bij voortgezet koken der vloeistof, die eene overmaat van alkali moet bevatten, wordt het distillaat troebel; de olie, die overgaat en weldra vast wordt, is parabroomaniline, terwijl de terugblijvende alkalische loog barnsteenzuur bevat. Het succinparabroomphenylaminzure kalium ontleedt zich volgens de vergelijking

$$\begin{array}{l} CH_2\text{—}CO\text{—}NH.C_6H_4Br \\ | \\ CH_2\text{—}COOK \end{array} + KHO = \begin{array}{l} CH_2\text{—}COOK \\ | \\ CH_2\text{—}COOK \end{array} + C_6H_4Br\ NH_2.$$

Wij hebben de genoemde ontledingsproducten nader onderzocht en laten de resultaten van dat onderzoek nu volgen.

Het barnsteenzuur werd op die wijze geïsoleerd, dat bij de alkalische loog, welke na distillatie van het ammoniak en het broomaniline terugblijft, zoutzuur in groote overmaat werd gevoegd en de vloeistof daarna herhaaldelijk met veel aether werd uitgeschud. De vaste stof, die na verjaging van den aether achterbleef, werd met aether gewasschen en in weinig alcohol opgelost; met aether werd daarop een zuur

geprecipiteerd, dat bij 182°—184° smolt en de reacties gaf, welke voor het barnsteenzuur kenmerkend zijn. Bij de analyse werden de volgende resultaten verkregen.

0,3260 gr. gaven 0,4817 gr. CO_2 *).

Berekend voor $C_4H_6O_4$	Gevonden:
C = 40,7	40,3
H = 5,1	—

Ten einde het optreden van ammoniak buiten twijfel te stellen, werd het dubbelzout van salmiak en platinachloride bereid, dat in de karakteristieke kristallen zich afscheidde en bij de analyse 43,6 pCt. platina gaf, in plaats van 43,8 pCt., gelijk de theorie verlangt.

Het parabroomaniline kristalliseerde uit de warme, waterige oplossing in kleine octaëders, die bij 58°—60° smolten. Wij hebben uit de base het sulfaat bereid, dat uit water zich in blaadjes afscheidde, die bij 230°—235° onder blauwkleuring en gasontwikkeling smolten. De analyse toonde, dat het zout zuiver was.

I. 0,3128 gr. bij 90°—100° gedroogd gaven 0,1632 gr. $BaSO_4$.
II. 0,2987 » » » » » » 0,2465 » AgBr en 0,0052 gr. Ag.

Berekend voor $(C_6H_4Br.NH_2)_2H_2SO_4$	Gevonden: I.	II.
H_2SO_4 22,2	21,9	—
Br 36,1	—	36,4.

Het parabroomanilinesulfaat is reeds door HUEBNER †) beschreven. Daar volgens zijn beweren het zout in koud water gemakkelijker oplosbaar is dan in warm, terwijl bij ons praeparaat het omgekeerde het geval was, hebben wij uit acetanilide naar zijn voorschrift parabroomaniline, dat bij 58°—61° smolt en vervolgens het sulfaat bereid. Dit laatste

*) De waterbepaling ging verloren.

†) *Annalen der Chemie* 209, p. 355.

smolt bij 226°—228°, waarbij het gelijk het zoo even beschreven zout onder blauwkleuring en gasontwikkeling zich ontleedde. Het was in warm water gemakkelijker oplosbaar dan in koud, zoodat HUEBNER's tegenovergestelde mededeeling op eene vergissing berust.

Bij de ontleding van succinparabroomphenylamide door kali ontstaat, gelijk wij straks zeiden, als tusschenproduct succinparabroomphenylamidozuur

$$\begin{array}{l} CH_2—CO—NH.C_6H_4Br \\ | \\ CH_2—COOH \end{array},$$

dat door eene overmaat van zoutzuur uit de alkalische vloeistof werd geprecipiteerd. Wij kristalliseerden het eenige malen uit veel water om; in zuiveren toestand zette het zich in den vorm van naalden af, die bij 186°—187° smolten, terwijl het onzuivere zuur uit naalden en plaatjes bestond. De resultaten der analyses van de bij 90°—100° gedroogde verbinding zijn in overeenstemming met de theorie.

I. 0,3102 gr. gaven 0,5017 gr. CO_2 en 0,1137 gr. H_2O.
II. 0,5584 » » 24½ c.c. N bij 15° en een barometerstand van 766 m.m.
III. 0,3000 gr. gaven 0,2037 gr. Ag Br en 0,0032 gr. Ag.
IV. 0,3144 » » 0,5093 gr. CO_2 en 0,1063 gr. H_2O.
V. 0,3450 » » 0,2281 gr. Ag Br en 0,0061 gr. Ag.

Berekend voor $C_{10}H_{10}NBrO_3$		Gevonden:			
	I.	II.	III.	IV.	V.
C 44,2	44,1	—	—	44,2	—
H 3,7	4,1	—	—	3,8	—
N 5,2	—	5,2	—	—	—
Br 29,4	—	—	29,7	—	29,4.

Het succinparabroomphenylamidozuur is moeilijk in benzol, aether en koud water, iets meer in warm water oplosbaar. In aceton lost het gemakkelijk op, ook in warmen alcohol.

Uit eene neutraal reageerende oplossing van het zuur in verdund ammoniak valt bij toevoeging van salpeterzuur

zilver een zout neder, dat na drooging bij 90°—100° geanalyseerd werd.

0,3479 gr. gaven 0,1607 gr. AgBr en 0,0056 gr, Ag, nadat het zout gedurende 3 uren met rookend salpeterzuur in eene toegesmolten glazen buis bij 275° verhit was.

Berekend voor $C_{10}H_8NBrO_3Ag$.	Gevonden:
Ag Br = 49,5	49,—.

Uit de verdunde oplossing van het succinparabroomphenylamidozure ammonium worden door chloorbaryum plaatjes en naalden, door chloorcalcium plaatjes geprecipiteerd. Azijnzuur koper geeft een lichtblauw, sublimaat een wit, onduidelijk gekristalliseerd neerslag.

Men kan het gebroomde succinphenylamidozuur ook nog op andere wijze bereiden. Lost men succinphenylamidozuur *) op in eene alkalische oplossing van kaliumhypobromiet, dan heeft eene reactie plaats, welke door de volgende vergelijking wordt weder gegeven:

$$\begin{matrix} CH_2—CO—NH.C_6H_5 \\ | \\ CH_2—COOH \end{matrix} + KOBr = H_2O + \begin{matrix} CH_2—CO—NH.C_6H_4Br \\ | \\ CH_2—COOK \end{matrix}.$$

Uit de oplossing van het kaliumzout kan het zuur gemakkelijk afgescheiden worden. Voor de analyse IV op p. 206 is een zuur gebezigd, dat op deze wijze verkregen was.

Succinphenylamidozuur wordt volgens het voorschrift van MENSCHUTKIN †) bereid door koken van succinphenylimide met kaliloog. De bereiding van het gebroomde succinphenylamidozuur kan nog vereenvoudigd worden door het

*) MENSCHUTKIN zegt (*Annalen der Chemie* 162 p. 179), dat het zuivere succinphenylaminzuur zich in den vorm van naalden afzet. Wij hebben slechts plaatjes waargenomen; herhaald omkristalliseeren veranderde hieraan niets. Ook toen, gelijk zulks MENSCHUTKIN deed, het calciumzout bereid en hieruit het zuur weder afgescheiden werd, vielen slechts plaatjes uit. Wij hebben ons door de analyse overtuigd, dat wij zuiver zuur in handen hadden.

†) l. c.

succinphenylimide te brengen in de oplossing van het onderbromigzure zout, waaraan eene voldoende hoeveelheid vrij alkali is toegevoegd; hierbij wordt het imide omgezet in succinparabroomphenylaminzuur kalium. Het zuur, dat voor analyse V diende, is op deze wijze bereid.

II. *a. b.* PHENYL-β-UREÏDOPROPIONZUUR EN ZIJNE DERIVATEN.

In het vorige hoofdstuk hebben wij de omzetting van succinphenylbroomamide in succinparabroomphenylamide beschreven. Eene reactie van geheel anderen aard heeft plaats, wanneer men de oplossing van het broomamide in kaliloog eenigen tijd zacht verwarmt. Het broomatoom wordt dan door de hydroxylgroep gesubstitueerd, terwijl gelijktijdig eene merkwaardige atoomverschuiving plaats vindt en een zuur zich vormt, hetwelk de formule $C_{10}H_{12}N_2O_3$ bezit; men kan het uit de alkalische vloeistof door middel van zoutzuur afscheiden.

Eene reeks van proeven heeft ons getoond, dat de beste uitkomsten worden verkregen, wanneer men op de volgende wijze te werk gaat. Het uit 10 gr. succinphenylamide bereide broomamide wordt in een mengsel van 34 c.c. water en 6 gr. kalihydraat opgelost *). Vervolgens verwarmt men de vloeistof na toevoeging van 50 c.c. kaliloog (1 : 1) gedurende 2½ uur op 55°—60° en precipiteert dan door middel van eene overmaat van zoutzuur het gevormde organische zuur. Dit is nog vrij donker van kleur; het wordt weder in kaliloog opgelost en door zoutzuur in veel zuiverder toestand afgescheiden. 10 gr. amide leverden op deze wijze verwerkt gemiddeld 8 gr. van dit zuur op, of 74 pCt. van de hoeveelheid, welke volgens de vergelijkingen

---

*) Het verdient aanbeveling de kaliloog langzaam en onder voortdurend omroeren in aanraking te brengen met het broomamide. Ook de toevoeging van het geconcentreerde kali moet zeer voorzichtig geschieden.

$C_{10}H_{12}N_2O_2 + KOBr = C_{10}H_{11}BrN_2O_2 + KHO$
succinphenylamide — succinphenylbroomamide
$C_{10}H_{11}BrN_2O_2 + KHO = C_{10}H_{12}N_2O_3 + KBr$

kan ontstaan.

Dit zuur is nog broomhoudend. Ter verdere zuivering reduceert men het in alkalische oplossing met natriumamalgama. Ook is het ons somwijlen gelukt het in dier voege te reinigen, dat wij het calcium- of zilverzout bereidden en dit weder ontleedden.

Voor de analyses werd het zuur herhaaldelijk uit water gekristalliseerd en vervolgens bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,3059 gr. gaven 0,6485 gr. CO_2 en 0,1601 gr. H_2O.
II. 0,1848 » werden volgens de methode KJELDAHL-WILFARTH ontleed. Ter neutralisatie van het distillaat werden verbruikt 17½ c.c. $^1/_{10}$ norm. zwavelzuur.
III. 0,2537 gr. gaven 28½ c.c. N bij 5° en een barometerstand van 746 m.m.

Berekend voor $C_{10}H_{12}N_2O_3$.		Gevonden:	
	I.	II	III.
C 57,7	57,8	—	—
H 5,8	5,8	—	—
N 13,5	—	13,3	13,5.

Uit proeven, welke aan het einde van dit hoofdstuk worden medegedeeld, blijkt, dat het zuur langs synthetischen weg kan bereid worden en dat het als *a. b.* phenyl-*β*-ureïdopropionzuur *) $CO<^{NH.C_6H_5}_{NH-CH_2-CH_2-COOH}$ moet opgevat worden; onze verdere resultaten zijn geheel in overeenstemming met deze opvatting. Onze verklaring van het verloop der reactie, door welke uit het succinphenylbroomamide dit zuur ontstaat, hebben wij reeds in de inleiding medegedeeld, zoodat wij hier er mede kunnen volstaan naar dat gedeelte onzer verhandeling te verwijzen.

Het phenylureïdopropionzuur is gemakkelijk in warmen,

*) Zie de noot op p. 197.

vrij gemakkelijk in kouden alcohol oplosbaar; het lost gemakkelijk op in aceton, warm water en warmen ijsazijn, moeilijk daarentegen in kouden ijsazijn, koud water en aether, zeer moeilijk in chloroform, benzol en petroleumaether. Het zuur wordt door bijtende en door koolzure alkaliën opgelost; wanneer van deze geene groote overmaat is genomen, wordt het door eene voldoende hoeveelheid azijnzuur weder geprecipiteerd; in het tegenovergestelde geval moet een sterker zuur gebruikt worden.

Het phenylureïdopropionzuur smelt in volkomen zuiveren toestand bij 171°—172° onder gasontwikkeling (zie blz. 212); gewoonlijk wordt het smeltpunt een paar graden lager gevonden. Het kristalliseert in plaatjes en naalden. Door kaliumhypobromiet wordt het in broomhoudende zuren omgezet (zie hoofdstuk III).

Wij hebben van het phenylureïdopropionzuur het calcium- en zilverzout benevens den aethylester onderzocht.

Het calciumzout werd bereid door chloorcalcium te voegen bij de waterige oplossing van het zuur, die met ammoniak geneutraliseerd was. Het zout zet zich in naalden af, die meestal concentrisch gegroepeerd zijn en ongeveer gelijke oplosbaarheid in koud en in warm water bezitten. Voor de analyse werd het bij 90°—100° gedroogd; het is dan watervrij.

I. 0,3081 gr. gaven 31½ c.c. N bij 7° en een barometerstand van 750 m.m.
II. 0,3791 » » 0,0474 gr. CaO.

Berekend voor $(C_{10}H_{11}N_2O_3)_2Ca$.	Gevonden: I.	II.
N = 12,3	12,2	—
Ca = 8,8	—	8,9.

Het zilverzout is wit, tamelijk lichtbestendig en naar het schijnt amorph; het wordt door salpeterzuur zilver uit de oplossing van het ammoniumzout in water geprecipiteerd. Het werd voor de analyse bij 90°—100° gedroogd, waarbij het zich op sommige plaatsen begon te kleuren.

I. 0,3368 gr. gaven 0,4632 gr. CO_2 en 0,1102 gr. H_2O
II. 0,3945 » » 0,1351 gr. Ag.

Berekend voor $C_{10}H_{11}N_2O_3Ag$.	Gevonden. I.	II.
C 38,1	37,5	—
H 3,5	3,6	—
Ag 34,2	—	34,2.

Door inleiden van zoutzuurgas in de oplossing van het zuur in absoluten aethylalcohol ontstond een ester, die moeilijk van geringe hoeveelheden chloor kon bevrijd worden. Wij hebben dezen daarom op andere wijze bereid en wel door toevoeging van zwavelzuur bij de oplossing van het zuur in watervrijen alcohol. Wij losten 4 gr. phenylureïdopropionzuur op in 20 gr. alcohol en voegden bij de op het waterbad verwarmde vloeistof 20 gr. geconcentreerd zwavelzuur. Na eenig staan werd met soda geneutraliseerd en het neerslag uit water gekristalliseerd onder toevoeging van eenige druppels sodaoplossing. De ester zette zich in den vorm van naalden af, die ter analyse in het luchtledige boven zwavelzuur gedroogd werden.

I. 0,2571 gr. gaven 0,5724 gr. CO_2 en 0,1597 gr. H_2O.
II. 0,2902 » » 29½ c.c. N bij 16° en een barometerstand van 764 m.m.

Berekend voor $C_{10}H_{11}N_2O_3.C_2H_5$	Gevonden. I.	II.
C 61,—	60,7	—
H 6,8	6,9	—
N 11,9	—	11,9.

De ester smelt bij 84°—85°. Hij lost bij gewone temperatuur gemakkelijk op in alcohol, aceton, aether en benzol, moeilijk in petroleumaether. Ook in water is hij bij verwarming gemakkelijk oplosbaar. Na koking der alcoholische oplossing met kaliloog wordt door toevoeging van zoutzuur phenylureïdopropionzuur geprecipiteerd.

Wanneer men het phenylureïdopropionzuur met water in toegesmolten glazen buizen eenige uren op 140° verhit,

heeft eene oogenschijnlijk tamelijk ingewikkelde reactie plaats. Bij opening der buizen ontwijkt koolzuur, terwijl zich in vrij aanzienlijke hoeveelheid kristallen in de vloeistof bevinden. In de laatste konden wij aniline aantoonen; het vaste lichaam was carbanilide, dat uit verdunden alcohol omgekristalliseerd werd en bij 231°—234° smolt. Door de analyse werd aangetoond, dat wij werkelijk deze stof in handen hadden. Ook bij smelting van het phenylureïdopropionzuur ontwijkt koolzuur; uit hetgeen terugblijft kan eveneens carbanilide door kristallisatie uit verdunden alcohol geïsoleerd worden. Wij hebben de wijze, waarop in deze beide reacties het diphenylureum ontstaat, niet nader onderzocht.

Bij verhitting van phenylureïdopropionzuur met ongeveer de dubbele hoeveelheid kali en even zooveel water distilleert aniline. Dit is vrij van ammoniak, wanneer men door herhaald toevoegen van geringe hoeveelheden water er zorg voor draagt, dat de concentratie van het alkali niet te groot wordt. Het kookte bij 180°—185° *), gaf de reacties, welke het aniline kenmerken, terwijl bij de analyse van het platinadubbelzout het door de formule

$$\{C_6 H_5 . N H_2 . H Cl\}_2 Pt Cl_4$$

gevorderde platinagehalte gevonden werd. Zet men de verhitting voort, nadat de zoo even genoemde base is gedistilleerd, dan ontwijkt ammoniak; uit hetgeen daarna terug blijft kan een vluchtig zuur geïsoleerd worden, welks zilverzout een metaalgehalte bezat, dat ongeveer met dat van azijnzuur zilver overeenstemde (berekend 64,6 pCt. gevonden 63,4 pCt). Wij hebben dit zuur niet verder onderzocht; daarentegen hebben wij uit de alkalische massa, welke terugblijft, nadat het aniline is vervluchtigd en eer het ammoniak zich begint te ontwikkelen, na toevoeging van eene overmaat van zoutzuur een zuur afgescheiden, dat bij

*) Een zeer klein gedeelte had een hooger kookpunt. Waarschijnlijk bestond dit uit broomaniline, daar voor deze proeven ruw, broomhoudend phenylureïdopropionzuur gebezigd werd.

de verdere onderzoeking β-amidopropionzuur bleek te zijn. De vorming van dit zuur en van het aniline kan door de volgende vergelijkingen worden weêrgegeven:

$$CO\langle^{NH.C_6H_5}_{NH-CH_2-CH_2-COOK} + KHO = C_6H_5.NH_2 + CO\langle^{OK}_{NH-CH_2-CH_2-COOK}$$

$$CO\langle^{OK}_{NH-CH_2-CH_2-COOK} + 2HCl = 2KCl + CO_2 + NH_2.CH_2.CH_2.COOH.$$

Het zal wel niet bevreemden, dat uit het zout

$$CO\langle^{OK}_{NH-CH_2-CH_2COOK}$$

het vrije zuur niet kan geïsoleerd worden, maar dat dit laatste oogenblikkelijk zich ontleedt in koolzuur en β-amidopropionzuur. Het was gemakkelijk aan te toonen, dat werkelijk koolzuur ontwijkt zoodra de vloeistof zure reactie aanneemt.

Uit het β-amidopropionzuur hebben wij op de door CURTIUS *) aangegeven wijze den zoutzuren aethylester en van dezen het platinadubbelzout bereid. Tot dat doeleinde werd eene overmaat van zoutzuur bij de massa gevoegd, die na smelting van het phenylureïdopropionzuur met kali terugblijft, en nadat alles was opgelost, de vloeistof verdampt. Het terugblijvende mengsel van chloorkalium en β-amidopropionzuur werd met watervrijen alkohol overgoten en daarin zoutzuurgas geleid; het amidozuur wordt zoodoende in het chloorhydraat van den ester omgezet en opgelost. De vloeistof werd na eenige rust van het chloorkalium afgegoten en daarop door verwarming de alkohol en het zoutzuur verjaagd; het stroopachtige, nog onzuivere en hygroscopische chloorhydraat van den β-amidopropionzuren aethylester werd vervolgens boven zwavelzuur geplaatst, waarop het spoedig vast werd. Het vormt een zeer karakteristiek platinadubbelzout, dat in alkohol moeilijk oplosbaar is, gemakkelijk in zuiveren toestand kan bereid worden en waaruit

*) *Journ. für prakt. Chemie N. F.* 37, p. 159.

het zuivere chloorhydraat van den aethylester kan worden afgescheiden.

De verbinding van het chloorhydraat van den β-amidopropionzuren aethylester met platinachloride zet zich af, wanneer men bij eene oplossing van het esterchloorhydraat in spiritus alcoholisch platinachloride (1 : 1) voegt. Wij hebben het zout uit een warm mengsel van 100 gr. spiritus en 6 gr. eener oplossing van platinachloride in water (1 : 10) laten kristalliseeren. Deze bewerking werd herhaald, ten einde eene geringe hoeveelheid eener vaste stof af te scheiden, welke bij het filtreeren der oplossing aanvankelijk niet werd teruggehouden. Op deze wijze bereid vormt het platinadubbelzout gele naalden, die kristalwater bevatten. Uit absoluten alkohol zet het zout zich geheel of gedeeltelijk in den vorm van gele plaatjes af, welke waarschijnlijk het watervrije zout zijn.

De aan de lucht gedroogde naalden verliezen hun kristalwater, bij gewone temperatuur, boven zwavelzuur grootendeels; het bij 90°—100° gedroogde zout is watervrij. Bij verschillende bereidingen werd een verschillend gehalte aan kristalwater gevonden; waarschijnlijk wordt dit onder gunstige omstandigheden bij droging aan de lucht reeds gedeeltelijk afgegeven.

Bij de analyse van het watervrije zout vonden wij het volgende.

I. 0,5965 gr. gaven 0,4014 gr. CO_2 en 0,1956 gr. H_2O
II. 0,6291 » » 23 c.c. N bij 10° en een barometerstand van 753 m.m.
III. 0,3456 gr. gaven 0,1048 gr. Pt.
IV. 0,2995 » » 0,3956 gr. AgCl en 0,0031 gr. Ag *).
V. 0,2549 » » 0,0770 gr. Pt.
VI. 0,3613 » » 0,4725 gr. AgCl en 0,0072 gr. Ag.

---

*) Het chloorgehalte in het platinadubbelzout werd op de volgende wijze gevonden. Bij de oplossing dezer verbinding in water werd chloorvrij natriumamalgama gevoegd; nadat het platina was geprecipiteerd, werd gefiltreerd en in het filtraat op de gewone wijze het chloor bepaald.

Berekend voor $\{CH_2.NH_2.HCl\}_2 + PtCl_4$		Gevonden.					
$CH_2.COOC_2H_5$		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
C	18,7	18,4	—	—	—	—	—
H	3,7	3,6	—	—	—	—	—
N	4,4	—	4,3	—	—	—	—
Pt	30,2	—	—	30,3	—	30,2	—
Cl	33,—	—	—	—	33,—	—	33,—.

De verbinding van het chloorhydraat van den β-amidopropionzuren aethylester met platinachloride is gemakkelijk oplosbaar in water, moeilijker in alcohol. Deze oplossingen ontleden zich vrij gemakkelijk, zoodat men het moet vermijden deze langer dan noodig te laten staan; ook verwarming is nadeelig. Wanneer men het dubbelzout in een capillair buisje verhit, smelt het bij 193° onder gasontwikkeling, nadat het reeds bij lagere temperatuur begonnen is zich te kleuren.

Het chloorhydraat van den amidopropionzuren aethylester werd uit bovengenoemde verbinding op volgende wijze afgescheiden. Uit de oplossing dezer laatste in water werd het platina met zwavelwaterstof geprecipiteerd; de vloeistof werd vervolgens na filtratie verdampt. De zoutzure ester werd daarop ter zuivering in aceton opgelost; bij toevoeging van alcohol- en watervrijen aether zet hij zich in den vorm van hygroscopische, kleine kristallen af. Eene herhaling dezer bewerking bleek meestal noodzakelijk, ter verwijdering van anorganische bijmengingen. Voor de analyse werd het lichaam boven zwavelzuur gedroogd.

I. 0,3462 gr. gaven 0,4938 gr. CO_2 en 0,2579 gr. H_2O
II. 0,3103 » » 0,2872 gr. AgCl en 0,0037 gr. Ag.

Berekend voor $CH_2.NH_2.HCl$		Gevonden.	
$CH_2.COOC_2H_5$		I.	II.
C	39,1	38,9	—
H	7,8	8,3	—
Cl	23,1	—	23,3.

Ter vergelijking hebben wij ook uit β-amidopropionzuur, dat volgens de methode van den Heer E. MULDER *) uit β-joodpropionzuur verkregen was, den zoutzuren aethylester en de verbinding van dezen met platinachloride bereid. Door de analyse (voor n⁰. V en VI op blz. 215 werd dit zout gebezigd, nadat het bij 90⁰—100⁰ gedroogd was) werd aangetoond, dat het dubbelzout zuiver was. Het kristalliseerde, gelijk dat, hetwelk straks beschreven werd, uit verdunden spiritus in gele naalden, die kristalwater bevatten, terwijl het zich uit absoluten alcohol in den vorm van plaatjes afzette. Het smolt onder gasontwikkeling, nadat het reeds bij lagere temperatuur begonnen was zich te kleuren, bij 195⁰—196⁰, dus 2⁰ hooger dan het andere zout. Aan dit geringe verschil is echter geen gewicht te hechten, daar de verbinding, eer zij smelt, reeds ten deele ontleed en de mate van ontleding van verschillende omstandigheden afhankelijk is †).

---

*) *Ber. d. Deutschen Chem. Ges.* 9, p. 1903.

†) Men kan het β-amidopropionzuur ook nog op andere wijze bereiden. Bij vermenging der oplossingen van een succinaminzuur zout — wij namen de calciumverbinding — en van onderbromigzuur kalium in verhouding hunner moleculairgewichten onder toevoeging van zooveel kali, dat de vloeistof steeds alkalische reactie behoudt, wordt -amidopropionzuur gevormd volgens de vergelijking

$$\left(\begin{array}{l} CH_2-CO.NH_2 \\ | \\ CH_2-COO \end{array}\right)_2 Ca + 2KOBr + 4KHO = 2\left(\begin{array}{l} CH_2-NH_2 \\ | \\ CH_2-COOK \end{array}\right) + CaCO_3 + 2KBr + K_2CO_3 + 2H_2O.$$

Deze reactie is volkomen analoog aan die, welke bij de vorming van aminen uit de amiden van eenbasische zuren plaats heeft.

Het is zelfs niet noodig het succinaminzure zout uit het succinimid te bereiden; wordt 1 molecuul van dit laatste overgoten met eene oplossing van 1 molecuul kaliumhypobromiet, welke zooveel kali bevat, dat de reactie der vloeistof voortdurend alkalisch blijft, zoo heeft bij verwarming op 55⁰—60⁰ vorming plaats van β-amidopropionzuur, waarschijnlijk volgens de vergelijkingen

$$\begin{array}{l} CH_2-C\begin{array}{l} /\!\!/NH \\ \quad >O \\ \quad =O \end{array} \\ | \\ CH_2-C \end{array} + KOBr + KHO = \begin{array}{l} CH_2-CO-NKBr \\ | \\ CH_2-COOK \end{array} + H_2O$$

Bij verhitting van phenylureïdopropionzuur met acetylchloride wordt een lichaam gevormd, dat geene zure eigenschappen meer bezit. Zijne formule is $C_{10}H_{10}N_2O_2$; het is uit het zuur door onttrekking van twee atomen waterstof en een atoom zuurstof ontstaan. Het werd op de volgende wijze bereid. Het phenylureïdopropionzuur werd met het tweederde gedeelte van zijn gewicht aan acetylchloride gedurende een uur in eene toegesmolten glazen buis in het waterbad verhit. Daarop werd de inhoud der buis eenigen tijd verwarmd ter verwijdering van een gedeelte van het zoutzuur en na bekoeling met aceton gewasschen. Geheel zuiver wordt het product eerst bij herhaalde kristallisatie uit water; het zet zich dan uit verdunde oplossingen in den vorm van naalden af, terwijl het in minder zuiveren toestand een mengsel van naalden en plaatjes vormt. Voor de analyse werd het lichaam bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,2709 gr. gaven 0,6298 gr. CO_2 en 0,1372 gr. H_2O
II. 0,2252 » » $28^5/_8$ c.c. N bij 14° en een barometerstand van 754 m.m.

Berekend voor $C_{10}H_{10}N_2O_2$	Gevonden. I.	II.
C 63,2	63,4	—
H 5,3	5,6	—
N 14,7	—	14,8.

---

en

$$\begin{array}{l} CH_2—CO—NKBr \\ | \\ CH_2—COOK \end{array} + 2KHO = \begin{array}{l} CH_2—NH_2 \\ | \\ CH_2—COOK \end{array} + K_2CO_3 + KBr.$$

Wij hopen later op deze bereidingswijze van β amidopropionzuur terug te komen en zullen tevens nagaan, op welke wijze het hypobromiet op andere imiden inwerkt. Voor zoo ver ons bekend bevat de chemische literatuur slechts eene waarneming over dit onderwerp. BOEBNSTEIN (*Zeitschrift f. anal. Chemie* 1888, p. 165) heeft Saccharine $C_6H_4<\begin{matrix}CO\\SO_2\end{matrix}>NH$ of $C_6H_4<\begin{matrix}C\\SO_2\end{matrix}>\begin{matrix}NH\\//\\O\end{matrix}$ met eene alkalische oplossing van onderbromigzuur kalium behandeld; eene gele, broom- en kaliumhoudende verbinding scheidde zich af, die bij koking met water broom ontwikkelde. Waarschijnlijk is hier een lichaam $C_6H_4<\begin{matrix}CO—NKBr\\SO_2.OK\end{matrix}$ of $C_6H_4<\begin{matrix}COOK\\SO_2NKBr\end{matrix}$ ontstaan.

In een capillair buisje verhit smelt deze verbinding bij 231°—234°; zij is niet onontleed vluchtig. Zij is oplosbaar in zwavelkoolstof en chloroform, lost daarentegen moeilijk op in alcohol en in benzol, zeer moeilijk in aether en petroleumaether. Bij verwarming wordt zij door aceton en warm water opgelost; bij bekoeling zet zij zich uit deze vloeistoffen weder in kristallen af; de oplossing in water reageert neutraal. Tegenover zwak zure vloeistoffen schijnt het lichaam tamelijk bestendig te zijn; door alkaliën wordt het daarentegen zeer gemakkelijk veranderd. Verdunde kaliloog lost het bij gewone temperatuur op onder vorming van phenylureïdopropionzuur kalium. Wanneer daartoe eene bepaalde hoeveelheid eener oplossing van kaliumhydroxyde van bekende sterkte wordt gebezigd, kan men zich door terugtitreeren van het overtollige alkali overtuigen, dat de hoeveelheid kali verbruikt is, welke door de vergelijking

$$C_{10}H_{10}N_2O_2 + KHO = C_{10}H_{11}N_2O_3K$$

verlangd wordt.

Wij hebben het moleculairgewicht der verbinding volgens de methode van RAOULT bepaald *), waarbij wij ijsazijn als oplossingsmiddel bezigden.

IJsazijn.	Verbinding.	Depressie.	Gevonden molec. gew.	Berekend moloc. gew.
13,1352 gr.	0,3872 gr.	0,58°	198	190
13,4100 »	0,3775 »	0,55°	200	
12,5845 »	0,4157 »	0,61°	211	

De gevonden depressie toont ten duidelijkste, dat de formule van het lichaam werkelijk door $C_{10}H_{10}N_2O_2$ wordt uitgedrukt.

Het product $C_{10}H_{10}N_2O_2$ staat in dezelfde verhouding tot het phenylureïdopropionzuur $C_{10}H_{12}N_2O_3$, als het hydantoïne $CO<\begin{matrix}NH—CO\\ |\\ NH—CH_2\end{matrix}$ tot het hydantoïnzuur $CO<\begin{matrix}NH_2\\ NH—CH_2—COOH\end{matrix}$

*) Hiertoe werd het toestelletje gebruikt, dat door den Heer EIJKMAN beschreven is (*Zeitschr. f. physik. Chemie* II, p. 964).

of als het α-lactylureum $CO<\begin{matrix}NH-CO\\ |\\ NH-CH(CH_3)\end{matrix}$ tot het α-ureïdopropionzuur $CO<\begin{matrix}NH_2\\ NH-CH(CH_3)-COOH\end{matrix}$. Het is het β-lactylphenylureum, dat op de volgende wijze ontstaat:

$$CO<\begin{matrix}NH(C_6H_5)\\ NH-CH_2\end{matrix}\!\!>\!\!\begin{matrix}COOH\\ |\\ CH_2\end{matrix} = H_2O + CO<\begin{matrix}N(C_6H_5)-CO\\ NH\quad\quad -CH_2\end{matrix}\!\!>CH_2.$$

Dit ureïd, waaraan men den meer rationeelen naam van a.phenyl-hydrouracil *), of ook volgens de nomenclatuur van WIDMAN †) dien van a. phenyl-diacidihydromiazine kan geven, heeft zwak basische eigenschappen. Bij verwarming met het dubbele gewicht acetylchloride op 100° gedurende drie uren wordt het langzaam opgelost en zet zich dan om in de acetylverbinding. Men kan deze gemakkelijker op die wijze bereiden, dat men phenylureïdopropionzuur gedurende drie uren op 100° met eene grootere hoeveelheid acetylchloride verhit (1 deel zuur op 3 deelen chloride), dan voor de vorming van het phenylhydrouracil noodzakelijk is, waarbij dit laatste waarschijnlijk als tusschenproduct ontstaat. De inhoud der buis, die gewoonlijk geene vaste stof heeft afgezet, wordt van het zoutzuur en het overtollige acetylchloride door verwarming gedeeltelijk bevrijd; het lichaam, dat terugblijft, wordt in aceton opgelost en met aether geprecipiteerd. Het neerslag moet dan nog ter zuivering eenige malen uit water gekristalliseerd worden, waaruit het zich in naalden afzet. Voor de analyse werden deze bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,2531 gr. gaven 0,5775 gr. CO_2 en 0,1243 gr. H_2O.
II. 0,3668 » » $37^7/_8$ c.c. N bij 15° en een barometerstand van 770 m.m.

---

*) Zie de noot op blz. 197.

†) *Journ. f. prakt. Chemie* N. F. 38, p. 185. Cok hier geldt, wat betreft het gebruik van de letter *a*, hetgeen in de noot op blz. 197 gezegd is.

Berekend voor $C_{12}H_{12}N_2O_3$	Gevonden. I.	II.
C 62,1	62,2	—
H 5,2	5,5	—
N 12,1	—	12,3.

Het *a. b.* phenyl-acetyl-hydrouracil smelt bij 135°—138°. Zijne oplossing in water reageert neutraal; voegt men daaraan kali toe en verwarmt, zoo wordt zij snel ontleed. Daarbij heeft de volgende reactie plaats:

$$C_{10}H_9N_2O_2(C_2H_3O) + 2\,KHO = C_{10}H_{11}N_2O_3K + C_2H_3O_2K.$$

De juistheid dezer vergelijking werd langs maatanalytischen weg aangetoond. Wij hebben ook het azijnzuur, dat gevormd wordt, na toevoeging van overtollig zwavelzuur door distillatie afgezonderd; de hoeveelheid kwam overeen met de theorie.

In de voorgaande bladzijden hebben wij het zuur, dat uit succinphenylbroomamide bereid werd en dat de formule $C_{10}H_{12}N_2O_3$ heeft, als *a. b.* phenyl-β-ureïdopropionzuur opgevat, zonder voor die meening tot dusverre afdoende bewijzen bij te brengen. Wel waren de reacties van het zuur en zijne ontledingsproducten, voor zoover zij onderzocht zijn, met de aangenomen constitutieformule in overeenstemming, bewezen was deze daarmede echter nog niet. Dit bewijs meenen wij gevonden te hebben in de synthetische bereiding van het zuur uit phenylureum en β-amidopropionzuur *), waarbij het volgens de vergelijking

$$CO{<}^{NH\,.\,C_6H_5}_{NH_2} + NH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH =$$
$$= CO{<}^{NH\,.\,C_6H_5}_{NH{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH} + NH_3$$

ontstaat.

*) Grootendeels werd daartoe een zuur gebezigd, dat volgens de methode van den heer MULDER bereid was. Even goed kan daartoe echter ook het mengsel van β-amidopropionzuur, chloor- en broomkalium genomen worden, dat verkregen wordt, wanneer men na toevoeging van eene overmaat van zoutzuur de broomkalium en vrij alkali houdende oplossing van het amidozuur verdampt, welke bij de behandeling van succinimid met het onderbromigzure zout ontstaat (zie de noot op p. 216).

Wij zijn daartoe op de volgende wijze te werk gegaan. Een mengsel der beide stoffen in verhouding hunner moleculairgewichten werd in eene reageerbuis in een bad van zwavelzuur op 135°—140° verwarmd. Eerst smolt het mengsel; nadat het weder vast was geworden, werd het nog ongeveer 15 minuten lang verhit. Gedurende de verwarming vond ontwikkeling van een gas plaats, dat ten minste gedeeltelijk uit ammoniak bestond, terwijl oliedruppels (aniline?) aan den wand der buis zichtbaar waren. Na bekoeling werd het product bij gewone temperatuur met verdunde kaliloog gedigereerd; daarop werd gefiltreerd en door toevoeging van zoutzuur bij het filtraat het phenylureïdopropionzuur geprecipiteerd. Voor de analyse werd het eenige malen uit water gekristalliseerd en bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,3060 gr. gaven 0,6482 gr. CO_2 en 0,1678 gr. H_2O.
II. 0,2583 » » 28¾ c.c. N bij $5^1/_2{}^0$ en een barometerstand van 759 m.m.

Berekend voor $C_{10}H_{12}N_2O_3$	Gevonden. I.	II.
C 57,7	57,8	—
H 5,8	6,1	—
N 13,5	—	13,6

Het zuur smolt onder gasontwikkeling bij 167°; het kristalliseerde in naalden. De opbrengst liet veel te wenschen over.

Wij hebben uit dit zuur door verwarming met acetylchloride het phenylhydrouracil (zie p. 216) bereid, dat, nadat het herhaaldelijk uit water was gekristalliseerd, bij 230°—233° smolt. Door de analyse werd aangetoond, dat de verbinding zuiver was.

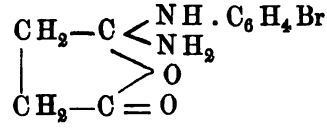
0,1905 gr. bij 90°—100° gedroogd gaven 0,4394 gr. CO_2 en 0,0987 gr. H_2O.

Berekend voor $C_{10}H_{10}N_2O_2$.	Gevonden.
C = 63,2	62.9
H = 5,3	5,8

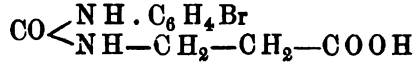
De verbinding was oplosbaar in verdunde kaliloog. Door zoutzuur werd uit de vloeistof een zuur geprecipiteerd, dat hetzelfde smeltpunt als het phenylureïdopropionzuur bezat.

III. *a. b.* MONO-, DI- EN TRIBROOMPHENYL-*β*-UREÏDOPROPIONZUUR.

Op dezelfde wijze als succinphenylamide in *a. b.* phenyl-*β*-ureïdopropionzuur wordt omgezet, kan uit het succinparabroomphenylamide (zie p. 203)



het *a. b.* parabroomphenyl-*β*-ureïdopropionzuur

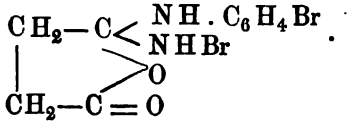


bereid worden.

Wij hebben de beste uitkomsten verkregen, wanneer ter bereiding van het laatstgenoemde zuur op de volgende wijze te werk werd gegaan *). 2,5 gr. succinbroomphenylamide (1 mol.) werd bij gewone temperatuur opgelost in eene vloeistof, welke op 1,5 gr. broom (1 mol.) 2 gr. kalihydraat (4 mol.) en ongeveer 50 gr. water bevatte; daarop werd bij deze eene overmaat van azijnzuur gevoegd, het neerslag afgefiltreerd en met water uitgewasschen. Dit precipitaat is, daar bij toevoeging van joodkalium en dan van zoutzuur bij de alkalische oplossing jood in vrijheid wordt gesteld, een bromamide en wel zonder twijfel succinbroomphenylbroomamide

---

*) Het is zeer wel mogelijk, dat de wijze van bereiding van dit zuur verbeterd kan worden, daar wij de omzetting van het succinbroomphenylbroomamide in alkalische oplossing onderzochten, toen wij nog slechts weinig bekend waren met deze categorie van broomamiden.



Daar dit al even weinig bestendig is als het succinphenylbroomamide, hebben wij het niet in zuiveren toestand afgescheiden. Ter omzetting in broomphenylureïdopropionzuur werd het uit 2,5 gr. succinbroomphenylamide bereide succinbroomphenylbroomamide opgelost in een mengsel van 50 c.c. water en 5 c.c. eener kaliloog van 40 pCt.; bij de vloeistof werden vervolgens gevoegd 60 c.c. eener kalinmhydroxydoplossing van 50 pCt. en deze oplossing werd gedurende $1^1/_2$ uur op 25^0—30^0 verwarmd. Daarop werd door eene overmaat van zoutzuur het broomphenylureïdopropionzuur geprecipiteerd. Gewoonlijk werd aan ruw zuur ongeveer 50 pCt. van de hoeveelheid verkregen, welke volgens de vergelijking

$$C_{10}H_{10}Br_2N_2O_2 + KHO = KBr + C_{10}H_{11}BrN_2O_3,$$

had kunnen ontstaan.

Gewoonlijk bevat het ruwe broomphenylureïdopropionzuur zuren met hooger broomgehalte. Door herhaald kristalliseeren uit verdunden alcohol wordt het van deze bijmengingen bevrijd. Voor de analyse werd de verbinding bij 90^0—100^0 gedroogd.

I. 0,3114 gr. gaven 0,4750 gr. CO_2 en 0,1207 gr. H_2O.
II. 0,3473 » » 0,2197 » AgBr en 0,0052 gr. Ag.
III. 0,3065 » » $24^3/_4$ c.c. N bij 6^0 en een barometerstand van 761 m.m.

Berekend voor $C_{10}H_{11}BrN_2O_2$		Gevonden.	
	I.	II.	III.
C 41,8	41,6	—	—
H 3,8	4,3	—	—
Br 27,8	—	28.—	—
N 9,8	—	—	9,9

Het parabroomphenylureïdopropionzuur lost in warmen alcohol tamelijk gemakkelijk op; het kristalliseert daaruit bij bekoeling in naalden, die veelal afgeplat zijn. Het is

zeer moeilijk oplosbaar in aether en benzol, vrij moeilijk oplosbaar in kokend water, waaruit het zich in plaatjes afzet. In ijsazijn lost het bij verwarming tamelijk gemakkelijk op. Wanneer men het zuur in een capillair buisje verhit, begint het bij 229° zich onder gasontwikkeling te ontleden, nadat het reeds bij lagere temperatuur week is geworden. Bij verhitting van het zuur met zeer geconcentreerde kaliloog distilleert eene olie, die spoedig vast wordt; nadat deze verbinding in zoutzuur opgelost en met ammoniak was geprecipiteerd, lag haar smeltpunt bij 59° – 63°; zij is blijkbaar parabroomaniline. Door natriumamalgama wordt het zuur in alkalische oplossing tot phenylureïdopropionzuur gereduceerd. Deze reacties en de wijze van bereiding stellen de structuurformule $CO<\begin{matrix}NH.C_6H_4Br\\NH—CH_2—CH_2—COOH\end{matrix}$ voor het zuur, waarvan thans sprake is, buiten twijfel.

Van de zouten van het parabroomphenylureïdopropionzuur werden het calcium- en het zilverzout onderzocht.

Het zeer volumineuze calciumzout wordt door chloorcalcium uit de met ammoniak geneutraliseerde oplossing van het zuur geprecipiteerd. Bij 100° is het watervrij.

I. 0,2720 gr. gaven 0,1586 gr. AgBr en 0,0054 gr. Ag
II. 0,4278 » » 0,0941 gr. $CaSO_4$.

Berekend voor $(C_{10}H_{10}BrN_2O_3)_2Ca$	Gevonden. I.	II.
Br 26,1	26,3	—
Ca 6,5	—	6.5.

Het zilverzout wordt uit de oplossing van het ammoniumzout door zilvernitraat in vlokken afgescheiden. Voor de analyse werd het bij 90°—100° gedroogd; het bevat dan geen kristalwater.

I. 0,4720 gr. gaven 0,5249 gr. CO_2 *) en 0,1152 gr. H_2O.
II. 0,3442 » » 0,1518 gr. AgBr en 0,0055 gr. Ag, nadat het zout gedurende 3 uren met rookend salpeterzuur in eene toegesmolten glazen buis bij 275° verhit was.

*) De stof werd voor de verbranding met kalium bichromaat gemengd.

Berekend voor $C_{10}H_{9}BrN_2O_2Ag$		Gevonden. I.	II.
C	30,5	30,3	—
H	2,5	2,7	—
Br	20,3 } 47,7	—	46,9
Ag	27,4 }		

Wanneer men kaliumhypobromiet en phenylureïdopropionzuur in verhouding hunner moleculairgewichten in alkalische oplossing op elkander laat inwerken, ontstaat een monobroomphenylureïdopropionzuur waarschijnlijk slechts in geringe hoeveelheid; wij hebben het ten minste niet uit het mengsel van zuren, dat gevormd wordt, kunnen afscheiden. Daarentegen konden wij onder die omstandigheden in betrekkelijk kleine hoeveelheid een zuur isoleeren, dat twee atomen broom bevat. Wij zijn daartoe op de volgende wijze te werk gegaan. Na vermenging van het hypobromiet en het phenylureïdopropionzuur kalium werd door eene overmaat van zoutzuur een mengsel van zuren geprecipiteerd, dat eerst eenige malen uit alcohol gekristalliseerd en vervolgens met kleine hoeveelheden water uitgekookt werd; het terugblijvende loste in veel kokend water op en zette zich bij bekoeling in naalden af, die bij 201°—202° onder ontleding smelten. Voor de analyse werden deze bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,4359 gr. gaven 0,5243 gr. CO_2 *).
II. 0,4185 » » 26 c.c. N bij $6^1/_2{}^0$ en een barometerstand van 771 m.m.
III. 0,2301 gr. gaven 0,2238 gr. AgBr en 0,0076 gr. Ag.

Berekend voor $C_{10}H_{10}Br_2N_2O_2$		Gevonden I.	II.	III.
C	32,8	32,8	—	—
H	2,7	—	—	—
Br	43,7	—	—	43,8
N	7,7	—	7,6	—

*) De waterbepaling ging verloren.

Bij verhitting van het bibroomphenylureïdopropionzuur met kalihydraat (1 deel zuur op 2 deelen alkali) distilleert een bibroomaniline. Daar het zuur niet gemakkelijk te bereiden is, werd het voor deze proeven in niet geheel zuiveren toestand gebruikt en moesten wij er op bedacht zijn, dat het bibroomaniline geringe hoeveelheden mono- en tribroomaniline kon bevatten. Het werd hiervan op de volgende wijze bevrijd *). Door oplossen in verwarmd, tamelijk geconcentreerd zoutzuur werd het van het tribroomaniline gescheiden, dat terugblijft. De vloeistof werd vervolgens verdampt en warm water bij het residuum gevoegd. Het bibroomaniline verloor zoodoende zijn zoutzuur en werd onoplosbaar, terwijl het chloorhydraat van het monobroomaniline in oplossing ging. Ten slotte werd het bibroomaniline nog eenige malen uit verdunden alcohol gekristalliseerd; het zette zich uit dat oplossingsmiddel in naalden af, die voor de analyse boven zwavelzuur gedroogd werden.

0,2055 gr. gaven 0,2681 gr. Ag Br en 0,0216 gr. Ag.

Berekend voor $C_6 H_3 Br_2 . NH_2$.	Gevonden.
Br = 63.7	63,3

Het bibroomaniline smolt bij 78°—81°. Uit dit smeltpunt en de eigenschappen der verbinding volgt, dat deze als o.p.bibroomaniline moet opgevat worden en dat dus het straks beschreven zuur het a.b.orthoparabibroomphenyl-β-ureïdopropionzuur is.

Wanneer men 1 molecuul phenylureïdopropionzuur in alkali oplost en 3 moleculen kaliumhypobromiet toevoegt, ontstaat het a.b.sym.tribroomphenyl-β-ureïdopropionzuur, dat door zuren uit de alkalische vloeistof wordt geprecipiteerd. Vermindert men de hoeveelheid van het onderbromigzure zout tot op 2 moleculen, zoo wordt toch hetzelfde zuur gevormd. Dit is daaraan toe te schrijven, dat het hypobromiet des te gemakkelijker op de phenylureïdopropion-

*) Verg. GRIESS, *Ann. der Chemie u. Pharm.* 121, p. 267.

zuren inwerkt, welke reeds beschreven werden, naarmate zij rijker zijn aan broom. Wij hebben gedurende den loop van ons onderzoek dezen regel herhaaldelijk bevestigd gezien. Ook uit het broom en uit het bibroomphenylureïdopropionzuur kan het tribroomzuur door inwerking van het onderbromigzure zout bereid worden; de het allereerst genoemde wijze van bereiding is echter verreweg de verkieselijkste. Wij hebben het tribroomzuur door kristallisatie uit ijsazijn gezuiverd. Voor de analyse werd het bij 90°—100° gedroogd.

I. 0,3941 gr. gaven 0,3926 gr. CO_2 en 0,0774 gr. H_2O.
II. 0,2937 » » 0,3568 » Ag Br en 0,0067 gr. Ag.
III. 0,5163 » » 28 c. c. N bij 12° en een barometerstand van 754 m.m.

Berekend voor $C_{10}H_9Br_3N_2O_3$.		Gevonden.	
	I.	II.	III.
C 27,—	27.2	—	—
H 2,—	2,2	—	—
Br 53,9	—	53,4	—
N 6,3	—	—	6,4.

Bij langzame verhitting in een capillair buisje in een bad van zwavelzuur smelt dit zuur bij 219°—220° onder ontleding; wanneer men sneller verwarmt kan het smeltpunt eenige graden hooger gevonden worden. Het zuur is ook bij verwarming moeilijk oplosbaar in water en in benzol, evenzoo in aether. Alcohol en ijsazijn lossen het bij koking gemakkelijker op; bij bekoeling zet het zich in naaldjes af. Natriumamalgama reduceert het tribroomzuur tot phenylureïdopropionzuur.

Dat werkelijk in het tribroomzuur de drie broomatomen in den phenylkern symmetrisch ten opzichte van elkander geplaatst zijn, hebben wij door het onderzoek van het tribroomaniline trachten aan te toonen, dat bij distillatie van het zuur met het dubbele gewicht kalihydraat ontstaat. De vluchtige vaste stof werd, nadat zij met zoutzuurhoudend water gewasschen was, eenige malen uit verdunden spiritus

gekristalliseerd, waaruit zij zich in naalden afzette. Zij werd na droging bij 90°—100° geanalyseerd.

I. 0,1906 gr. gaven 0,3200 gr. Ag Br en 0,0041 gr. Ag.
II. 0,5348 » » 19 c.c. N bij 10° en een barometerstand van 758 m.m.

Berekend voor $C_6H_2Br_3.NH_2$.		Gevonden I.	II.
Br	72,7	73,—	—
N	4,3	—	4,2.

Het lichaam smelt bij 122°—124°. Dit smeltpunt ligt eenige graden hooger dan dat, hetwelk voor sym. tribroomaniline gevonden is, dat op andere wijze bereid werd *); wij zijn van meening, dat aan dit verschil weinig waarde te hechten is en vatten onze verbinding als sym. tribroomaniline op.

Het experimenteele gedeelte van deze onderzoeking is grootendeels het werk van den Heer M. VAN BREUKELEVEEN. Wij betuigen hem voor zijnen ijver en zijne toewijding onzen welgemeenden dank.

Amsterdam, Januari 1890.

---

*) Volgens FITTIG en BUECHNER (*Ann. der Chem. u. Pharm.* 188 p. 26) smelt het sym. triboomaniline bij 119°—120°.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 22 Februari 1890.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, BEIJERINCK, ZAAIJER, HOFFMANN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, VERLOREN, KAMERLINGH ONNES, BAEHR, HUBRECHT, FORSTER, MICHAËLIS, GUNNING, VAN DER WAALS, VAN DIESEN, SCHOLS, RAUWENHOFF, J. A. C. OUDEMANS, KORTEWEG, PLACE, STOKVIS, BIERENS DE HAAN, SCHOUTE, VAN BEMMELEN, DE VRIES, VAN 'T HOFF, MAC GILLAVRY, BEHRENS, KAPTEYN, PEKELHARING, KOSTER, LORENTZ, VAN DORP, MARTIN, HOOGEWERFF en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Van de Letterkundige Afdeeling de Heeren: BOOT EN BEETS.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam, 15 Februari 1890; 2°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris van de Stads-Bibliotheek te Haarlem, 12 Februari 1890; 3°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van TEIJLER's Stichting te Haarlem, 19 Februari 1890; 4°. J. TIDEMAN, Secretaris van het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 10 Fe-

bruari 1890; 5°. TREUB, Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, 21 December 1889; 6°. den Directeur der Ecole polytechnique te Delft, 30 October 1889; 7°. M. BERTHELOT, Parijs, 1890; 8°. E. BESIER, Vice-President van de Société d'Agriculture, Sciences et Arts te Valenciennes, 31 October 1889; 9°. J. H. GRAF, Bibliothecaris van de Société helvétique des sciences naturelles te Bern, 22 Januari 1890; 10°. den Secretaris van de Accademia delle Scienze fisiche e matematiche te Napels, Februari 1890; 11°. F. MALMBERG, Directeur van het Nautisk-meteorologiska Byran te Stockholm, 24 Januari 1890; 12°. den Directeur van het meteorological Office te Calcutta, 10 Januari 1890; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 28, 30 Januari, 4 Februari 1890; 2°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 8 Februari 1890; 3°. H. LEEMANS, Directeur van de Service de la Statistique générale de Belgique te Brussel, 8 Februari 1890; 4°. den Secretaris van het Institut de France te Parijs, 5 September 1889; 5°. DE MILLOUÉ, Directeur van het Musée Guimet te Parijs, 1889; 6°. RICHARD, Secretaris van S. A. S. le Prince de Monaco te Parijs, 23 Januari 1890; 7°. den Bibliothecaris van de Académie des Sciences et Lettres te Montpellier, 1889; 8°. A. ARRHENIUS, Bibliothecaris van de Societas pro Fauna et Flora fennica te Helsingfors, 4 December 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Brieven van de Heeren MOLL en A. C. OUDEMANS JR., dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen.

2°. Een antwoord van den Hoogleeraar Dr. E. SELENKA te Erlangen, naar aanleiding van zijne benoeming tot correspondeerend lid der Afdeeling (23 Januari 1890). Hij betuigt daarvoor zijne erkentelijkheid.

3°. Het bericht van het overlijden van wijlen het lid der Akademie, den Hoogleeraar Buys Ballot, op 3 Februari 1890. Naar aanleiding hiervan zegt de Voorzitter het volgende.

»Met diepe smart ontvingen wij het bericht van het plotseling afsterven van onzen Buys Ballot, want evenals zoo menige kring, waarin hij arbeidde, verliest ook de Akademie in hem een zijner edelste, een zijner beste leden. Met den Secretaris sprak ik aan de groeve van onzen overleden vriend, namens de Akademie, enkele woorden van hulde en dank, maar ook hier in deze vergaderzaal, waar we hem zoo vele jaren mochten ontmoeten, is het mij eene behoefte hem met een kort woord te gedenken."

»Reeds in zijn studententijd toonde Buys Ballot, welke groote verwachtingen men van hem kon koesteren, en spoedig na zijne promotie in 1844 trachtte dan ook de Regeering hem blijvend voor de wetenschap en voor de Utrechtsche Universiteit te behouden, door hem in 1845 tot lector in de wis- en natuurkunde, in 1847 tot buitengewoon hoogleeraar te benoemen; tien jaren later werd hem het ambt van gewoon hoogleeraar opgedragen. Zeker was in die dagen eene algemeene beoefening der wis- en natuurkundige wetenschappen voor één persoon minder onbereikbaar dan thans, maar als men nagaat wat Buys in de eerste jaren van zijn verblijf aan de Utrechtsche Universiteit in het licht gaf, dan staat men toch verbaasd over zijne ontzaglijke werkkracht en veelzijdigheid, eene veelzijdigheid, die geen spoor van oppervlakkigheid verraadt. Integendeel, zijne geschriften munten uit door oorspronkelijke, vaak geniale, beschouwingen en geven de duidelijkste bewijzen van de heldere inzichten van den jeugdigen geleerde in de behoeften van de verschillende deelen der wetenschap, welke hij beoefende.

In eene zijner eerste verhandelingen geeft hij verslag van zijne bekende proeven over de beweging van de geluidsbron op de toonhoogte en knoopt daaraan eene uitmuntende kritiek van Doppler's theorie vast; ongeveer gelijktijdig verschijnen zijne onderzoekingen over moleculaire krachten, en wel over de afhankelijkheid van de adhaesie van de temperatuur en over het verband tusschen kristalvorm en ato-

mistische samenstelling, terwijl hij kort daarna, in zijne schets van het onbewerktuigde rijk der natuur, een schat van nieuwe denkbeelden nederlegde, die, al vonden vele er van hier en daar bestrijding, toch later bleken grootendeels volkomen juist te zijn en een helder licht verspreidden over verschillende deelen der moleculaire physica.

Maar niet alleen muntte hij uit op dit gebied, waarop hij zich ook later zoo gaarne bewoog, ook op een gansch ander veld trad hij in diezelfde jaren als meester op. Buys Ballot had in zijne dissertatie geschreven: *Mox meteorologia disciplinae nomen jure sibi vindicabit;* en hij zorgde dat die uitspraak waar werd. In 1847 verscheen zijn baanbrekend werk: *Les changements périodiques de température dépendants de la nature du soleil et de la lune*, waarin hij tallooze waarnemingen, gedurende meer dan eene eeuw in Nederland volbracht, bewerkte en er verrassende resultaten uit afleidde, terwijl hij tevens in dit geschrift den weg aanwees, waarlangs zich de wetenschap der meteorologie moest ontwikkelen.

Voor die ontwikkeling was eene der hoofdvoorwaarden, dat ook in ons land regelmatig waarnemingen werden volbracht, en in vereeniging met zijn vriend Krecke stichtte hij in 1848 op eigen kosten een meteorologisch observatorium, dat in 1854 tot het Koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut werd verheven en waaraan de naam van Buys Ballot voor altijd zal verbonden blijven.

Hier vond hij nu het terrein voor zijne hoofdwerkzaamheid, en zoowel in talrijke verhandelingen als in de jaarboeken van het Instituut, legde hij de rijke vruchten zijner waarnemingen en zijner theoretische onderzoekingen neder. In 1857 maakte hij zijne wet bekend, die het verband tusschen luchtdruk en windrichting aangaf en dadelijk maakte hij daarvan door zijne stormvoorspellingen een vruchtbaar gebruik. In het algemeen was het steeds zijn streven om zooveel mogelijk van de uitkomsten der wetenschap ook voor het leven partij te trekken, en zijne onderzoekingen omtrent de windrichtingen en zeestroomingen op den weg naar Indië hebben rijke vruchten voor de praktijk afgeworpen.

Op het programma, waarvan Buys Ballot zich reeds bij den aanvang zijner wetenschappelijke loopbaan de verwezenlijking had voorgesteld, nam eene voorname plaats in, het in het leven roepen van een algemeen plan, volgens hetwelk internationale meteorologische waarnemingen inalle landen op dezelfde wijze zouden worden volbracht, en dus gemakkelijk met elkander konden worden in verband gebracht. Hij ontwikkelde zijne voorstellen in zijne in 1873 uitgegeven »*Suggestions on a uniform system of meteorological observations*", verdedigde het met kracht op eenige achtereenvolgende internationale congressen en genoot het voorrecht dat zijne denkbeelden algemeen werden aangenomen en in alle rijken de waarnemingen volgens zijne inzichten werden ingericht. Grootendeels had hij dit te danken aan zijn helder inzicht in de behoeften der meteorologische wetenschap, maar in niet mindere mate aan zijn edel, beminnelijk karakter, dat hem de hoogachting en eerbied van al zijne ambtgenooten in het buitenland verzekerde.

Niet minder krachtig ijverde Buys Ballot voor de uitzending der meteorologische poolexpeditiën, en in de bange dagen, toen verontrustende berichten nopens de Nederlandsche expeditie uit het Noorden tot ons kwamen, toonde hij, naast zijne liefde voor de wetenschap, zijn edel, hooghartig karakter, door op eigen verantwoordelijkheid een schip uit te zenden, om hulp te verleenen, waar die noodig mocht zijn.

En nu is dat rijke welbesteede leven plotseling afgebroken en is hij van ons weggenomen, dien we nog zoo lange jaren gehoopt hadden aan het hoofd zijner Inrichting te zien arbeiden, dien we nog zoo menigmaal gehoopt hadden hier te ontmoeten; want naast den man der wetenschap achtten en vereerden we den man met het edele eenvoudige karakter, die, vrij van alle eerzucht, alleen wetenschap en waarheid trachtte te bevorderen, daarvoor alles over had, en ook bij het klimmen zijner jaren blaakte van jeugdige geestdrift, waar hij een goed doel kon bevorderen.

Zijn naam zal bij allen, die de wetenschap liefhebben en beoefenen, blijven voortleven als dat van een der baanbrekers op dat gebied, maar bij ons ook als dat van een edel

mensch in den vollen omvang des woords, als dat van een hartelijken vriend.

— De Heer Behrens deelt een aantal nieuwe reacties mede, bestemd voor het gebruik bij kwalitatief chemisch onderzoek onder het mikroskoop. Als reagentiën worden genoemd:

Voor K en Na: bismuthsulfaat.
» Ba, Sr, Ca: stannichloride en zuringzuur.
» Ba, Sr: ammoniumbichromaat.
» Sr, Ca, Mg: kalium-natrium-tartraat.
» Al: ammoniumfluoride en thalliumsulfaat.
» Be: mercurichloride en zuringzuur.
» Ce, La, Di: zuringzuur, ferrocyankalium.
» Zu, Cd: aluminiumacetaat en zuringzuur.
» Zu, Cu, Co: ammonium-mercuri-rhodanide.
» Co, Ni: kaliumnitriet en loodacetaat.
» Pb, Bi, Te: kaliumbichromaat en kaliumhydroxyde.
» Bi, Sb, Su: zuringzuur, rubidiumchloride.
» Sb, Sn, Ti: baryumchloride en zuringzuur.

Nadere opgaven zullen in eene uitvoerige publikatie medegedeeld worden, zoodra de bewerking der in vroegere publikatiën eenigszins verwaarloosde scheidingsmethoden voldoende gevorderd is.

— De Heer Martin spreekt over de geologie der Kei-eilanden en, in verband daarmede, over de australisch-aziatische grenslijn, waarbij een overzicht wordt gegeven van de jongere sedimentaire afzettingen in den Indischen Archipel. Meer in het bijzonder staat spreker stil bij de geologie van Celebes en Timor, van welke eilanden het materiaal voor zijn onderzoek door de Heeren Wichmann en Weber van hunne reizen was meêgebracht. Wat de Kei-eilanden betreft, was het onderzoekingsmateriaal door den Heer Wertheim verzameld.

Op Groot-Kei is niets anders aangetroffen als eene tertiaire formatie, die zich tot meer dan 2000 voet hoogte boven

den zeespiegel verheft. De bovenste lagen dezer formati bestaan uit kalksteenen met kolossale exemplaren van *orbitoides* en behooren tot de mioceene periode; daaronder liggen kalksteenen met vele overblijfselen van *alveolina*, en deze behooren óf ook tot het mioceene gebergte óf (aan de basis) misschien reeds tot het eoceene tijdvak. Klein-Kei bestaat bijna uitsluitend uit quartaire koraalkalken en banken van *globigerina*, terwijl tertiaire gesteenten hier slechts bij uitzondering voor den dag komen. Op Koer is het archaeische gebergte aangetroffen (glimmerschiefer), buitendien andesiet; terwijl ook de tertiaire en quartaire formatie aldaar wederom optreedt.

Het eiland Koer behoort tot het gebergte, hetwelk, uitgaande van Ceram, zich tot Kisser uitstrekt en boogvormig de Banda-zee naar het oosten begrenst. Groot-Kei daarentegen behoort reeds bij het australische vasteland, want zijne geognostische gesteldheid komt overeen met die der kust van Nieuw-Guinea en wijkt geheel en al af van de bodemgesteldheid der eilanden, die spreker het maleische bekken noemt. Groot-Kei is ook veel ouder dan de eilanden van genoemd bekken, hetgeen eerst in posttertiairen tijd zijn hedendaagschen vorm in hoofdzaak heeft aangenomen.

Op Sumatra, Malakka, Banka, Biliton en in Cambodja hebben quartaire sedimenten eene geweldige uitbreiding; niet minder op Java, waar de zee tot aan het begin van den posttertiairen tijd groote gedeelten, ook in het binnenste van het eiland, bedekte. Men heeft onder anderen vele overblijfselen van nog levende soorten van walvisschen in Soerakarta gevonden. Op Borneo strekt zich het quartaire gebergte langs de rivier en tot diep in het binnenland uit, en op Celebes zijn zelfs de meren van Sindenreng en Tempe nog in een nauwelijks verstreken tijd met den oceaan verbonden geweest. WICHMANN heeft van daar hedendaagsche zeeschelpen medegebracht, die gedeeltelijk zelfs hare kleur hebben bewaard. Spreker kon voor het ontstaan van de meren van Celebes ook nog eene collectie en aanteekeningen raadplegen, die C. J. VAN SCHELLE met het oog op het meer van Limbotto had gemaakt. Het meer van Limbotto is, evenals de meren van Sindenreng en Tempe,

nog in een nauwelijks verstreken tijd met den oceaan in onvolledige verbinding geweest, vermoedelijk door een kanaal in quartaire riffen of quartaire banken; daarna werd het eiland door het zich terugtrekken van de zee vergroot, en een riviertje stort zich nu door het oude verbindingskanaal in zee uit. Dit riviertje verklaart ook, waarom later de meren spoedig het zoutgehalte hebben verloren. Tal van meren op Celebes komen in vorm en ligging met de genoemde meren overeen, en het is mogelijk, dat die allen langs denzelfden weg zijn ontstaan, al valt dan de vorming daarvan voor een gedeelte zeker in eene vroegere (tertiaire?) periode. Op Saleijer, Adenara en Solor zijn ook quartaire vormingen bekend geworden.

De eilanden van het maleische bekken zijn dus in posttertiairen tijd aanmerkelijk vergroot geworden. Daartegenover staat echter, dat ook eene afneming van land moet hebben plaats gehad, waarvan de oorzaak in tektonische veranderingen en in de erosie door de zee is te zoeken. Het voorkomen van *Elephas indicus* in quartaire tingronden van Banka en dat van andere fossiele olifanten op Java en Borneo, die met soorten uit de Siwaliks van Britisch-Indië geheel overeenkomen, bewijst den samenhang met het vasteland van Azië gedurende het plioceene en gedeeltelijk nog gedurende het quartaire tijdvak.

Timor is, evenals Groot-Kei, zeer verschillend van de eilanden van het genoemde bekken. De kolenkalk heeft hier een eigenaardig voorkomen; krijtlagen ontbreken, daarentegen is door WICHMANN een kalksteen met *nummulites* en *alveolina* gevonden, die vermoedelijk even oud is als de Khirthargroep in Engelsch-Indië. In overeenstemming met de eilanden van den maleischen boog, heeft echter Timor in het binnenland plioceene en aan de kust quartaire sedimenten. Daarentegen wijkt de richting van Timor, evenals die van Groot-Kei, zeer opmerkelijk af van de richting der eilanden beoosten Java, terwijl de grenslijn der ondiepe zee (de 200 metergrens), die zich tusschen Australie en Nieuw-Guinea uitstrekt, overeenkomt met de strekking van Kei en Timor. Spreker betoogt, naar aanleiding daarvan, dat bedoelde

eilanden als de opgestuwde rand van het australische vasteland te beschouwen zijn; de grenslijn moet geognostisch bewesten Groot-Kei en in het Noordwesten van Timor getrokken worden, al is bedoelde lijn niet zoo scherp aan te toonen als eene politische grenslijn. Eene scherpe scheiding bestaat tusschen Azië en Australië evenmin als tusschen de continentale massa's van Noord- en Zuid-Amerika. In geen geval echter laat de grenslijn van WALLACE zich verdedigen, wanneer men de geologie bij de beoordeeling daarvan te hulp roept.

(Het artikel zal binnen kort meer uitvoerig en in het Duitsch verschijnen in het *Tijdschr. v. h. Kon. Ned. Aardrijkskundig Genootschap* te Amsterdam).

— De Heer BEIJERINCK handelt over lichtvoedsel en plastisch voedsel van lichtbacteriën.

Van de zes tot nu toe bekende soorten van lichtbacteriën, vereischen een viertal, namelijk de de voedingsgelatine niet smeltende *Photobacterium phosphorescens* en *Ph. Pflügeri*, van lichtende visch, en de Oost-zee lichtbacteriën, *Ph. Fischeri* en *Ph. balticum*, behalve *pepton*, nog een tweede koolstofverbinding, zooals *glycerine, glucose* of *asparagine*, voor hare volledige voeding, dat is om te lichten en te groeien. Zij kunnen *Pepton-koolstof bacteriën* genoemd worden.

De gelatine sterk smeltende lichtbacteriën van de West-Indische en de Noordzee, *Ph. indicum* en *Ph. luminosum*, kunnen van *pepton* alleen lichten en groeien. Het zijn dus *Peptonbacteriën*.

Andere bacteriën kunnen hare stikstof nog ontleenen aan amiden: de *Amidbacteriën*, of aan *ammoniak*: de *Ammoniakbacteriën*. Ook schimmels, gistsoorten en sommige protozoën, laten zich in dit stelsel rangschikken.

Photobacterium Pflügeri geeft wellicht met pepton en *glucose*, maar niet met *pepton* en *maltose*, terwijl *Photobacterium phosphorescens* zoowel met *glucose* als met *maltose* en verwante suikers licht ontwikkelt. Mengt men nu in een *Phosphorescens-peptongelatine* stijfsel, en plaatst daarop *ptyaline*, *pancreasdiastase* of *urindiastase* (*nefrozymase*), dan ontstaan lichtvelden.

Plaatst men deze zelfde diastasesoorten op een *Pflügeri-peptonstijfselgelatine*, dan ontstaan echter geen lichtvelden, waardoor bewezen is, dat in dit geval volstrekt geen glucose gevormd wordt, wat in den laatsten tijd juist wel is geloofd.

De lichtontwikkeling gaat steeds gepaard met den overgang van peptonen in georganiseerde, levende stof, onder den invloed van vrije zuurstof.

— De Heer FORSTER herinnert, dat hij reeds in het jaar 1888 zuivere culturen van lichtende bacteriën aan de Afdeeling vertoonde en eenige bijzonderheden uit het leven dier organismen ter sprake bracht. Thans wenscht hij aan die mededeelingen toe te voegen dat lichtende bacteriën, zooals hem door proeven op dieren en menschen gebleken is, geene pathogene eigenschappen hebben: eene uitkomst, in zoo verre van belang, als voedingsmiddelen, aan de zee ontleend, soms met lichtende bacteriën besmet zijn.

— Eene verhandeling van Dr. H. J. HAMBURGER, leeraar aan de Veeartsenijschool te Utrecht, »Over de regeling der bloedbestanddeelen bij kunstmatig hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie", door den Heer PEKELHARING, namens den schrijver, aangeboden voor de werken der Akademie, wordt om advies in handen gesteld van de Heeren ENGELMANN en DE VRIES.

— De Heer BIERENS DE HAAN biedt voor de boekerij der Akademie aan: Nieuw Archief voor Wiskunde, Deel XVII, Stuk 1.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

OVER LICHTVOEDSEL

EN

PLASTISCH VOEDSEL VAN LICHTBACTERIËN *).

DOOR

M. W. BEIJERINCK.

1. Overzicht van de tot nu toe bekende soorten van lichtbacteriën.

Het aantal mij tot nu toe bekend geworden lichtbacteriën bedraagt in het geheel zes. Twee daarvan heb ik onder twee of meer variëteiten leeren kennen. Ik acht het wenschelijk een kort overzicht van de hoofdsoorten te laten voorafgaan, daar voortgezette studiën eenige wijziging hebben gebracht in datgene wat ik reeds vroeger daarover in het licht gaf †).

Allereerst is mij gebleken, dat de gewone, de gelatine niet smeltende lichtbacteriën van lichtende visch tot twee scherp gekarakteriseerde soorten behooren §). De sterkst lichtende van dit tweetal en daardoor tevens de sterkst lichtende van alle tot nu toe bekende lichtmikroben, zal ik met den naam van *Photobacterium Pflügeri* Ludwig bestempelen **). Den tweeden

*) Onderzoek uitgevoerd in het Bacteriologisch Laboratorium der Nederlandsche Gist- en Spiritusfabriek te Delft.

†) *Archives Néerlandaises.* T. 23, p. 401, 1889.

§) De Heer J. B. Tilanus heeft mij medegedeeld, dat hij reeds geruimen tijd geleden tot een overeenkomstig resultaat was gekomen bij zijn onderzoek van de lichtbacteriën in het laboratorium van Prof. Forster te Amsterdam.

**) F. Ludwig, *Micrococcus Pflügeri, Hedwigia,* n°. 3, 1884 en Ueber die spectroscopische Untersuchung photogener Pilze, *Zeitschr. f. Mikroskopie.* Bd. I, p. 190, 1884.

iets zwakker lichtenden vorm wensch ik *Ph. phosphorescens* te blijven noemen.

Ph. Pflügeri heb ik tweemaal van zeevisch geïsoleerd *), *Ph. phosphorescens* daarentegen herhaalde malen, zoodat eerstgenoemde soort veel zeldzamer is dan de tweede.

Laat ik hier nog opmerken, dat deze lichtbacteriën, bij het eerst in cultuur brengen, eenigszins afwijkende eigenschappen bezitten, vergeleken met wat zij later zijn, en, dat vooral *Ph. phosphorescens* aanvankelijk verschillen vertoont in lichtkracht en in meerder of minder vastheid of taaiheid der koloniën en entstrepen: verschillen die bij voortgezette culturen verdwijnen.

Bij het cultiveeren op een gewone peptonhoudende voedingsgelatine, is de gedaante van *Ph. phosphorescens* bij jeugdige culturen, die van meer of minder bolronde of langwerpige leedjes of mikrokokken, welke veelal als tetraden of sarcinegroepjes tegen elkander liggen, maar gemakkelijk losgaan en dan in zeewater eigen beweging vertoonen. Meestal ziet men in elke bacterie één of twee donkerder vlekjes, die wellicht celkernen vertegenwoordigen.

Ph. Pflügeri is onder overeenkomstige omstandigheden meer langgerekt en vertoont minder neiging tot de sarcineachtige rangschikking. Ook in de staafjes dezer soort bemerkt men de eigenaardige kernvlekjes, en bij het mikroskopisch onderzoek in zeewater zijn ook hier zeer talrijke individuen in matig snelle beweging.

De beide genoemde soorten vergisten laevulose en glucose onder afscheiding van gelijke hoeveelheden koolzuur en waterstof. Maar ten opzichte van maltose vertoonen zij een groot verschil. Want terwijl *Ph. phosphorescens* maltose kan vergisten en als lichtvoedsel assimileeren op dezelfde wijze als glucose en laevulose, brengt *Ph. Pflügeri* daarentegen met de maltose volstrekt geen licht voort en geeft daarmede evenmin aanleiding tot gisting.

---

*) Schol en bot op de vischmarkt te Delft gekocht, worden na 2 of 3 dagen in den kelder van het bakteriologisch laboratorium der Gistfabriek bewaard bijna zonder uitzondering in meerder of minder mate lichtend.

Maltose wordt dus door *Ph. phosphorescens* wèl, door *Ph. Pflügeri* niet geassimileerd.

Een ander tweetal bestaat uit de lichtbacteriën van de Oost-zee. Ik ontving beide, gelijktijdig met een daartusschen in staande variëteit, welke ik niet nader onderzocht heb, van Prof. FISCHER te Kiel. Een dezer soorten werd door FISCHER beschreven *) en later door mij *Ph. Fischeri* genoemd. Gedurende de eerste $^3/_4$ jaren van voortloopende culturen heeft zij bij mij evenals bij FISCHER de eigenschap gehad om de gelatine sterk te smelten, dit vermogen is bij mij voortdurend afgenomen en in Januari 1890 was het geheel verloren.

De tweede soort, die ik als *Ph. balticum* bestempelen zal, (Prof. FISCHER zond mij het preparaat als: »Einheimischer Leuchtbacillus dünne Auflagerung, Ia neu, sehr langsam verflüssigend"), smolt gedurende het genoemde tijdvak de cultuurgelatine volstrekt niet. Daar de overeenkomst in de meeste andere opzichten met *Ph. Fischeri* groot is, heb ik beide lang voor modificatiën gehouden van één en dezelfde soort, en vóór deze opvatting sprak nu onlangs weer het feit dat in Januari 1890, toen *Ph. Fischeri* het gelatine smeltend vermogen bijna volkomen had verloren, *Ph. balticum* voor het eerst in mijne culturen duidelijk sporen van smelting is begonnen te vertoonen. Bij nader onderzoek bleek dit nieuwe verschijnsel te berusten op het uiteenvallen van *Ph. balticum* in twee variëteiten, waarvan de eene de gewone vorm schijnt gebleven te zijn, terwijl de andere sterk smelt. †) Wat hierbij merkwaardig is, is dat de smeltende kracht dezer variëteit van dag tot dag toeneemt, zoodat thans (4 Maart) uit een bacterie met geringe vegetatiekracht, gelijk *Ph. bal-*

*) *Centralblatt f. Bacteriologie* Bd. 3, p. 105, 1888.

†) Ik moet hier opmerken, dat een hoog peptongehalte van de cultuurgelatine het smelten daarvan door de lichtbacteriën tegenwerkt, zoodat bijv. *Ph. Fischeri* nog smelt, groeiende op een vischgelatine met $\frac{1}{2}$ pCt. pepton, terwijl dit niet meer geschiedt bij een peptongehalte van 1 pCt. Evenzoo bij *Ph. luminosum* en *Ph. indicum*, ofschoon deze beide laatste weldra den weerstand door de peptonen geboden, overwinnen.

ticum dit tot nu toe bij mij geweest was, een nieuwe vorm is ontstaan, die zeer actieve eigenschappen en sterke vegetatiekracht bezit. Terwijl ik er nimmer in kon slagen om met *Ph. balticum* lichtvloeistoffen te maken, gaat dit thans met de smeltende modificatie gemakkelijk en wat mij daarbij uiterst interessant voorkomt, is dat in deze vloeistoffen het lichten beheerscht wordt door pepton, terwijl glycerine daarbij werkeloos is. Hoe groot moet de verandering zijn, welke in de levende molekulen onzer soort heeft plaats gehad, om een zoodanige wijziging in het voedingschemisme te veroorzaken; of, juister wellicht, hoe dicht grenst het labiele evenwicht in de moleculaire verhoudingen der levende stof van een veranderlijk organisme aan een stabielen toestand, die door tot nu toe onbekende invloeden plotseling of langzamerhand bereikt, een volledige verandering in de betrekking van dat organisme tot de omgeving kan teweegbrengen.

Ik behoef er wel nauwelijks op te wijzen, dat voor het doel, hetgeen ik door dit opstel wensch te bereiken, een nader ingaan op deze verschijnselen van veranderlijkheid overbodig is. Ik gevoel, dat de scherpte van elk tot nu toe verkregen resultaat daardoor zelfs eenigszins wordt benadeeld. Maar wanneer wij, gelijk ik dit in het vervolg zal doen, onze aandacht meer in het bijzonder richten op die vormen, welke zich tot nu toe als voldoende constant hebben getoond, namelijk *Ph. phosphorescens* en *Ph. indicum*, en de beschouwing der drie overige soorten, *Ph. balticum*, *Ph. Fischeri* en *Ph. luminosum* voorloopig ter zijde laten, dan behoudt deze behandeling toch ongetwijfeld haar waarde.

Maar ik moet nog even terugkomen op de vergelijking tusschen *Ph. Fischeri* en de smeltende modificatie van *Ph. balticum*. Zijn deze nu ook wellicht identiek? Aanvankelijk scheen het uiterlijk der koloniën en het mikroskopisch beeld deze onderstelling te steunen, maar thans overtreft de proteolytische werking van *Ph. balticum* die van *Ph. Fischeri*, zelfs toen ik deze soort pas ontving, en, wat opmerkelijk daarbij is, er is een veel grootere toenadering tot *Ph. luminosum* gekomen dan tot de genoemde schijnbaar zoo uiterst na verwante soort. Bovendien ontdekte ik nog een zeer eigenaardig verschil

tusschen de beide vormen, dat ik hier niet voorbij mag gaan. Het bestaat daarin, dat *Ph. Fischeri* zeer gevoelig is voor de werking van rietsuiker, dat is, dat een uiterst geringe hoeveelheid daarvan de lichtkracht dezer soort sterk verhoogt, terwijl reeds $^1/_2$ pCt. haar uitdooft en den groei belemmert. Hierbij is directe assimilatie van de rietsuiker betrokken, want een inverteerend enzym wordt door *Ph. Fischeri* niet afgescheiden. *Ph. balticum* is daarentegen in hooge mate ongevoelig voor rietsuiker, en groeit en licht op voedingsgelatine met 3 à 5 pCt. dezer stof nog voortreffelijk.

De Oostzee-lichtbacteriën zijn na verwant aan de twee inlandsche vormen van zeevisch bovengenoemd, ofschoon de vorm der staafjes bij beide groepen sterk verschilt. Deze toch zijn bij de Oostzee-bacteriën uitermate fijn en stemmen veel meer met gewone vibrionen overeen dan die van visch; ook zijn zij veel bewegelijker, en niettegenstaande hun uiterste kleinheid toch beter geschikt tot het waarnemen van den zwermdraad. De beschouwing onzer beide soorten wensch ik te besluiten met de opmerking, dat ik noch bij *Ph. balticum* noch bij *Ph. Fischeri* verschijnselen van gisting heb kunnen opmerken.

Alle vier tot nu toe besproken soorten kunnen het best gecultiveerd worden op vischafkooksel in zeewater, waaraan 1 pCt. glycerine en $^1/_2$ pCt. asparagine zijn toegevoegd, gestold met 8 pCt. gelatine.

Het derde tweetal van de mij bekende vormen bestaat eveneens uit twee verwante soorten: *Ph. indicum* uit de West-Indische zee en *Ph. luminosum* uit de Noordzee, die echter, zooals mij meer en meer blijkt, zeer verschillend zijn van de vier eerstgenoemde. Zij smelten de gelatine snel en volledig, en gelijken in vele opzichten op de gewone rottingsspirillen en *Proteus*-vormen. Wij zullen hieronder zien, dat deze overeenkomst niet alleen in uiterlijke, maar ook in innerlijke eigenschappen is op te merken.

De lichtkracht van *Ph. indicum* is zeer groot en volgt op die van *Ph. phosphorescens*. Wenscht men het licht zoo sterk mogelijk te zien, dan moeten de culturen op ongeveer 30° à 35°

C. *) gebracht worden. Het is echter wenschelijk om den groei en de ontwikkeling bij veel lager temperatuur te laten geschieden, bijv. bij 15° à 20° C. Doet men dit niet, dan verliezen een zeer groot aantal individuen hun lichtkracht geheel of gedeeltelijk, zoodat koloniënculturen, daarvan aangelegd, uit een bont mengsel van allerlei lichtintensiteiten bestaan. De groeikracht der zwak lichtende koloniën is gewoonlijk belangrijker dan die van de sterk lichtende. Door de herhaalde en langdurige selectie, waartoe ik door de genoemde omstandigheid aanleiding heb gevonden, is, naar ik meen, de lichtkracht van *Ph. indicum* iets hooger geworden dan toen ik in Juni 1888 deze soort ontving van Prof. FISCHER, aan wien de isoleering uit lichtend zeewater bij een West-Indische reis in Januari 1886 gelukt was †).

Ph. luminosum, uit het zand van de Noordzee door mij in den zomer van 1888 geïsoleerd §), bestaat in de gewone culturen uit zeer fijne, snel zwemmende vibrionen of uit langere of kortere spirillen, die zich bij het zwemmen krommen en buigen, terwijl *Ph. indicum* grootendeels uit rechte staafjes bestaat, die veel minder buigbaar zijn. De lichtkracht van *Ph. luminosum* is gewoonlijk veel zwakker dan bij *Ph. indicum*, kan echter onder zekere omstandigheden tijdelijk die van laatstgenoemde soort evenaren, om echter dan spoedig weder tot den minder helderen toestand terug te keeren. Zeer langdurige blootstelling (een maand of langer) van jeugdige culturen aan een lage temperatuur (bijv. van een koud vertrek, afwisselend tusschen 3° en 12° C.) brengt onze bacterie in zoodanigen toestand, dat strepen, daarvan getrokken op een goeden voedselbodem, bij ± 15° C. hun hoogste lichtkracht verkrijgen. Dit verschijnsel duurt dan echter slechts korten tijd, terwijl bij lagere temperaturen, bijv. beneden 10° C., de sterke lichtkracht langduriger behouden blijft.

---

*) De optimumtemperaturen van de lichtkracht schijnen te dalen met het stijgen van de osmotische spanning van het voedsel.

†) Overigens is deze soort dus gedurende vier jaren constant gebleven.

§) Le *Photobacterium luminosum*, bactéric lumineuse de la mer du Nord. *Arch. Neérl.* T. XXIII, p. 401, 1889.

Bij temperaturen nabij 20° verliest *Ph. luminosum* in de gelatineculturen zijn lichtkracht bijna geheel, de koloniën groeien dan echter zeer sterk, gedragen zich als echte *Proteus*-vormen en brengen stinkende rottingsproducten uit hun voedingbodem voort.

Evenals alle lichtbacteriën zijn *Fh. luminosum* en *Fh. indicum* uiterst gevoelig voor kleine hoeveelheden suiker in hun voedsel. Reeds 1 pCt. glucose, of nog minder, is voldoende om de lichtkracht van *Ph. luminosum* geheel uit te dooven; 3 à 5 pCt. doet het smelten en zelfs den groei geheel ophouden, hoogere gehalten kunnen doodelijk worden. *Ph. indicum* is wel is waar iets minder gevoelig en kan vooral bij aanwezigheid van asparagine, welke de schadelijke werking van glucose eenigszins compenseert, zelfs nog bij 4 pCt. glucose licht geven, maar onderzoekt men de koloniën, die in dit geval de gelatine volstrekt niet smelten, mikroskopisch, zoo vindt men dat de bacteriën daarin niet meer op bacteriën, maar op kleine, onregelmatige protozoën gelijken. Zeer spoedig dooft het licht onder zulke omstandigheden uit.

Deze feiten berusten op de vorming van een zuur in de lichaamszelfstandigheid der bacteriën, die alleen op zwak alkalischen of neutralen bodem tot volledige ontwikkeling en ontplooiing hunner eigenschappen komen. Een zeer geringe hoeveelheid glucose of laevulose in het voedsel, bijv. $^1/_{20}$ of $^1/_{30}$ pCt., schijnt echter onder zekere omstandigheden in geringe mate groei en lichtkracht te kunnen verhoogen, maar het hoofdpunt voor ons is, dat bij *Ph. indicum* en *Ph. luminosum* peptonen alléén voor deze beide functiën voldoende zijn.

---

2. Methoden van onderzoek.

Het principe waarop de voor de studie van *Ph. phosphorescens* gevolgde onderzoekings-methode berust is de vermenging van een zeer groot aantal dezer bacteriën met een voedselmassa, die ontoereikend is, alleen enkele bekende

bestanddeelen van het noodzakelijke voedsel bevat, en te bepalen door toevoeging van welke stoffen dit voedsel volledig gemaakt, groei en lichtfunctie daarmede opgewekt kunnen worden. Dit kan geschieden zoowel in cultuurvloeistoffen als in cultuurgelatine. In de voedingsvloeistoffen is de lichtwerking zeer goed te beoordeelen, maar de juiste schatting van de vermenigvuldiging der bacteriën is daarin moeielijk. Daarentegen laten zich in cultuurgelatine zoowel lichtontwikkeling als groei met groote scherpte door contrast bepalen en wel op de volgende wijze *).

In een voor het lichten geschikte voedingsgelatine, waarin een der voedselbestanddeelen in overmaat voorkomt, wordt een zeer groot getal bacteriën van de te onderzoeken soort gebracht. Uitgegoten tot een dunne laag, ontstaat daaruit een sterk lichtende plaat. Na eenigen tijd houdt het lichten en daarmede de groei op: van dit oogenblik af aan is alleen dat bestanddeel van het voedsel, dat in overmaat was toegevoegd, nog beschikbaar. Plaatst men nu op de gelatinelaag de stoffen, welke onderzocht zullen worden, dan lossen deze in de gelatine locaal op en diffundeeren van het oplossingscentrum uit in een cirkelvormig veld naar alle zijden. Heeft men nu hierbij te doen met lichtvoedsel, dan ontstaat weldra, soms reeds na eenige seconden, een lichtveld, dat zich uitbreidt met de diffusiesnelheid der betrokken stof, zoolang totdat deze geheel en al door de bacteriën gebonden is, die van dit oogenblik af voortlichten met de reserve, welke zij van die stof in hun lichaamszelfstandigheid hebben opgehoopt. Hierbij valt het in het oog, dat de assimileerbare suikersoorten sterker geabsorbeerd worden dan het lichtvoedsel bij uitnemendheid: de glycerine. De uitgebreidheid der diffusievelden is echter behalve van

*) Men vindt de beschrijving dezer methode, in hare toepassing op de lichtbacteriën, in de dissertatie van Dr. H. P. Wijsman: De diastase beschouwd als mengsel van maltase en dextrinase, Amsterdam 1889, toegepast ook op andere mikroben in mijn opstel: l'Auxanographie ou la méthode de l'hydrodiffusion dans la gélatine, appliquée aux recherches microbiologiques. *Archives Néerl.* T. 23, p. 367, 1889 en in *Verst. en Mededeelingen d. Kon. Akad. v. Wet., Afd. Natuurk.*, Deel VI, p. 123, 1889.

de meer of minder gemakkelijke absorbeerbaarheid door de bacteriën, natuurlijk ook afhankelijk van de diffusiesnelheid der betrokken stof.

Is het voedsel van dien aard, dat de groei en de celdeeling daardoor kunnen onderhouden worden, dan veroorzaakt het niet alleen een uit den aard der zaak tijdelijk lichtverschijnsel, maar tevens een blijvend »groeiveld", een »auxanogram" *), gekarakteriseerd door de tallooze bacteriënkoloniën, welke zich in het diffusieveld van de voedingsstof veel sterker hebben ontwikkeld dan daarbuiten, zoodat daardoor een scherp contrast ontstaat. Werkt het voedsel op deze wijze, dan kan het »plastisch" genoemd worden. Laat ik hier reeds opmerken, dat lichtvoedsel wel altijd plastisch voedsel moet zijn, maar dat omgekeerd plastisch voedsel niet altijd lichtgevend is, zoodat bij de lichtbacteriën het lichten noch tot het ademhalingsproces, noch tot den groei in een noodzakelijken samenhang staat. Dit doet reeds vermoeden, wat andere feiten zoo goed als zeker doen schijnen, dat slechts een deel van het in vrijheid gestelde arbeidsvermogen, zelfs bij sterk lichtende culturen, als licht behoeft te worden uitgestraaad. Intusschen houd ik het op grond van waarnemingen, waarbij de groei der lichtbacteriën bijna is uitgesloten terwijl de lichtontwikkeling voortgaat, toch voor waarschijnlijk, dat het verband tusschen ademhaling en lichten zoo innig is, dat de totale energie, in het lichtvoedsel aanwezig, onder bepaalde omstandigheden als licht kan ontwijken.

Aan de gelatinemethode op de beschreven wijze toegepast, zijn velerlei voordeelen verbonden, die hier niet opnieuw opgesomd behoeven te worden. Alleen wil ik er op wijzen, dat daardoor bijv. het onderzoek van de suikers, hetwelk tengevolge van de daaruit gevormde zuren in vloeistof-culturen groote moeilijkheden aanbiedt, gemakkelijk wordt gemaakt, daar het zuur weg kan diffundeeren in de gelatine.

Bij alle proeven, met gelatine te nemen, moet steeds in het oog worden gehouden, dat de handelsgelatine een weinig »peptonen" bevat. Ik wist dit aanvankelijk niet en heb

*) Men vergelijke mijn opstel: l'Auxanographie, boven genoemd.

daarom mijn beslissende proeven steeds in voedingsoplossingen van bekende samenstelling herhaald. Zoodoende ben ik tot het besluit gekomen, dat geene andere voor lichtbacteriën-assimileerbare stikstofhoudende of stikstofvrije stoffen dan peptonen als verontreiniging in de handels-gelatine voorkomen.

De gelatine smeltende bacteriën, zelfs *Ph. balticum* en *Ph. Fischeri*, veranderen de gelatine zelve, door hun enzymen, gedeeltelijk in peptonen *), zoodat onze gelatinemethode hier niet op dezelfde wijze toepasselijk blijft.

Dit laatste geldt zeer in het bijzonder ten opzichte van *Ph. indicum* en *Ph. luminosum*. Brengt men *Ph. indicum* in genoegzame hoeveelheid in een oplossing van zuivere gelatine in zeewater om daarvan na stollen eene sterk lichtende gelatineplaat te verkrijgen, dan is de trypsinvorming zoo gering, dat van smelten niets is te bemerken. Plaatst men op de oppervlakte dezer laag de stoffen welke men wenscht te onderzoeken, dan geven deze, indien daardoor een eenigszins belangrijke groei ontstaat, tevens tot sterke smelting aanleiding, waardoor blijkbaar, wegens de peptonvorming, ook de voedingsverhoudingeen een verandering moeten ondergaan. Wel is waar verandert de gelatine daarbij in lichtvoedsel, dat bij lage temperaturen slechts zwak werkt, veel zwakker bijv. dan de lichtstoffen, welke in vischextracten voorkomen, maar dat toch de beoordeeling der proeven moeielijk maakt. *Ph. indicum* en *Ph. luminosum* geven dientengevolge minder twijfelachtige resultaten bij het onderzoek in vloeistofculturen, waarbij men de samenstelling van het voedsel eenigszins beter meester is en ook gemakkelijker hooge temperaturen kan toepassen. Natuurlijk gaat in vloeistoffen het groote voordeel, voortvloeiende uit de concentratieverschillen, die in de diffusievelden op gelatineplaten van zelve ontstaan, verloren. Verder wordt bij insluiting in agar-agar, door een mij niet geheel duidelijke reden, de groei zeer belemmerd, zoodat uit proeven, daarmede genomen, niet veel te leeren valt.

*) Bij deze en bij alle verdere proeven is ondersteld, dat de noodige phosphaten evenals de overige aschbestanddeelen in het voedsel tegenwoordig zijn.

Intusschen laat zich uit de verschillende langs deze drie wegen verkregen waarnemingen afleiden, dat de voedingsconditiën dezer bacteriën geheel andere zijn dan die van *Ph. phosphorescens* en *Ph. Pflügeri*, met welke beide laatste soorten, gelijk wij zagen, de niet of zwak smeltende vormen *Ph. balticum* en *Ph. Fischeri* het naast overeenstemmen.

Deze algemeene voedingsconditiën zullen in § 4 nader beschouwd worden.

Photobacterium phosphorescens en *Ph. Pflügeri* hebben, gelijk vroeger reeds is opgemerkt, het vermogen om glucose, laevulose, maltose en galactose in gisting te brengen, onder afscheiding van nagenoeg gelijke hoeveelheden koolzuur en waterstof. Dit is gemakkelijk waar te nemen bij steekculturen in voedingsgelatine, welke de genoemde suikers in niet te hoog gehalte, bijv. $^1/_8$ pCt. glucose of $1^1/_2$ pCt. maltose, of minder, bevatten. Fraaier worden deze gistingsproeven, wanneer men de suikerhoudende voedingsgelatine met een groot aantal lichtbacteriën vermengt en dan in een wijde buis giet en laat stollen. Weldra, bijv. na 24 uren, begint de gasontwikkeling, waardoor zich groote blazen vormen, die door de gelatine vastgehouden worden. De gisting van de suiker geschiedt niet anders dan bij aanwezigheid van pepton en zuurstof, de laatste in den toestand van een zuurstofreserve aan het lichaam der bacteriën gebonden *). Zoodra deze zuurstof verbruikt is, houdt de gisting geheel op. Tot lichtontwikkeling geeft zij nimmer aanleiding, wel tot een zekere mate van groei. Een groote overmaat van vrije zuurstof houdt de gisting tegen. Men kan dit aantoonen door vermenging van de voedingsgelatine met een weinig waterstofsuperoxyde; de lichtbacteriën maken daaruit de zuurstof vrij, en eerst wanneer deze verdwenen is begint de vorming der gasblazen van koolzuur en waterstof. Welke de producten der gisting zijn behalve koolzuur en waterstof, en wat er wordt van de groep C^3 H^6, die na onttrekking der genoemde gassen van de glucose overblijft, is mij nog niet bekend.

*) Men verg. mijn opstel : Les bactéries lumineuses dans leur rapports avec l'oxygène. *Archiv. Neérl.* T. 23, p. 416, 1889.

Laat ik hier nu nog bijvoegen, dat de lichtbacteriën een sterk reduceerend vermogen bezitten, hetgeen op de gewone wijze zichtbaar kan worden gemaakt door aan de gelatine- of vloeistofculturen indigoblauw of salpeter toe te voegen. Deze functie is in hooge mate afhankelijk van nog niet nader onderzochte bijomstandigheden.

---

3. Bijzondere voorzorgen.

Om *Photobacterium phosphorescens* in voldoende hoeveelheid en in een toestand te verkrijgen, geschikt om daarmede licht- en groeiproeven uit te voeren, maak ik gebruik van vischafkooksel in zeewater *), waaraan ik 1 pCt. pepton en 2 pCt. glycerine toevoeg. Op zoodanige gelatine getrokken strepen lichten na 24 uren schitterend en na 2 of 3 dagen heeft zich een grijsachtig gele bacteriënmassa gevormd van zeer weeke consistentie, die zich gemakkelijk in gelatine of zeewater laat verdeelen en in zóó groote hoeveelheid, dat men daarmede directe proeven kan nemen, zonder dat voorafgaande vermenigvuldiging behoeft afgewacht te worden.

Voegt men aan de genoemde cultuurgelatine geen glycerine toe, dan is de groei daarop uiterst beperkt en de hoeveelheid gevormde bacteriën zóó gering, dat deze op zichzelve niet toereikend zijn voor de uitvoering der beoogde proeven, maar dit eerst worden na te zijn vermengd met een voedingsgelatine, waarin zij zich kunnen vermenigvuldigen en koloniën vormen. Blijkbaar wordt daarmede, zoo geen bron van fouten, dan toch een oorzaak voor oponthoud in het verloop der proefneming gebracht, welke op de eerstgenoemde wijze kan vermeden worden.

Behalve door glycerine, kan men den groei begunstigen door asparagine aan de visch-zeewater-pepton-gelatine toe te voegen; ook daarbij ontstaat rijkelijk en uitmuntend lich-

---

*) Het gebruik van vischaftreksels met 3 pCt. keukenzout voor de culturen van lichtbacteriën werd aanbevolen door C. B. Tilanus, *Tijdschrift voor Geneeskunde*, Dl. 2, p. 169, 1887.

tend materiaal. Wanneer men daarentegen aan de visch-zeewater-peptongelatine tegelijkertijd glycerine en asparagine toevoegt, dan ontstaat aanvankelijk een zeer vaste bacteriën-massa, die zich in gelatine en in zeewater slechts moeielijk laat verdeelen en zelfs met een platinadraad nauwelijks fijn is te wrijven. Eerst na een aantal dagen worden ook deze culturen week en bruikbaar. Later heeft in de strepen afsterven van vele individuen plaats, waardoor men, bij verdeelen in gelatine, een onnoodige bron van troebeling invoert, terwijl zelfs een groote hoeveelheid sterk lichtende, levende bacteriën een volkomen doorzichtige gelatine-plaat van groote lichtkracht kunnen opleveren. Goed toebereide gronden bezitten een zoo hooge mate van chemische gevoeligheid, dat zij op vele stoffen reeds na eenige seconden reageeren, in het bijzonder op laevulose en glucose. De BUNSEN'sche vlam-reacties vinden hier hun physiologisch analogon, ja, zij kunnen zelfs uit het oogpunt van de langdurigheid der verschijnselen door het bacteriënlicht verre worden overtroffen (verg. bijv. pag. 260).

In sommige gevallen, bijv. wanneer men alle individuen in nagenoeg gelijke conditiën ten opzichte van de zuurstof wil brengen, is het wenschelijk de lichtbacteriën als gewone koloniëncultuur op de gelatine uit te zaaien. Men giet de voedingsgelatine daartoe in een glasdoos en overgiet ze, na het stollen, met steriel zeewater, waarin de lichtbacteriën verdeeld zijn. Door de bevochtiging hechten zich aan de gelatinelaag hier en daar bacteriën vast, die weldra tot koloniën uitgroeien. Op deze wijze verkrijgt men platen, waarop men zelfs smeltende bacteriënkoloniën, zooals die van *Ph. indicum* en *Ph. luminosum*, aan de werking van diffundeerende stoffen onderwerpen kan.

Maar, gelijk vroeger reeds is opgemerkt, verdient de vermenging der bacteriën in groot aantal met de gelatine, wanneer daartegen overigens geen bezwaren bestaan, vooral daarom de voorkeur, omdat er aanvankelijk, behalve het éénzijdig in overmaat toegevoegde bestanddeel van het voedsel, geringe hoeveelheden lichtvoedsel aanwezig zijn, welke onvermijdelijk als verontreinigingen uit het zeewater, uit de

gelatine, uit het daarmede gemengde voedselbestanddeel, of eindelijk uit het bacteriënslijm zelve afkomstig zijn. Worden nu een zeer groot aantal licht-bacteriën met zulk een verontreinigde gelatine vermengd, dan is weldra alles wat als volledig plastisch- of lichtvoedsel kan dienen, dat is al wat daarin in de verhouding der »plastische aequivalenten" (zie § 5) voorkomt, opgebruikt, in de bacteriën getrokken, om in levende bacteriënzelfstandigheid te veranderen, of daaruit als koolzuur en water onder lichtontwikkeling te ontwijken, en alleen het in overmaat toegevoegde bestanddeel van het voedsel blijft dan in zuiveren toestand in de gelatine achter. De bacteriën reinigen blijkbaar hun omgeving van alles wat op het verdere verloop der proefnemingen een storenden invloed zou kunnen uitoefenen, of de verklaring der resultaten onzeker maken.

De proeven met *Ph. phosphorescens* en *Ph. Pflügeri* moeten genomen worden bij temperaturen gelegen tusschen 10° en 15° C.

Voor het aanleggen van lichtgronden met *Ph. indicum*, hetzij in zeewater-gelatine of zeewater-agar, maak ik gebruik van culturen dezer bacteriën op visch-zeewater-gelatine met $^1/_2$ pCt. pepton en $^1/_2$ pCt. aspargine. Het is mij namelijk gebleken, dat door de aanwezigheid van asparagine het smelten veel minder wordt begunstigd dan de groei, zoodat men in een droppel van zoodanige culturen veel bacteriën en betrekkelijk weinig ongewenscht voedsel vindt. Daar het temperatuuroptimum voor de levensverrichtingen dezer soort ver boven dat van *Ph. phosphorescens*, n.l. boven 24° C. ligt, en eerst omstreeks 30° C. de hoogste lichtkracht wordt waargenomen, en daar verder agar-agar, gelijk reeds werd opgemerkt, den groei eenigszins tegengaat, zijn de proeven in cultuurvloeistoffen in dit geval voor de volledige studie van de lichtfunctie onvermijdelijk.

---

4. Voedingsvoorwaarden in het algemeen.

Alleen met *Ph. phosphorescens* heb ik zoovele proeven uit-

gevoerd, dat ik mij van de voeding daarvan met het oog op de onderzochte stoffen onder alle omstandigheden, — ééne enkele uitgezonderd, — een vrij volledige voorstelling kon vormen en ik leerde die als betrekkelijk eenvoudig kennen. *Ph. Pflügeri*, *Ph. Fischeri* en *Ph. balticum* stemmen daarmede wel in hoofdzaak overeen, maar vertoonen in bijzonderheden afwijkingen, welke ten deele belangwekkend zijn. *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* verkeeren daarentegen in een geheel op zich zelf staand geval. Van dit tweetal heb ik *Ph. indicum* nauwkeurig onderzocht, maar de voeding daarvan nog niet zoo goed begrepen als bij *Ph. phosphorescens*. De groote veranderlijkheid in de lichtfunctie van *Ph. luminosum* maakt de studie daarvan zeer moeielijk.

Beginnen wij dit algemeene overzicht met *Ph. phosphorescens*, waarmede *Ph. Pflügeri* in elk geval genoegzaam overeenstemt om onder denzelfden hoofdregel gebracht te kunnen worden.

In de volgende korte omschrijving ligt het geheele voedingsvraagstuk dezer bacteriën besloten: *Zoowel voor den groei als voor het lichten worden vereischt de gelijktijdige tegenwoordigheid van een peptonachtig lichaam, waaraan de noodige stikstof kan worden onttrokken, en van een tweede stof, die al of niet stikstof-vrij kan wezen, als koolstofbron.* Pepton alleen geeft evenmin aanleiding tot groei als tot lichtontwikkeling; amiden en ammoniakzouten van organische zuren verkeeren in hetzelfde geval als pepton, daar noch de stikstof van de amidgroep, noch die van de ammoniak assimileerbaar is. Te zamen met pepton kunnen echter zoowel deze amiden als ammoniakverbindingen tot lichtvoedsel en tot plastisch voedsel worden, onder afscheiding van de stikstof als ammoniakzout, bijv. als ammonium-magnesiumphosphaat.

Het volgende overzicht moge deze uiteenzetting nog verduidelijken:

Pepton alleen	duister en geen groei.
Asparagine alleen	» » » »
Glycerine alleen	» » » »

Appelzure ammoniak alleen	duister en geen groei.
Asparagine met glycerine	» » » »
Pepton met asparagine.	licht en groei.
Pepton met glycerine	» » »
Pepton met appelzure ammoniak . .	» » »
Pepton met asparagine en glycerine . .	» » »

Zeer merkwaardig komt mij het feit voor, dat de koolstofverbindingen, zooals glycerine, welke met pepton samen licht- en plastisch voedsel zijn, zonder pepton volstrekt niet tot lichtontwikkeling aanleiding geven. Zulke stoffen blijven in duistere culturen zeer langen tijd onveranderd aanwezig, hetgeen blijkt uit de lichtontwikkeling daarin bij peptontoevoeging. Intusschen houdt ik het voor waarschijnlijk, dat zij in een zeer langdurig tijdsverloop door de ademhaling zonder lichtontwikkeling ten slotte toch geheel verdwijnen, want, dat de ademhaling zonder aanwezigheid van vrije peptonen voortgaat, is een noodzakelijke gevolgtrekking uit wat wij weten omtrent dit proces in het algemeen, en dat daarbij koolstofverbindingen worden opgebruikt en van buiten worden opgenomen, schijnt eveneens een stelling van algemeene geldigheid te wezen. Of ook peptonen in zoodanigen zin werkzaam kunnen zijn, laat zich nog niet voldoende beoordeelen; ik geloof echter dat dit het geval is *).

Ook ten aanzien der algemeene voedingsvoorwaarden van *Ph. Fischeri* en de niet smeltende variëteit van *Ph. balticum* laat zich hetzelfde opmerken als van *Ph. phosphorescens*. Intusschen bezitten, zooals reeds vroeger werd gezegd, *Ph. balticum* en vooral *Ph. Fischeri* een zwak gelatine-smeltend vermogen, waarbij peptonen uit de gelatine ontstaan. Dit geschiedt uiterst langzaam, maar kan toch bij aanwezigheid van een koolstofverbinding, zooals glycerine, een bron van zeer langdurig licht worden.

Wat daarentegen *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* betreft, deze gedragen zich ten opzichte van het voedsel geheel anders; *zij vereischen voor hun algeheele voeding alleen pepton*

*) Wij zullen beneden zien, dat dit uit den aard der zaak zoo moet wezen bij *Ph. luminosum* en *Ph. indicum*.

*of eiwitachtige stoffen, welke zij door hun krachtige proteolytische enzymen peptoniseeren, en kunnen met volle recht Pepton-bacteriën genoemd worden, in tegenstelling tot de voorgaande groep, waarop de naam Pepton-koolstof-bacteriën *) toepasselijk is.* Het verschil, door deze benamingen uitgedrukt, komt mij voor van principieele beteekenis te wezen. Door toevoeging aan de twee genoemde van twee verdere groepen, de *Amid-* en de *Ammoniak-bacteriën*, verkrijgt men een physiologische indeeling, berustende op de stikstof-behoefte, welke niet alleen alle bacteriën omvat, maar tevens vele andere vormen van het leven.

Laat ik hier nog bijvoegen, dat nitraten door de lichtbacteriën sterk gereduceerd worden onder vorming van nitriten, en wellicht, door *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* zelfs tot ammoniakverbindingen, maar dat nitraten en nitriten evenmin als ammoniakverbindingen als stikstofbron kunnen dienst doen. Tot nu toe zijn mij zelfs nog in het geheel geen mikroben bekend geworden, welke aan salpeter- of salpeterigzuur hun stikstof kunnen ontleenen; ik twijfel echter niet of voortgezette waarnemingen zullen mij wel zoodanige vormen doen vinden, en ik houd mij bezig met het opsporen van eenvoudige reacties om hun aanwezigheid aan te toonen in mediën, welke omzettingen ondergaan, die een dergelijk onderzoek uitlokken. Dat daarbij de hypothetische vormen, welke de vrije atmospherische stikstof zouden binden, niet uit het oog worden verloren, behoef ik nauwelijks te vermelden.

Terugkeerende tot *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* heb ik nog slechts op te merken, dat verschillende toevoegingen van organische lichamen aan de peptonen, zooals rietsuiker, melksuiker, laevulose, maltose en glucose, wel is waar niet

---

*) Deze naam is niet volkomen logisch, maar ik weet geen betere te bedenken om aan te geven, dat de stikstofgroep van pepton in dit geval aanvulling vereischt door een andere, niet peptonachtige stof, om tot de georganiseerde lichaamszelfstandigheid te worden. Of evenwel de koolstof van de peptonen hierbij geheel is uitgesloten, wensch ik niet te beweren, daar mij tot nu toe omtrent de afscheidingsproducten der lichtbacteriën zeer weinig bekend is.

geheel werkeloos zijn, maar ook hier, door afscheiding van een zuur (vooral bij glucose en laevulose in belangrijke hoeveelheid) groei en lichtkracht belemmeren. Glycerine schijnt op overeenkomstige wijze te werken. Asparagine geeft daarentegen, in geringe hoeveelheid toegevoegd, aanleiding tot lichtverhooging, wellicht door de vorming daaruit van ammoniakverbindingen, welke inwendig gevormde zuren zouden kunnen neutraliseeren. In mijn vroegere mededeelingen over lichtbacteriën heb ik gezegd, dat de glycerine ook bij *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* wel degelijk als lichtvoedsel werkzaam kan zijn; ik weet niet juist te verklaren hoe ik deze fout heb kunnen maken en moet thans denken aan de mogelijkheid, dat de stoffen, toen door mij gebruikt, verontreinigingen hebben bevat. Aan te nemen, dat mijn bacteriën zelve in den loop van één jaar een zoodanige physiologische wijziging zouden ondergaan hebben, dat hun reactievermogen op de genoemde stoffen veranderd kon zijn, schijnt onmogelijk, want door een regelmatige selectie zijn mijn culturen, ten minste in alle overige opzichten *), identiek gebleven met wat zij oorspronkelijk waren. Daar ik eerst na eene lange reeks van waarnemingen tot het juiste inzicht in de beteekenis van de peptonen voor onze bacteriën ben gekomen, is het niet vreemd, dat ik aanvankelijk aan vergissingen heb blootgestaan. Intusschen is er ééne zaak ten aanzien waarvan mijn ondervinding ook thans nog te gering is, en die bij bacteriologische onderzoekingen toch een zeer belangrijke rol kan spelen. Ik meen de eigenaardige toestand, waarin de bacteriën verkeeren, welke pas uit het wild komen en voor het eerst aan de cultuurvoorwaarden van een bacteriologisch laboratorium worden onderworpen. Men bemerkt daarbij allerlei kleinere of grootere veranderingen, die een betrekkelijk snel verloop hebben en weldra tot een toestand van standvastigheid voeren, welke blijft voortbestaan. Hetzelfde is op te merken bij sommige soorten, welke men eenvoudig uit een ander bacteriologisch laboratorium ontvangt. Ik wil hier een voorbeeld noemen. Toen ik *Photobacterium indicum* en *Ph. Fischeri*

*) Alleen de lichtkracht onderging wellicht eene kleine verhooging.

voor het eerst van Prof. FISCHER uit Kiel ontving, was *Ph. Fischeri*, gelijk reeds is opgemerkt, sterk smeltend. Toen ik nu de eerste streepculturen dezer soorten op visch-gelatine trok, vormde zich in de nabijheid der strepen een groot getal kleine geheel geïsoleerd liggende koloniën, blijkbaar afkomstig van bacteriën, welke zich over de gelatine voortbewogen en zich van de strepen verwijderd hadden. Ik dacht aanvankelijk aan de vorming van een beslag van waterdamp, dat als vervoermiddel had kunnen dienen, maar deze verklaring bleek onjuist te zijn. Spoedig leerde het voortgezette onderzoek, dat de genoemde bijzonderheid slechts van tijdelijken aard was geweest en op een specifieken toestand van de bacteriën zelve moest berust hebben, die wellicht uit de haringgelatine, waarop zij vroeger gekweekt waren geworden, zekere bestanddeelen hadden opgenomen, welke langzamerhand in mijn culturen op visch-zeewatergelatine verloren gingen. Intusschen geloof ik niet, dat met deze soort van verandering, die blijkbaar alleen op den bewegingstoestand betrekking had gehad, een verschil in de geschiktheid om op bepaalde stoffen met licht of groei te reageeren gepaard is gegaan; voor zoodanige onderstelling ontbreekt het bewijs. Bovendien weten wij uit de schoone proeven van ENGELMANN en PFEFFER, door welke buitengewoon geringe invloeden de bewegingen der bacteriën beheerscht worden. Het kwam mij echter niet overbodig voor, op de niet volkomen zekerheid van de werkeloosheid onder alle omstandigheden van glycerine op *Ph. indicum* en *Ph. luminosum* opmerkzaam te maken, ofschoon ik tegenwoordig zoodanige werkeloosheid moet aannemen op grond van al mijn latere proeven.

Ik kan deze § niet eindigen zonder gewezen te hebben op de afscheiding van diastase *) door *Photobacterium luminosum* in groote, door *Ph. indicum* in geringe hoeveel-

*) Welke omstandigheden dit verschijnsel beheerschen, is mij nog niet bekend. Aanwezigheid van suikersoorten verhindert bij lichtbacteriën (even als bij sommige andere soorten) de afscheiding van een tryptisch enzym, maar niet van diastase. Bij een onlangs door mij gevonden bacterie, die zeer veel diastase afscheidt, verhindert echter de aanwezigheid van veel maltose in het voedsel de diastasevorming tijdelijk.

heid. Ik herstel zoodoende een fout uit mijn vroeger opstel, waarin ik vermeldde, dat de lichtbacteriën geen van alle diastase afscheiden. Mijn fout vloeide voort uit het feit, dat de diastaseafscheiding door bacteriën in vloeistoffen somtijds geheel uitblijft, en zoodanige culturen hebben mij een overijld oordeel doen vellen. Trekt men strepen van *Ph. luminosum* of *Ph. indicum* op stijfsel-houdende visch-zeewater-gelatine, dan diffundeert uit de sterk smeltende strepen diastase in de nog vaste gelatine naar buiten, zoodat men bij overgieten met een jodiumoplossing een breeden, kleurloozen band, bestaande uit een gesmolten gedeelte, beiderzijds begrensd door kleurlooze randen op den blauwen grond, ziet ontstaan. Welke beteekenis, zoo vraagt men zich, moet gehecht worden aan de daarbij gevormde suiker? Dat deze zonder functie zou wezen is niet aannemelijk, en toch kon ik, zooals reeds werd opgemerkt, geen andere dan een schadelijke werking van suiker waarnemen. Intusschen zijn nauwelijks herkenbare werkingen op groei of ademhaling van mikroben door geringe hoeveelheden van verschillende stoffen uitgeoefend, toch wellicht van grooter beteekenis dan ons bekend is. In dien zin zouden de producten van de diastatische werking toch voor onze bacteriën een rol kunnen spelen *). De belemmering in den groei, welke verschillende bacteriënsoorten door suiker ondergaan, kan wellicht ook van beteekenis zijn, in den strijd voor het bestaan, dien de betrekkelijk zeldzame lichtbacteriën tegen hun tallooze mededingers hebben te voeren, waarbij echter de suikervorming zeker als een verrassend wapen zou moeten beschouwd worden, bedenkende hoe nadeelig eenigszins groote hoeveelheden suiker voor *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* zelve kunnen worden.

---

*) Diffusieproeven met rietsuiker op *gelatineplaten*, lichtend gemaakt door *Ph. indicum*, schijnen te leeren, dat, bij uiterst groote verdunning, zwakke lichtverhooging door deze suikersoort kan bewerkt worden. Maar in alle gevallen, waarbij, gelijk hier, slechts smalle lichtringen rondom duistere velden ontstaan, is het niet zeker, dat de diffundeerende stof de primaire oorzaak van het waargenomen verschijnsel is.

5. Plastische aequivalenten bij de pepton-koolstof-mikroben.

Wat ik onder »plastische aequivalenten" wensch te verstaan, zal uit het volgende voorbeeld duidelijk worden.

Vroeger heb ik opgemerkt, dat de handelsgelatine steeds een weinig peptonen bevat, die voor lichtbacteriën en andere mikroben assimileerbaar zijn. In een 8 pCt. gelatine-oplossing van het fabrieksmerk 329 van de gelatinefabriek te Winterthur, is deze hoeveelheid pepton aequivalent aan $1^1/_2$ pCt. rietsuiker, wanneer het geldt gisting en gistgroei, veroorzaakt door *Saccharomyces ellipsoideus* in een dunne gelatinelaag van 1 mM. dikte, waar de lucht gemakkelijk kan indringen en alle cellen, zelfs de diepste, kan bereiken. Dat wil zeggen, dat de genoemde 8 pCt. gelatine-oplossing, gemengd met gistcellen, gistasch en $1^1/_2$ pCt. rietsuiker, na eenigen tijd geheel pepton- en geheel rietsuikervrij wordt, omdat de peptonen van de gelatine en de toegevoegde rietsuiker te zamen juist in zoodanige verhouding aanwezig zijn, dat zij gistcellen doen ontstaan, zonder dat een van deze beide stoffen in overmaat achterblijft.

Een dergelijke aequivalent-verhouding moet er zijn ten opzichte van de lichtbacteriën tusschen de peptonen van de gelatine en elke stof, welke daarmede groei en lichtvoortbrenging bij deze bacteriën kan bewerken. Welke is deze verhouding tusschen pepton en het lichtvoedsel bij uitnemendheid: de glycerine? Hoedanig is de grootte daarvan voor andere lichtstoffen, zooals suiker, zouten van organische zuren, amiden? Hoe verhouden zich in dit opzicht andere soorten van bacteriën, welke aan analoge voedingscondities onderworpen worden? Welke is hierbij de invloed van meer of minder volledige zuurstoftoetreding? Al deze vragen, hoe belangrijk ook op zichzelve, moeten hier worden voorbijgegaan, en wij kunnen ons van de kennis van het antwoord daarop voor het thans beoogde doel onafhankelijk maken, door aan de gebruikte gelatine van een der stoffen een overmaat boven het »plastisch aequivalent" toe te voegen. Zoo

zal bijv. een 8 pCt. zeewater-gelatine, met lichtbacteriën vermengd, door toevoeging van 2 pCt glycerine weldra in een zuiveren »glyceringrond" veranderen, omdat 2 pCt. glycerine veel meer is dan het »plastische aequivalent" van glycerine tot de in de gelatine aanwezige pepton-hoeveelheid. Omgekeerd kan men door toevoeging van pepton in overmaat gemakkelijk de zekerheid verkrijgen, dat de, op de lichtende gelatine gebrachte stoffen, niet anders dan pepton in hun onderlaag vinden, om daarmede licht te geven of groei op te roepen. Alleen de onvolledigheid mijner waarnemingen verhindert mij hier verder op de »plastische aequivalenten" in te gaan; het belang daarvan ben ik mij ten volle bewust.

Zooals men ziet, is in het voorgaande steeds ondersteld, dat zonder peptonverbruik geen lichtontwikkeling plaats heeft, en dit is ook zeker in het algemeen de uitdrukking van de waarheid. Er zijn evenwel een tweetal reeksen van verschijnselen, waarvan de eerste niet dan moeielijk, de tweede wellicht in het geheel niet beantwoordt aan den regel, dat het lichten steeds met het verdwijnen van peptonen, onder vorming van protoplasma, gepaard gaat en die ik hier niet geheel kan voorbijgaan. Vooreerst denk ik daarbij aan den invloed van de aanwezigheid van kleine hoeveelheden assimileerbare suikers in de voedingsgelatine op het verloop der lichtwerkingen en op de ontwikkeling der groeivelden. De waarneming is de volgende.

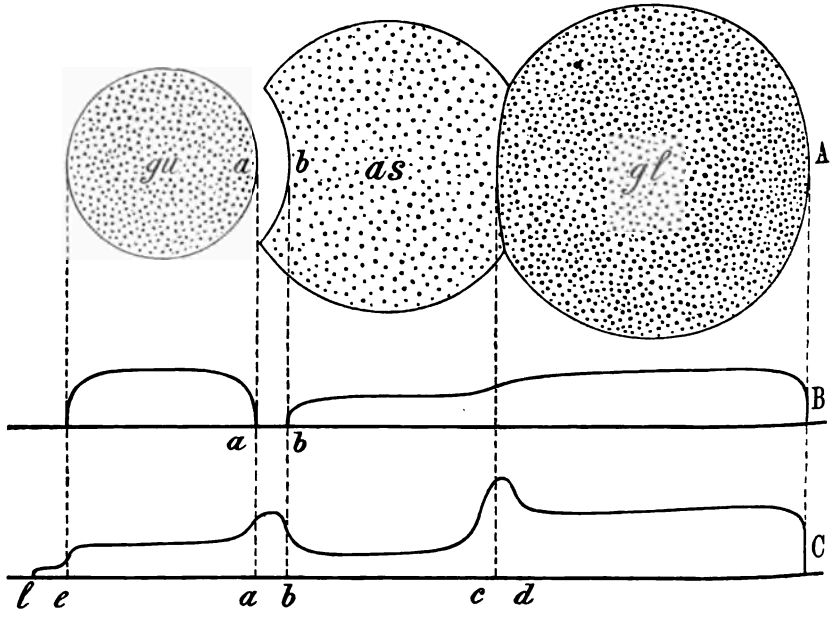
Lichtvelden van suikers, gevormd op *Phosphorescens*-peptongronden, die veel pepton en overigens geen lichtstoffen bevatten, zijn gewoonlijk kort van duur, uiterst helder, en worden opgevolgd door een krachtig groeiveld. Na één of twee dagen neemt het veld in lichtkracht af of wordt volkomen duister. Geheel anders worden de verhoudingen wanneer de grond behalve pepton ook een weinig suiker bevat, bijv. $^1/_{10}$ pCt. glucose of maltose. Suikers, op zulke gronden geplaatst, vormen eveneens lichtvelden, die echter uitgebreider zijn dan in het vorige geval, hetgeen bewijst dat de opgebrachte suiker minder snel geabsorbeerd wordt. Maar wat nu hierbij merkwaardig is, is de langdurigheid, waarmede de

lichtontwikkeling in deze velden plaats heeft en die 14 dagen of meer kan bedragen en gepaard gaat met de vorming van zeer zwakke groeivelden. Ja, met asparagine, die op gewone peptongronden wel later dan de suikers, maar toch evenals deze sterke lichtontwikkeling en veel groei veroorzaakt, kan de groei op zulke suikerhoudende gronden naar het schijnt geheel stilstaan, terwijl het lichten intensief en langdurig voortgaat. Zeker is de hoeveelheid licht onder de laatst genoemde omstandigheden voortgebracht veel grooter dan in het eerste geval, en omgekeerd is de kwantiteit levende stof daarbij ontstaan veel kleiner. Geen twijfel dus, dat de grootte van het plastisch aequivalent, tengevolge van de aanwezigheid van de geringe hoeveelheid suiker, veranderd is, blijkbaar in verband met de verminderde activiteit van groei der bacteriën. Hier is dus een grooter gedeelte van de diffundeerende suiker langzaam verbrand dan bij afwezigheid van suiker in den grond. Ik meende aanvankelijk dat hieruit moest worden besloten tot het bestaan van lichtstoffen of lichtcondities, die tot lichtontwikkeling zonder gelijktijdige vorming van nieuw protoplasma aanleiding zouden kunnen geven. Later ben ik van die meening meer en meer teruggekomen, daar ik mij in *bijna* alle duidelijke gevallen heb kunnen overtuigen, dat lichtproductie met groei, hoe gering ook, gepaard gaat. Daar, waar ik dit niet kon, waren meestal redenen aan te wijzen, die de beoordeeling der proeven onzeker maakten. Zoo bijvoorbeeld de algemeene groei in gelatinelagen, welke een troebeling daarvan veroorzaakt, die de waarneming der groeivelden, welke op het schatten van contrasten berust, moeielijk kan maken. Deze verschijnselen geven dus geen bepaalde aanleiding om de stelling, dat lichtontwikkeling steeds gepaard gaat met den overgang van peptonen in den georganiseerden toestand, te laten vallen, maar wel om de overtuiging te vestigen, dat de grootte der plastische aequivalenten in hooge mate beheerscht wordt door allerlei invloeden, — in ons bijzonder geval bijv. door de aanwezigheid van 0,1 pCt. glucose in de voedingsgelatine.

Intusschen zijn er omstandigheden waarbij de verhouding van de suikers tot de overige stoffen van den grond een

zoodanige is, dat, bij sterke verhooging van licht, groeiverschijnselen toch volstrekt niet waarneembaar worden.

Men ziet dit bijvoorbeeld wanneer op een *Phosphorescens*-pepton-gelatine-grond (Fig. beneden) een glucose-diffusieveld (*gu*, *A*) in ontmoeting wordt gebracht met een asparagine-diffusieveld (*as*). Ter plaatse van de doorsnijding van de beide lichtende groeivelden ligt dan ergens een sterk lichtende strook (*ab*, *C*), zonder merkbaren groei (*ab*, *B*). Gelijk men ziet valt deze strook samen met een zeer gering glucosegehalte, dat met pepton alleen ook geen duidelijk groeieffect en slechts een zeer zwakke, in de figuur bij *le* aangegeven lichtvermeerdering, heeft veroorzaakt. Opmerkelijk is de scherpe begrenzing van den lichtstrook *ab*.



Graphische voorstelling van groei (A & B) en lichtkracht (C) van Glucose- (*gu*), Asparagine- (*as*) en Glycerine-diffusievelden (*gl*) op Peptongrond met *Ph. phosphorescens*.

In A zijn de groeivelden, van bovenop gezien, door cirkels aangegeven. De stippen stellen de daarin verspreide koloniën voor.

De ordinaten van de kromme lijnen in B stellen de overmaat van groei in de velden, boven den groei in den grond zelve voor. Op dezelfde wijze zijn de ordinaten der kromme lijnen in C de voorstellingen van de licht-intensiteiten boven die van den grond.

Men ziet dat de doorsnijding van het asparagineveld (*as*) met de uiterste grens van het glucoseveld (*gu*), tusschen de letters *a* en *b*, gekenmerkt is door ophouden van groei en verhooging van licht (*ab* in C); bij *le* is een lichtwerking van pepton-glucose, die niet met groei gepaard gaat. In de doorsnijding van het glycerine- en asparagineveld is geen vermeerderde groei, maar wel een lichtvermeerdering (*cd* in C) op te merken.

Gelijk men ziet is de chemische natuur van de glucose de hoofdoorzaak van het genoemde verschijnsel, want in onze figuur bemerkt men bovendien de doorsnijding van hetzelfde asparagineveld (*as*) met een glycerine-diffusieveld (*gl*), waarbij zonder eenige vertraging van den groei slechts een halvemaanvormig segment met vermeerderde lichtontwikkeling (*cd* in *C*) zichtbaar is geworden.

Zeer belangrijk komt het mij voor, dat ook in deze gevallen zonder duidelijken groei de aanwezigheid van peptonen een noodzakelijke voorwaarde voor het lichten is, zoodat deze functie niet alleen afhankelijk blijkt te wezen van glucose of glycerine, maar behalve van deze stoffen en zuurstof de gelijktijdige aanwezigheid van pepton vereischt. Het schijnt mij derhalve niet aan twijfel onderhevig te wezen, dat er bij het lichten een oorzaak van verbruik, van afslijting van de levende stof moet bestaan, die evenwicht kan houden met een vernieuwingsproces onder pepton-suiker- of pepton-glycerine-absorptie, in het binnenste van het protoplasma ook van niet groeiende bacteriën. Is deze onderstelling juist dan is het duidelijk, dat er niet *noodzakelijk* een zichtbare vermeerdering of vergrooting van de bacteriën behoeft gepaard te gaan met de lichtontwikkeling. Maar wel moeten daarbij de stikstof houdende bestanddeelen van den grond belangrijke chemische veranderingen doorloopen.

Het tweede geval waarin lichtvoedsel niet duidelijk plastisch werkt, wordt waargenomen bij zekere niet nader bekende stoffen, welke in vele dierlijke vochten, bijvoorbeeld in vischextract, en in plantensappen, in kleine hoeveelheid voorkomen, en daaruit door alkohol gelijktijdig met peptonen en werkelooze zouten kunnen worden neergeslagen, stoffen, die eveneens schijnen voor te komen aan de oppervlakte van velerlei schimmeldraden en bacteriën-koloniën, zoowel bij gelatine-smeltende als niet-smeltende soorten. Zij kunnen uit pancreasextract verkregen worden, maar ontstaan ook bij de werking van het tryptisch enzym van schimmels en van vele bacteriën, waaronder de pepton-lichtbacteriën zelve, uit vleesch, eiwit, kaasstof, gelatine, hoezeer slechts in geringe hoeveelheid. Zij schijnen door langdurig

koken niet vernietigd te worden en met zeer verschillende snelheid te diffundeeren, zoodat hun moleculaire grootte eveneens verschillend schijnt te wezen. Hun merkwaardigste eigenschap is, dat zij zonder de aanwezigheid van andere lichamen, langdurig het lichten van *Ph. phosphorescens*, *Ph. Pflügeri*, *Ph. balticum* en *Ph. Fischeri* en eveneens van *Ph. indicum* en *Ph. luminosum* kunnen onderhouden, en hoezeer daarbij de lichtkracht uiterst groot kan wezen, is er zelfs na 14 dagen of een maand nauwelijks een spoor van groei te ontdekken. Wellicht hebben wij hier met een groep van lichamen te doen, die als verbindingen van peptonen met zekere andere koolstoflichamen kunnen worden opgevat, en die in de lichtende cellen binnengedrongen, op overeenkomstige wijze als in het vorige geval tot een moleculaire vernieuwing aanleiding geven, die niet noodzakelijk met groei gepaard behoeft te gaan, zonder daarom echter een uitzondering te maken op de stelling, dat de lichtfunctie samenhangt met den overgang van peptonen in den georganiseerden toestand. Voorloopig moet ik van de verdere bespreking dezer feiten afzien en mij bepalen tot het wijzen op hun belangrijkheid.

---

6. Verschijnselen van uitdooving door lichtvoedsel veroorzaakt.

Dat de beschouwingen, in de vorige § behandeld, juist zijn, leid ik af uit de ontwikkeling van de diffusievelden van de stoffen, welke op de *Phosphorescens*-gronden geplaatst worden, en uit de veranderingen, welke daarin onder bepaalde omstandigheden zijn waar te nemen. Wij leeren daarbij vooral twee in het oogloopende verschijnselen kennen, te weten, de uitdooving die lichtstoffen somtijds veroorzaken, en de standvastige grootte en gelijkmatige intensiteit, welke de diffusievelden ten tijde hunner maximale lichtkracht bezitten. Volgen wij deze verschijnselen bij een bepaald voorbeeld nader.

De glycerine is het lichtvoedsel bij uitnemendheid. Tot

gisting geeft deze stof geen aanleiding en de oxydatie daarvan vereischt veel vrije zuurstof, gelijk de geringe dikte van de lichtende laag van lichtende *Phosphorescens*-glycerine-pepton gronden bewijst. Plaatst men een druppel glycerine op een *Phosphorescens*-pepton-grond, die zeer weinig pepton bevat, bijv. $^1/_4$ pCt., en nog in lichtenden toestand verkeert ten koste van het reserve-materiaal der in de gelatine verdeelde bacteriën, dan is de volgorde der verschijnselen deze.

Aanvankelijk een duister diffusieveld op den lichtenden grond, daarna sterke verhooging van de lichtkracht in dit donkere veld boven die van den grond. Daar het duistere en het lichte veld juist dezelfde afmetingen bezitten, is het zeker, dat de verduistering samenvalt met de absorptie van de glycerine, die niet verder diffundeert, wanneer het lichten begint. Dit laatste geschiedt in de richting van buiten naar binnen, zoodat de hoogere concentratie blijkbaar vertragend werkt; maar later wordt de lichtkracht over het geheele veld gelijk, om nog later ook gelijkmatig af te nemen.

De verklaring dezer verschijnselen is zonder twijfel de volgende.

Bij het duister worden is de hoeveelheid pepton, welke in de bacteriën aanwezig is, geringer dan het platisch aequivalent van dit lichaam ten opzichte van de hoeveelheid glycerine, die door de bacteriën wordt opgenomen, en de eenzijdige ophooping van de glycerine stelt de lichtfunctie buiten werking. Maakt men gebruik van een koloniëncultuur, welke op de oppervlakte van een pepton-gelatinelaag in den toestand van groei verkeert, dan ziet men dat de verduistering gepaard gaat met stilstand of sterke vermindering van groei, zoodat blijkbaar de eiwitvorming, dat wil zeggen de peptonbinding, heeft opgehouden. Zijn de bacteriën deze periode van verduistering goed doorgekomen, — het is mogelijk dat zij daarbij afsterven, — dan is alle glycerine, gelijk wij zagen, in de bacteriën getrokken, want er heeft geen verdere diffusie van dit lichaam plaats, en van dat oogenblik af aan kan de pepton van den grond, al is de hoeveelheid daarvan ook nog zoo gering, van alle zijden toestroomen, in de bacteriën indringen en met de glycerine tot eiwitvor-

ming, groei en lichten aanleiding geven. Als deze redeneering juist is, dan moet er een peptongehalte van den grond zijn, waarbij de verduistering niet plaats heeft. Naar ik geloof is elk gehalte aan pepton, dat voldoende is om in grooter hoeveelheid dan door het plastisch aequivalent van de glycerine vereischt wordt, in de bacteriën binnen te dringen ook toereikend om verduistering te voorkomen. Het is dan ook mogelijk om gronden te maken, die door een hoog peptongehalte direct met glycerine licht geven. Men moet hierbij echter niet uit het oog verliezen, dat de toestand van activiteit der bacteriën op het proces van de imbibitie van pepton en glycerine van overwegenden invloed is, en dat juist de oorzaken, waarop deze activiteit berust zich moeielijk laten beoordeelen. Dit is het zwakke punt der redeneering; maar daar de lichtkracht der bacteriën een maat is voor de beoordeeling van de grootte hunner activiteit, zoo bestaat er kans, dat zelfs daarmede rekening zal kunnen worden gehouden.

De hier bedoelde verschijnselen zijn zeker van algemeene beteekenis. Bij de lichtbacteriën kunnen alle lichtstoffen, — wellicht pepton alleen uitgezonderd, — verduistering en vertraging van groei veroorzaken. Niet assimileerbare stoffen doen dit echter niet Zoo geven glycerine en asparagine, die tot de beste lichtstoffen behooren, zeer gemakkelijk aanleiding tot verduistering; melksuiker en rietsuiker, die niet geassimileerd worden, daarentegen niet. Zelfs waterstof-superoxyd, dat door de lichtbacteriën snel ontleed wordt, dat wil dus zeggen vrije zuurstof, kan uitdoovend of opheldernd werken. Andere organismen vertoonen in hun groeivelden dezelfde verschijnselen, welke wij hier hebben besproken. Zoo is gewone gist vaak aan vertraging van groei onderhevig, wanneer daarop asparagine-oplossingen, die zekere concentratie te boven gaan inwerken. Wellicht zou in dit geval de activiteit zich laten beoordeelen door de »gistkracht", en de »gistkracht" door het peptongehalte der cellen.

De werking van de door *Ph. phosphorescens* assimileerbare suikersoorten zooals glucose, laevulose, maltose en

galactose verdient hier nog eene bijzondere vermelding. Deze zoo bij uitstek werkzame lichtstoffen geven ook bijzonder gemakkelijk aanleiding tot uitdooving. De verklaring van dit verschijnsel valt slechts ten deele samen met de bovengegevene, hier toch komt nog behalve de uitdooving, die afhangt van de plastische aequivalenten der suikers ten opzichte van pepton, een nieuwe factor in het spel, namelijk de *zuurvorming*.

Steeds gaat de zuurvorming in de culturen gepaard met de ontwikkeling van een onaangenaam riekend lichaam, dat zelve zwak zuur reageert en wellicht een vluchtig vetzuur is. Intusschen zijn de bacteriën in staat om het, door hen zelve gevormde zuur zeer langzaam te oxydeeren, terwijl ik niet heb kunnen waarnemen, dat zij dit vermogen bezitten ten opzichte van mierenzuur, azijnzuur, propionzuur en boterzuur. Dat de uitdooving der culturen onder invloed van suikers inderdaad op zuurvorming moet berusten, betwijfel ik echter niet, want koolzure natron, die gemakkelijk in lichtbacteriën binnendringt *), oefent een gunstige werking op het lichten uit, blijkbaar door neutraliseeren van het in de bacteriën aanwezige zuur. Ik meen derhalve, dat de mogelijkheid bestaat, dat het vluchtige zuur niet identiek is met datgene, waardoor de uitdooving geschiedt, en dat wellicht de bacteriën in het geheel niet kan verlaten. Is deze verklaring juist, dan zoude het zuur melkzuur, asparaginezuur of barnsteenzuur kunnen zijn, want ook deze zuren kunnen door de lichtbacteriën onder lichtontwikkeling geoxydeerd worden.

Hier moet ik nog het feit vermelden, dat glucose onder zekere omstandigheden den groei kan begunstigen, terwijl het licht volkomen is uitgedoofd. Men bemerkt dit vooral in strepen getrokken op glucose-houdende voedings-gelatineplaten. De bacteriën van zulke strepen blijken bij, mikros-

*) Strepen van *Ph. phosphorescens* worden onder den invloed van glucose geheel doorschijnend; plaatst men een droppel koolzure natron op zulk een streep, zoo ziet men de *bacteriën zelve* aschgrauw worden, blijkbaar omdat de koolzure natron er in dringt.

kopisch onderzoek, tot groote bolvormige lichamen met een eigenaardige inwendige structuur te zijn opgezwollen, zoodat het nog de vraag is, of de schijnbare groei niet in werkelijkheid alleen berust op het zwellen der bacteriën door wateropneming zonder dat zij zich hebben gedeeld. Brengt men materiaal van zulke strepen over op een gewone, suikervrije voedingsgelatine, dan begint het lichten spoedig, en weldra is insgelijks de normale toestand, wat gedaante en celdeeling betreft teruggekeerd.

---

7. Lichtvoedsel en plastisch voedsel van Photobacterium phosphorescens. Werkelooze en antiseptische stoffen *).

Terwijl het zeer gemakkelijk is om te bepalen welke stoffen als *koolstofbronnen* voor *Ph. phosphorescens* kunnen dienst doen, d. w. z. pepton tot plastisch voedsel aanvullen, is het veel moeielijker om de lichamen, welke *stikstof* in een voor onze bacterie *assimileerbaren vorm* bevatten te leeren kennen. Ter bereiking van het eerstgenoemde doel laat zich het beste gebruik maken van wat ik den *Phosphorescens-peptongrond* wensch te noemen.

De assimileerbare stikstofbronnen heb ik door middel van den *Phosphorescens-glycerinegrond* trachten te bepalen.

Het hoofdresultaat waartoe dit onderzoek aanleiding heeft gegeven, is reeds in § 4 besproken en komt neer op het feit, dat, terwijl de koolstof aan de meest verschillende stoffen kan worden ontleend, alleen peptonen voor stikstof-toevoer geschikt zijn. Natuurlijk wensch ik niet te beweren, dat er onder de tallooze door mij niet onderzochte lichamen nog niet andere stoffen dan peptonen zouden voorkomen, welke als stikstofvoedsel dienst kunnen doen, maar alleen, dat zij mij niet bekend zijn geworden.

De *Peptongrond* kan op twee wijzen worden vervaardigd. Vooreerst kan daarvoor een vischafkooksel in zeewater die-

---

*) Onder „antiseptische" stoffen wensch ik die lichamen te verstaan, welke lichtkracht en groei belemmeren.

nen, waaraan nog 1 pCt. pepton is toegevoegd. Minder pepton dan deze hoeveelheid geeft, gelijk uit wat wij boven zagen kan worden afgeleid, gemakkelijk aanleiding tot langdurige verduistering, welke bij het bepalen van het lichtvoedsel oponthoud veroorzaakt. Een zoodanige vischgelatine bevat behalve de eigenaardige, op pag. 263 genoemde lichamen, nog een zekere hoeveelheid stoffen, die als koolstofbron kunnen dienst doen en met pepton te zamen plastisch voedsel opleveren. Zij moeten opgebruikt, door de bacteriën geabsorbeerd zijn, eer de proeven kunnen beginnen. Het is daarom noodzakelijk dergelijke visch-peptongronden gedurende eenigen tijd te laten liggen en eerst, wanneer de lichtkracht vermindert, daarvan gebruik te maken. Zij vertoonen groote neiging om na langdurige inwerking van *Phosphorescens*-bacteriën kristallen van ammonium-magnesium-phosphaat af te zetten, vooral, wanneer men behalve pepton ook nog een weinig asparagine heeft toegevoegd. Om deze en om andere redenen vermoed ik, dat de completeerende bestanddeelen van pepton, welke in zoodanige vischgelatine voorkomen, behalve een spoor glycerine, voornamelijk amidachtige lichamen zijn. Overigens ben ik overtuigd, dat al de stoffen welke in vischaftreksels voorkomen, voor zoover het geen peptonen zijn, ongeschikt zijn om aan de stikstofbehoefte onzer bacteriën te voldoen. Dit punt is wel is waar op zichzelve van ondergeschikt belang, maar niet voor mijn doel, omdat vroeger genomen proeven met visch-peptongelatine, die later niet meer met pepton alléén herhaald zijn, aan de beoordeeling van de werking van eenige der stoffen, welke beneden zullen genoemd worden, ten grondslag liggen en hun waarde ontleenen aan de zekerheid, dat alleen peptonen als stikstofbron in den grond aanwezig waren.

De tweede vorm van den *Peptongrond* is deze. Zeewater, of duinwater met 3 pCt. keukenzout, wordt vermengd met 8 pCt. gelatine, 2 pCt. pepton en 0.2 pCt. eener oplossing van gistasch in zoutzuur geneutraliseerd met phosphorzure of koolzure natron. Schudt men daaronder eene rijke hoeveelheid lichtbacteriën, dan ontstaat, na het stollen, een lichtende

plaat, die zoo arm is aan koolstoflichamen, dat daarmede onmiddellijk proeven kunnen genomen worden, terwijl de bacteriën in den vischgrond vooraf nog eenige deelingen moesten ondergaan. Er is nog een ander voordeel aan dezen vereenvoudigden peptongrond verbonden: men kan met behulp daarvan direct inwerken op den toestand, waarin de bacteriën door voorafgaande voedingsvoorwaarden zijn gebracht, en deze kan men willekeurig beheerschen door het kiezen van bacteriën afkomstig van bepaalde voedingsmassa's als zaaimateriaal, maar bij dit punt wensch ik hier niet langer stil te staan.

Voor de *Glycerinegelatine* laat zich dezelfde samenstelling kiezen als voor de *Peptongelatine*, met het verschil, dat voor 2 pCt. pepton 1 pCt. glycerine in plaats komt. Het niet onbelangrijke peptongehalte van de handelsgelatine, waarop ik boven heb gewezen, vereischt, dat ook deze gronden eerst eenigen tijd aan de uitputtende werking van *Ph. phosphorescens* onderworpen worden, om zoodoende zekerheid te verkrijgen, dat alleen glycerine als lichtmateriaal beschikbaar blijft. Na ongeveer 24 uren is bij kamertemperatuur zoodanige cultuurgelatine vrij van assimileerbare stikstof, waarna de lichtkracht spoedig begint te verminderen *).

Vooral de visch-pepton-, in mindere mate de gewone peptongrond, munt bij het uitvoeren der lichtproeven in lichtkracht uit boven den glycerinegrond, maar alle staan achter bij de maximale lichtkracht, welke onze bacteriën onder de meestgunstige omstandigheden, bijvoorbeeld in streepculturen op visch-zeewater-pepton-asparagine-glycerine-gelatine kunnen ten toon spreiden. Lang is het mij onduidelijk geweest, wat

*) Na langen tijd, bijv. na twee of drie maanden, komt in elke cultuur van *Ph. phosphorescens*, tengegevolge van het afsterven van „oude" bacteriën, een stof vrij, welke stikstofhoudend is en als lichtmateriaal kan dienen. Goed ingerichte *Phosphorescens*-culturen zijn daardoor als 't ware onsterfelijk. Zoo is er in mijn laboratorium een GAYON'sche buis met zoodanige cultuur, sinds den dag der vervaardiging, 11 October 1888, tot op het huidige oogenblik, 2 Mei 1890, dus reeds 18 maanden lang, krachtig lichtgevend. Deze omstandigheid stoort onze proeven echter niet, daar zij binnen drie of vier weken geëindigd zijn.

daarvan de hoofdaanleiding zou kunnen zijn. Thans meen ik de verklaring van het feit gedeeltelijk te hebben gevonden in de omstandigheid, dat *mengsels* van stoffen elkanders werking ondersteunen, d. w. z. dat pepton met glycerine en glucose te zamen meer licht en sterker groei kan veroorzaken dan met elk dezer stoffen afzonderlijk *). Ik heb ditzelfde feit ook bij andere mikroben waargenomen en wil daarvan enkele voorbeelden noemen, omdat het mij belangrijk toeschijnt.

Aan zeewater, waarin 0,5 pCt. pepton is opgelost, worden 0,1 asparagine, 0,2 pCt. glycerine en een spoor lichtbacteriën toegevoegd. Weldra begint de vloeistof zeer helder licht te geven, dit gaat onverzwakt door tot de asparagine geheel is opgebruikt, dan treedt er vrij plotseling een lichtvermindering in, waarna het lichten zoolang onveranderd voortduurt als er nog beschikbare glycerine is.

Zelfs in een gewonen lichtenden grond, vervaardigd van vischaftreksel met $^1/_2$ pCt. pepton en *Phosphorescens*-bacteriën, kan men vrij scherp aan een plotselinge lichtverzwakking het oogenblik beoordeelen, waarop een der lichtende stoffen van de visch verdwijnt, terwijl een of meer der overige bestanddeelen nog achter blijven. Uit verschillende waarnemingen schijnt te volgen, dat de amiden uit deze vischdecocten het eerste, glycerine het laatste verdwijnen.

Ander voorbeeld. De gewone bierkaan, *Mycoderma cerevisiae*, kan bij tegenwoordigheid van een ammoniakzout *matig groeien* ten koste van alkohol, en *uiterst langzaam* ten koste van glycerine. Wanneer men nu op een gelatine-laag waarin behalve het genoemde organisme, zwavelzure ammoniak en gistasch aanwezig zijn, op eenigen afstand van elkander een druppel alkohol en een druppel glycerine plaatst, zoo ziet men na 2 of 3 dagen de diffusievelden dezer stoffen eenigszins troebel worden door het ontstaan van koloniën uit de cellen van *Mycoderma*, het diffusieveld van alkohol verliest daarbij zijn doorschijnendheid eerder en meer vol-

*) Dat dit echter niet altijd het geval is zagen wij boven (verg. pag. 262 en *ab* in *B* Fig. pag. 262).

komen dan dat van de minder gemakkelijk assimileerbare glycerine. Zijn echter de druppels dezer stoffen zoodanig op de gelatinelaag geplaatst, dat hunne diffusievelden elkander doorsnijden vóór dat de cellen den tijd hebben gehad alles daarvan te absorbeeren, dan ontstaat er een lensvormig doorsnijdingsveld, waarin de groei nog sterker schijnt te wezen dan zelfs uit de samenwerking van wat elk der twee stoffen afzonderlijk doet, kan worden afgeleid. Ten aanzien van de lichtbacteriën geldt dit alles blijkbaar, zoowel voor de lichtontwikkeling en het ademhalingsproces als voor het resultaat daarvan, voor zoover het door den groei kan zichtbaar gemaakt worden.

Hoe moeten deze feiten worden verklaard? Hebben wij hierbij te denken aan afzonderlijk werkzame groepen in het protoplasma der mikroben, die als het ware zoovele specifieke adaptatiën zijn aan bepaalde stoffen? Of moet hier gedacht worden aan intermitteerende bewegingstoestanden van de actieve groepen, aan »vermoeienis", die ruimte laat aan, en opgeheven kan worden door bewegingsvormen van andere gedaante? Mij dunkt dat de laatste hypothese iets voor zich heeft, omdat de chemische stoffen, welke tot de bedoelde werkingen aanleiding kunnen geven, vaak geheel willekeurig gekozen kunnen worden uit lange reeksen van lichamen, die zeker nimmer vroeger met de betrokken organismen in contact zijn geweest. Aan den anderen kant schijnt de constitutie van de levende stof der hoogere organismen een zoodanige te wezen, dat tot het bestaan van materieele verschillen tusschen de stoffelijke éénheden van het protoplasma moet besloten worden, — éénheden, die zoowel aan specifieke functiën als aan de specifieke vormen der organen ten grondslag liggen, en, door hun éénzijdig op den voorgrond treden, deze werkingen of gedaanten te voorschijn roepen *).

*) Ik denk hierbij aan de stabiliteit van vele conidiën van Ustilagineeën en Ascomyceten, aan die van sommige doorgroeiende organen van hoogere planten zooals wortels en wortelstokken, aan de seksen van tweehuizige planten en dieren, aan de permanentie van de zijassen der Coniferen bij het stekken, en aan de zoogenoemde „jeugd-" en „overgangsvormen" in laatstgenoemde plantenklasse, en aan vele andere dergelijke verschijnselen.

Maar keeren wij tot de lichtgronden terug.

Er werd reeds op gewezen, dat de activiteit der bacteriën, en daarmede hun reactiesnelheid veel grooter is gedurende den lichtenden toestand dan nadat volledige uitdooving ingetreden is, en dat, zoodra het voedsel uit de omgeving in de bacterien is getrokken, in dit voedsel dan geen bron van fouten meer behoeft gevreesd te worden, zoodat het wenschelijk is juist met krachtig lichtende platen te werken.

Dit wordt blijkbaar het beste bereikt door de verdeeling van zeer veel lichtbacteriën in de voedings-gelatine, bereid zonder gebruik te maken van visch. Zoolang evenwel eenigerlei stof, welke als lichtvoedsel kan fungeeren, nog in opgelosten toestand in de gelatine, dus buiten het lichaam der bacteriën aanwezig is, dan is elke vermeerdering daarvan geheel onverschillig, zoodat zoodanige stof op den lichtgrond geplaatst volkomen werkeloos blijkt te zijn. Wanneer bijvoorbeeld een plaat in lichtenden toestand verkeert ten koste van vrije, in de gelatine opgeloste glycerine, dan is een druppel daarop geplaatste glycerine, òf volkomen werkeloos, òt zij geeft aanleiding tot uitdooving ten gevolge van het overschrijden van de grens der concentratie door de peptonen bepaald, dat is zoodra de glycerine sneller uit de omgeving in de bacteriën dringt, dan de aequivaleerende peptonen dit doen *).

Intusschen is het duidelijk, dat bij het bekend zijn van de samenstelling der gebruikte gelatine uit het genoemde feit niet licht fouten zullen voortvloeien.

Veel moeielijker is het echter om aangaande het volgende punt zekerheid te verkrijgen.

Asparagine is niet in staat als stikstofbron dienst te doen voor glycerine, suikers, organische zuren en hunne zouten en de overige door mij onderzochte lichamen. Ik beschouw

*) Dat in gelatine verdeelde koloniën in dit opzicht zich eenigszins anders gedragen dan losse bacteriën, moet bij de beoordeeling van deze en soortgelijke proeven niet uit het oog worden verloren. Steeds is het wenschelijk een bepaalde proef onder verschillende omstandigheden te herhalen, om zoodoende van wellicht onbekende storingen meer onafhankelijk te zijn.

	Lichtstoffen : Diffusievelden sterker lichtend dan de grond. Groeivelden aanwezig.	**Werkelooze-stoffen :** Diffusievelden gelijk aan den grond. Geen groeivelden.	**Uitdoovende of antiseptische stoffen :** Diffusievelden donkerder dan de lichtende grond. Geen groeivelden.
2. Organische zuren en hun zouten (niet aromatisch).	Melkzuur (zeer zwak) Calciumlactaat „ Natriumlactaat „ Kaliumlactaat „ Barnsteenzuur Barnsteenzure kalk Appelzuur Natriummalaat Rechtsammoniumbimalaat Linksammoniumbimalaat Inactiefammoniumbimalaat Magnesium bimalaat Glycerinezuur (zeer sterk) Glycerinzure kalk	Wijnsteenzuur Wijnsteenzure kalk Druivenzuur Citroenzuur Slijmzuur Oxalzuur Ammoniumoxalaat Zuur „ Glycolzuur Glycolzure kalk Mierenzure zouten Azijnzure „ Boterzure „	Wijnsteenzure ammoniak Mierenzuur Azijnzuur Propionzuur Boterzuur
3. Amiden en verwanten.	Asparaginezuur Asparagine Alanine Glucosamine	Glycocol Kreatine Sarkine Allantoine Guanine Neurine Leucine Acidum uricum Ureum Alloxan Taurine	
4. Aromatische lichamen.		Lophine Hydrobenzamid Amarine Benzaldehyd Saligenine Looizuur Tyrosine Phloroglucine Saccharine Kinazure kalk Benzoëzuur	Vanilline Hydrokaneelzuur Resorcine Pyrogallol Salicylzuur
5. Eiwitachtige lichamen.	Pepton	Caseine Globuline Fibrine Albumine	

	Lichtstoffen: Diffusievelden sterker lichtend dan de grond. Groeivelden aanwezig.	Werkelooze stoffen: Diffusievelden gelijk aan den grond. Geen groeivelden.	Uitdoovende of antiseptische stoffen: Diffusievelden donkerder dan de lichtende grond. Geen groeivelden.
6. Verschillende stoffen.		Cholesterine Vet Aldehyd Aethylacetaat	Trimethyleenoxyd Cyankalium Ferrocyankalium Ferridcyankalium Aether Chloroform Zwavelkoolstof Zwavelwaterstof Zwavelammonium
7. Enzymen.		Maltase Dextrinase Ptyaline Boekweitdiastase Pancreasdiastase Invertine Lactase Pepsine Trypsine	

Daar de lichtkracht der organische zuren, uitgezonderd het asparaginezuur, zwak of, zooals bij het melkzuur, zelfs zeer zwak is, tengevolge van de schadelijke werking die de zure reactie op de lichtfunctie uitoefent, is de juiste plaatsing dezer lichamen in de gegeven tabel aan eenigen twijfel onderworpen. Dit geldt bijv. ten opzichte van het citroenzuur en de zure-oxalzure-ammoniak, welke ik somtijds voor lichtstoffen heb gehouden. Het malonzuur is uithoofde van zoodanigen twijfel uit de tabel weggelaten, ofschoon eenige proeven op lichtontwikkeling door deze stof deden besluiten.

De plaatsing van sorbine onder de uitdoovende lichamen komt mij vreemd voor, maar zij volgt uit herhaalde proeven met het preparaat waarover ik beschik.

Ten aanzien van eenige tartraten heerschte aanvankelijk onzekerheid of zij tot de uitdoovende dan wel tot de werkelooze stoffen behoorden gebracht te worden. Dat zij nimmer als licht-materialen dienst doen is zeker. Dit feit is

belangrijk in vergelijking met de krachtige lichtwerking van de appelzure-zouten, en vooral ook wanneer men bedenkt welk een gunstig voedsel de verbindingen van het wijnsteenzuur voor sommige andere bacteriën zijn.

Dat men in deze tabel zulke stoffen als lophine, hydrobenzamid, amarine, trimethyleenoxyd, cholesterine en dergelijke lichamen opgegeven vindt, is omdat RADZISZEWSKI ontdekt heeft dat zij onder invloed van zuurstof en bijtend alkali bij gewone temperatuur kunnen phosphoresceeren. Men ziet echter, dat zij in onze tabel onder de werkelooze stoffen voorkomen. Ten opzichte van de vetten geldt een dergelijke opmerking. Zij werden opgenomen omdat men in de literatuur over het lichten zoo vaak aangegeven vindt, dat de lichtende organismen aan vetontleding, of aan oxydatie van vetten hunne specifieke eigenschap zouden te danken hebben. Maar dit blijkt onjuist te wezen. Konden zij de vetten splitsen in glycerine en een vetzuur dan zou de glycerine als lichtstof kunnen dienen, maar ook zoodanige splitsing heeft niet plaats.

---

8. VOEDING VAN PHOTOBACTERIUM INDICUM EN PH. LUMINOSUM.

Hoezeer de voedingsvoorwaarden van de West-Indische en de Noordzeelichtbacteriën niet volkomen identiek zijn, is daartusschen toch zooveel overeenkomst, dat zij gemeenschappelijk kunnen besproken worden.

Bij de behandeling van de algemeene voedingsconditiën der lichtbacteriën heb ik er op gewezen, dat deze lichtbacteriën in tegenstelling tot de *Pepton-koolstof*-bacteriën, *Pepton*-bacteriën kunnen genoemd worden. Daar zij de eigenschap bezitten van een zeer actief tryptisch enzym af te scheiden, waardoor gelatine en eiwitachtige stoffen vervloeien en gepeptoniseerd worden, kunnen deze bacteriën, bij aanwezigheid van de noodige zouten, ten koste van zulke lichamen lichten en leven. Intusschen moet worden opgemerkt, dat de lichtkracht bij dergelijke eenvoudige voedingsvoorwaarden gering is, ja, na eenigen tijd zelfs volledig verdwijnen kan, niet-

tegenstaande de vermenigvuldiging dan nog krachtig kan voortgaan. Overigens verkrijgt men fraai lichtende culturen, — hoezeer deze evenmin, het maximum van de bereikbare lichtkracht bezitten, — door *Ph. indicum* uit te zaaien in oplossingen van 1 en 2% handelspepton in zeewater. Bij 30° C. is de vermenigvuldiging daarin zeer snel, en de lichtkracht bereikt na 24 of meer uren die van *Ph. phosphorescens*. Wenscht men evenwel van *Ph. indicum* het hoogste lichteffect te bereiken dan is het aanbevelenswaardig gemengd voedsel te gebruiken. Als zoodanig leerde ik een matig geconcentreerd vischextract kennen, waaraan een weinig pepton bijv. $^1/_2$ % is toegevoegd. Bij welgeslaagde culturen verkrijgt men op die wijze ongemeen schoon lichtende vloeistoffen, welke zelfs de culturen van *Ph. phosphorescens* aan kracht niet onbelangrijk overtreffen en vooral bij zwak gas- of lamplicht gezien, de schoone zeegroene of azuurblauwe tint vertoonen, welke aan *Ph. phosphorescens* eigen is, ook bij sterk lichtende soorten onder de Coelenteraten voorkomt en door verschillende schrijvers met bewondering is beschreven. De gedachte, dat de Oceaan onder de tropen tijdelijk in een zoodanige lichtende cultuur kan veranderen brengt een schouwspel voor onze verbeelding, dat aan het bovennatuurlijke grenst. Naar ik vermeen is het verschijnsel aan de Nederlandsche zeelieden, bijv. in de Banda-zee, wel bekend, en wordt door hen met den naam van »melkzee" bestempeld *). Volgens FISCHER is de lichtkracht van de »melkzee" zwakker dan van door zijne culturen van *Ph. indicum* lichtend gemaakt zeewater †).

---

*) Bij de Engelsche zeevaarders bekend als „milky sea" en in pracht het schijnsel van *Noctiluca miliaris* verre overtreffend. Men vergelijke FISCHER (*Zeitsch. f. Hygiene*, Bd. 2 p. 88, 1887), die het bij een 11-jarig verblijf op zee in tropische en subtropische climaten éénmaal, n.l. Februari 1881, oostelijk van Sokotra heeft gezien. Op den voorafgaanden dag was de zee overdekt geweest met kwallen. Of de daarbij werkzame bacterie identiek is met FISCHER's West-Indischen licht-bacil is niet uitgemaakt.

†) Het lichten van de Noordzee door *Photobacterium luminosum* is zwakker dan door *Noctiluca*.

Maar keeren wij terug tot de voeding van onze peptonlichtbacteriën.

Ik heb door toevoeging van een aantal stoffen aan zwak lichtende culturen van *Ph. luminosum* en *Ph. indicum* de lichtkracht trachten te verhoogen. In sommige gevallen is mij dit werkelijk gelukt, bijv. met asparagine bij *Ph. indicum* en *Ph. luminosum*, met laevulose, glucose en rietsuiker bij *Ph. indicum* alleen. De drie laatstgenoemde stoffen kunnen slechts in uiterst geringe hoeveelheid, bijv. $^1/_{10}$ pCt., worden verdragen, meer daarvan dooft uit. Op den groei werken zij niet gunstig, zelfs vertragend. De hoogste lichtkracht schijnt in het algemeen wel gepaard te gaan met deeling en groei, maar niet met de snelste deeling en den krachtigsten groei. Bij gistings-verschijnselen, zoowel van bacteriën als van gewone gistsoorten heb ik iets dergelijks opgemerkt. Ook hier is in kolfjes met buitengewoon sterke gistingen de snelheid van de vermenigvuldiging betrekkelijk gering, en, evenals een zeer sterk lichtende cultuur van *Ph. indicum* veel langer voortduurt, dan een zwak lichtende, waarin spoedig dikke bacteriën-vliezen ontstaan, zoo is het ook met zekere bacteriëngistingen van eiwitachtige stoffen, bijv. de skatolgisting, die veroorzaakt wordt door een in den grond voorkomend rottings-organisme.

Aanvankelijk heb ik mijn proeven in een vasten cultuurgrond met *Ph. indicum* en *Ph. luminosum* alleen in agar-agar uitgevoerd. In zoodanige massa is echter de deeling en de koloniënvorming naar het schijnt aan bezwaren onderhevig en ik verkreeg daarmede tot nu toe niet zulke duidelijke uitkomsten als met de vier andere soorten. Intusschen kan ik toch een paar proefnemingen aanvoeren welke leerzaam waren. Deze betroffen de werking van gewoon kippeneiwit, caseïne, fibrine en gluten van tarwe. Kleine hoeveelheden dezer stoffen op lichtende *Indicum*-agargronden gebracht, die aanvankelijk met pepton licht hadden gegeven, maar begonnen uit te dooven, hebben diffusievelden van geringe afmeting voortgebracht, velden, die zoowel in lichtkracht als in groei den grond eenigszins vooruit waren, maar volstrekt niet in die mate als dit bij de overeenkomstige

proeven met *Ph. phosphorescens* en *Ph. Pflügeri* bij toediening van plastisch voedsel aan zwak lichtende gelatinegronden het geval is.

Hoe dit nu echter ook wezen moge, zeker is dat de genoemde onoplosbare eiwitachtige lichamen voor onze peptonbacteriën als licht- en plastisch voedsel dienst kunnen doen. Het is duidelijk, dat hierbij de door deze lichtbacteriën afgescheiden trypsine, de genoemde stoffen oplosbaar moet maken en in diflusibele lichamen moet omzetten. Intusschen waren de afmetingen der diffusievelden voor zoover zij door de vermeerderde activiteit der bacteriën zichtbaar werden, veel geringer dan verwacht moest worden op grond van de bekende diffusiesnelheid van handelspepton, gelijk die door de proeven met *Ph. phosphorescens* was vastgesteld. Een dergelijk peptonpreparaat tot vergelijking op een *Indicum*-agar plaat geplaatst, gaf echter ook een veel kleiner veld dan zich liet verwachten, en ik verkreeg den indruk, dat handels-pepton, een mengsel is van minstens twee stoffen van een ongelijke diffusiesnelheid, waarvan de minder snel diffundeerende de hoofdoorzaak, zoo niet de eenige oorzaak is van het lichten der peptonbacteriën terwijl ook de sneller diffundeerende te zamen met glycerine of andere koolstoflichamen, bij *Ph. phosphorescens* en de overige peptonkoolstof-lichtbacteriën, deze functie mogelijk maakt. Wij zagen boven, dat *Ph. phosphorescens* lichten en zwak groeien kan onder den invloed van zekere afscheidingsproducten van levende mikroben, stoffen, die eveneens voorkomen in alcohol-precipitaten van aftreksels van dierlijke en plantaardige weefsels, bijv. van pancreaspoeder. Hier wensch ik er op te wijzen, dat er zekere analogie schijnt te wezen tusschen deze stoffen en het hypothetische, langzaam diffundeerende plastische lichtvoedsel der pepton-lichtbacteriën, gelijk wij het zagen ontstaan onder den invloed van het tryptische enzym uit gelatine, eiwit, caseïne en gluten.

In den laatsten tijd heb ik beproefd *Indicum*-culturen tot stolling te brengen met gelatine en met de zoodoende verkregen lichtende gelatine-platen voedingsproeven uit te voeren. Het is mij gebleken dat dit zeer goed kan geschieden en

resultaten kunnen verkregen worden eer het smelten door het afgescheiden enzym begint. Dit eenigszins verrassende resultaat is het gevolg van de lage temperatuur waarbij men verplicht is te werken en bij welke de trypsine-afscheiding, en de groei uiterst langzaam zijn. Ingedroogd vischextract geeft op zoodanigen grond een uitgebreid zeer intensief lichtveld, dat echter weldra tot smelting komt. Pepton en asparagine geven daarop ieder voor zich zwakke licht en groeiverschijnselen. Rietsuiker, glucose en laevulose sterke uitdooving onder zuurafscheiding. Al deze reacties zijn echter gecompliceerd, en men weet daarbij weinig van den invloed van de onderzochte stoffen op de afscheiding van de trypsine en van de omzetting van de gelatine die daarbij, hoe weinig ook, gelijktijdig moet plaats hebben.

De peptonlichtbacteriën staan, wat het chemisme van hun voeding betreft volstrekt niet alleen. Het komt mij voor, dat alle tot nu toe nader bekend geworden *Spirillen* en *Vibrionen* op geheel overeenkomstigen wijze leven, dat wil zeggen hun plastisch voedsel uitsluitend aan peptonen ontleenen, die zij, evenals *Ph. indicum* door hun tryptisch enzym uit eiwitachtige stoffen kunnen bereiden. Zoo toonde Hueppe aan dat de choleraspirillen van Koch gekweekt kunnen worden in den inhoud van eieren, bijv. door in de schaal ergens een kleine opening te maken en daardoor heen een spoor bacteriën in het eiwit te brengen. Ik zelf cultiveerde eenige zeewaterspirillen op gelatine met zeewater zonder eenig ander voedsel en verkreeg daarop sterken groei, allerlei stoffen aan deze gelatine toegevoegd waren werkeloos. Een uiterst interessante pigmentbacil, die algemeen in den grond voorkomt, groeit onder afscheiding van een violette kleurstof en onder vorming van een krachtig smeltend enzym op zuivere gelatine, en in melk ten koste van de caseïne. Ja het komt mij voor, dat wat men onder rotting verstaat steeds is een omzetting van eiwitachtige lichamen onder den invloed van peptonbacteriën. Zeker geldt dit ten opzichte van de meest gewone van alle rottingsbacteriën, namelijk *Bacillus fluorescens liquefaciens*, die ook van gelatine alleen, uitmuntend kan leven en die de gewone oor-

zaak is van het bederf van erwten- en boonenaftreksels. Ook een der bacillen van de zoogenaamde pancreasrotting leeft en werkt op overkomstige wijze. Of daarbij al of niet stinkende bijproducten ontstaan, schijnt zoowel afhankelijk te wezen van de chemische natuur van het omgezette lichaam, in het bijzonder van het voorkomen of ontbreken van zwavel of phosphorus in de chemische formule daarvan, als van den physiologischen toestand der betrokken bacteriën. Dat hierbij laatstgenoemde factor, namelijk de toestand waarin de bacteriën verkeeren van invloed moet wezen, blijkt bijv. uit het feit, dat zelfs *Photobacterium luminosum*, die bij lagere temperatuur groeiend slechts reukelooze producten uit gelatine vormt, na eenige dagen daarop bij hooge temperatuur gekweekt te zijn, een geheel andere, aan den reuk herkenbare omzetting veroorzaakt, en daarmede ook bij voortzetting der culturen bij lagere temperatuur nog eenigen tijd voortgaat. Bij deze soort is echter ook de lichtfunctie zeer veranderlijk en, zooals wij boven zagen, in hooge mate gevoelig voor de temperatuur.

---

9. Theorie van de lichtfunctie.

De lichtfunctie is bij lichtbacteriën, evenals bij alle andere lichtende soorten door de gansche organische wereld aan de levende stof gebonden. De afzondering van eenig lichtend bestanddeel of van een photogene stof, die buiten de levende cellen lichtend zou kunnen worden, is nimmer gelukt *). Zelfs het afzonderlijke bestaan van eenig lichaam, dat wellicht niet aan de levende cellen zou kunnen onttrokken worden, maar waarop niettemin de verschijnselen van het lichten teruggebracht moeten worden, is door geen enkele proef waarschijnlijk geworden.

De lichtfunctie is, naar mijn oordeel, op overeenkomstige

---

*) Het door Spallanzani ontdekte lichtende slijm, waarmede sommige kwallen van de Middellandsche zee hun omgeving lichtend kunnen maken, is levend protoplasma door openbarstende cellen van de lichtorganen uitgestooten (zie verder pag. 293).

wijze aan de levende moleculen gebonden als de gistingsfunctie. Ook ten opzichte van de alcoholische gisting is, vooral op het voorbeeld van LIEBIG na het algemeener bekend worden van de beteekenis der enzymen, veelvuldig aangenomen, dat daarbij eenige specifieke stof moest werkzaam zijn, welke, wel is waar, niet aan de gistcel kon worden onttrokken, maar die toch op overeenkomstige wijze als de diastase het amylum omzet in maltose en dextrine, de suiker zou splitsen in alcohol en koolzuur. Naar ik meen is HOPPE-SEYLER nog steeds een aanhanger van deze hypothese. Meer en meer blijkt de onvruchtbaarheid daarvan, en sinds de onderzoekingen van PASTEUR begint men dit standpunt geheel te verlaten.

Intusschen, om tot de lichtfunctie terug te keeren, er zijn verschillende pogingen aangewend om het bewijs te leveren voor het bestaan van een specifieke lichtstof; gewoonlijk werd ondersteld, dat de oxydatie daarvan de naaste aanleiding tot de lichtontwikkeling zou zijn. Tot deze laatste onderstellingen meende men recht te hebben op grond van de proeven door MACAIRE *) en MATEUCCI †) met de lichtorganen van de glimvormen genomen. PHIPSON §) gaf aan het denkbeeld een meer concreten vorm door aan de hypothetische lichtstof van *Raja* den naam van »noctilucine" te geven, maar zijn beschouwingen en waarnemingen bewijzen niet, dat de levende stof als drager van de lichtfunctie is uitgesloten.

Meer waarschijnlijkheid verkreeg het bestaan van een afzonderlijk lichtend principe door de waarnemingen van RADZISZEWSKY **). Hij ontdekte de sterke lichtkracht van lophine, wanneer dit lichaam, opgelost in amylalkohol, op vast kalihydraat wordt gegoten. Hierbij ontstaat een vloeistof, die door langzame oxydatie bij gewone temperatuur

---

*) GILBERT's *Ann. d. Physik.* Bd. 70, p. 265. 1822.

†) Leçons zur les phénomènes des corps vivants. Ed. Franç. pag, 145, 1847.

§) Sur la matière phosphorescente de la raie. *Cpts. rendus*, T. 51, p. 541, 1860. Sur la noctilucine, Ibid. T. 75, pag. 547. 1872.

**) Ueber das Leuchten des Lophins. *Berichte der deutsch. Chem. Gesellsch.* Bd. 10, pag. 70, 1877.

even zoo sterk licht als matig heldere culturen van *Photobacterium indicum* (dus iets zwakker dan *Ph. phosphorescens*) en die een daarmede overeenkomstig, ofschoon niet indentiek, continu lichtspectrum van geel en groen licht vertoont *). Maar de verhouding tot de temperatuur is hier een geheel andere. *Photobacterium indicum* houdt in visch-pepton-gelatine-culturen bij 36,5° C. plotseling op te lichten, om beneden die temperatuur onmiddelijk weder te beginnen, m. a. w. hier is het lichten een physiologische werking bij uitnemendheid. De lophineoplossing stijgt daarentegen aanhoudend in lichtkracht met stijgende temperatuur, volgens mijn eigen ondervinding zeker tot 60° C., en vertoont bij die temperatuur volstrekt geen plotselinge verzwakking, maar geeft natuurlijk den indruk, dat hier een gewoon chemisch proces plaats heeft. RADZISZEWSKY heeft door vele andere voorbeelden getracht te bewijzen, dat de analogie tusschen organisch- en chemisch-phosphorescentielicht werkelijk zeer groot zou zijn, hij wijst er bijv. op †), dat protagon in toluol opgelost bij 45° sterk groen licht geeft met choline, voor zoover vrije zuurstof aanwezig is, en hij denkt daarbij blijk-

*) Prof. F. LUDWIG, te Greiz, heeft de goedheid gehad mij het volgende mede te deelen over het licht van een drietal soorten van lichtbacteriën, welke ik hem had toegezonden: „Das Spectrum des *Photobacteriumlichtes* schwankt übrigens nicht unwesentlich nach dem Substrate. So ist das Licht auf Schweinefleisch im Vergleich zu dem blaugünen Gelatinelicht *weiss* bei *Ph. phosphorescens*. Der Anfang des Spectrums liegt denn auch bei dem Gelatinelicht nicht bei *D* sondern etwas bei *Eb*, wie mir auch jetzt ein directer Vergleich bestätigt. *Ph. Fischeri* und *Ph. Pflügeri* einerseits, *Ph. phosphorescens* anderseits konnte ich leicht durch ein hell orange gefärbtes und ein blaues Glas unterscheiden, in dem dort das Licht besser durch das orangegefärbte, hier besser durch das blaue Glas ging."

De afhankelijkheid der lichtkleur van den aard van het voedsel is blijkbaar in strijd met de theorie eener specifieke lichtstof.

Overigens is het merkwaardigste resultaat van talrijke onderzoekingen in de literatuur verspreid, dat het lichtmaximum van het organische lichtspectrum *in vele gevallen* gelegen is nabij de lijn *b* in het groen ($\lambda = 528{,}26$) en daarmede bij *Pyrophorus noctilucus* volgens DUBOIS nauwkeurig samenvalt. Daar ter plaatse nu is ook juist gelegen de grootste intensiteit van het zonne-spectrum (CHARPENTIER, *Cpts. rendus.* 1885 p. 182), en daarvoor heeft ons gezichtszintuig de grootste gevoeligheid.

†) Ueber die Phosphorescenz der organischen und organisirten Körper, LIEBIG's *Annalen*, Bd. 203, pag. 305, 1880.

baar aan de algemeene verspreiding van lecithine als bestanddeel van levend protoplasma. Bij de herhaling van vele proeven van RADZISZEWSKY, heb ik zijne opgaven niet alle kunnen bevestigen, zoo kon ik bijv. volstrekt geen lichtverschijnselen waarnemen bij bittere amandelolie gegoten op barythydraat.

DUBOIS is bij zijn studiën over het licht der Pholaden *) tot een gelijksoortige conclusie gekomen als RADZISZEWSKY. Hij spreekt van een kristaliseerbaar bestanddeel der lichtcellen, waaraan hij den naam geeft van luciferine, en een enzym, de luciferase, dat in contact daarmede licht zou doen ontstaan. Maar de schrijver was bij zijn uitvoerige en schoone onderzoekingen over *Pyrophorus noctilucus* †) niet tot het aannemen van zoodanige hypothese gevoerd. In deze verhandeling komt hij echter tot het besluit, dat het lichten in de lichtorganen van *Pyrophorus* plaats kan hebben zonder contact met vrije zuurstof. Was dit werkelijk bewezen, dan zou ik mij verplicht rekenen de hypothese, dat het licht aan den levenden toestand van het protoplasma gebonden is, te laten vallen. Evenwel heb ik mij niet kunnen overtuigen, dat de proeven, die DUBOIS beschrijft, zijn opvallende onderstelling bewijzen. Hij trekt namelijk zijn besluit uit het feit, dat gedroogde lichtorganen na in een glasbuis te zijn geplaatst die luchtledig was gepompt, op het oogenblik dat hij daarin lucht-houdend water bracht, plotseling begonnen te lichten en dit gedurende 40 minuten bleven doen. Naar mijn oordeel was hier een voldoende hoeveelheid zuurstof in de organen zelve achtergebleven. Lichtbacteriën zouden buiten twijfel hetzelfde verschijnsel vertoonen §), hoezeer door andere proeven uiterst gemakkelijk bewezen kan worden, dat voor het lichten der

---

*) *Comptes rendus*, T. 105, pag. 690, 1887.

†) Les Elatèrides lumineux, *Bullet. d. l. Soc. Zoöl. de France*. T, 11, p. 1, 1886.

§) *Photobacterium phosphorescens* kan nagenoeg ¼ uur in gedroogden toestand bewaard worden, maar sterft dan; *Ph. indicum* en *Ph. luminosum* sterven bij drogen onmiddellijk.

bacteriën de vrije zuurstof een noodzakelijke vereischte is. Maar deze vrije zuurstof kan in zekere hoeveelheid in losgebonden vorm, hoezeer vast genoeg om in het vacuum niet te ontwijken, in de zelfstandigheid der bacteriën opgehoopt voorkomen, en ik twijfel er niet aan, dat ditzelfde het geval moet zijn bij de lichtcellen van *Pyrophorus*. Merkwaardig genoeg was ook QUATREFAGES *) in zijn verhandeling over *Noctiluca miliaris* tot de slotsom gekomen, dat de lichtfunctie bij landdieren wel, maar bij *Noctiluca* niet op langzame verbranding berust, omdat zijn proeven hem leerden, dat het lichten in zuiver koolzuur lang voortduurt. Maar ook dit is het geval met de lichtbacteriën en bewijst alleen hoe uiterst gering het zuurstofverbruik is, dat met het lichten gepaard gaat. Overigens schijnt ook QUATREFAGES het bestaan van een afzonderlijke lichtstof in *Noctiluca* aan te nemen.

Na het doorlezen van de omvangrijke literatuur, die ik hier niet verder vervolgen wil, heb ik slechts één enkele waarneming gevonden, die op het eerste gezicht strijdig schijnt te wezen met de theorie dat de lichtfunctie aan den toestand van leven van het protoplasma gebonden is. Deze waarneming is van OWSJANNIKOW †). Hij vermeldt dat de lichtorganen van *Lampyris noctiluca* in verdund chroomzuur, osmiumzuur en spiritus meer dan 70 uren kunnen voortgaan met licht te ontwikkelen. Hij vermeldt echter den graad van verdunning dezer stoffen niet, zoodat zelfs dit feit mij volstrekt niet overtuigen kan, dat de betrokken organen dood waren, maar naar mijn oordeel alleen de gevolgtrekking wettigt, dat de levenskrachten met buitengewone taaiheid aan de levende stof der lichtcellen gebonden kunnen zijn.

De slotsom van al het voorgaande schijnt te wezen, dat er geen enkel afdoend bewijs is gegeven, dat de lichtfunctie van een bijzonder afscheidingsproduct of van eenigerlei

---

*) Mémoire sur la phosphorescence de quelques invertebrés marins. *Ann. d. sc. nat. Zoöl.* 3me Sér. T. 14, p. 236, in § 10. 1850.

†) Zur Kenntniss der Leuchtorgane von *Lampyris noctiluca*. *Mém. de St. Pétersbourg*. 7me sér. T. 11, pag. 1, 1868.

gewoon chemisch lichaam zou afhankelijk zijn. Er schiet niets anders over dan daarin een specifieke physiologische functie te zien, overeenkomende met de gistingsfunctie, het reduceerendvermogen, de contractiliteit, de prikkelbaarheid, en die alleen als zoodanig opgevat met vrucht bestudeerd kan worden.

Dit is de zelfde conclusie waartoe PFLÜGER reeds een vijftiental jaren geleden is gekomen *). PFLÜGER was de eerste die de lichtbacteriën aan een wetenschappelijk physiologisch onderzoek onderwierp en zijn woorden met betrekking tot onze oogenblikkelijke beschouwing verdienen hier herhaald te worden; zij luiden als volgt: »Da somit die Reizbarkeit bewiesen ist so ist gezeigt, dass die leuchtende Substanz lebende Materie ist. Denn die Reizbarket ist die erste und wichtigste Function der lebendigen Materie" (pg. 285). PFLÜGER's proeven stellen verder ten aanzien der lichtbacteriën van lichtende visch de noodzakelijkheid van de vrije zuurstof voor de lichtfunctie buiten twijfel, en hij komt zoodoende ten slotte tot de conclusie: »Der Lebensprocess ist die intramoleculare Wärme höchst zerzetsbarer, wesentlich unter Bildung von Kohlensäure und Wasser und amidartigen Körpern sich spaltender im Zellsubstanz gebildeter Eweissmolecüle, welche sich fortwährend regeneriren und auch durch Polymerisirung wachsen."

Zonder nu juist het laatste van de voorgaande citaten geheel te willen onderschrijven, meen ik toch dat PFLÜGER met juistheid het verband tusschen ademhaling, lichtfunctie en leven in de aangevoerde bewoordingen heeft omschreven.

Op grond van wat ik bij de lichtbacteriën heb waargenomen meen ik, gelijk ik dit reeds herhaaldelijk heb gezegd, wat de nauwkeurige bepaling van de lichtfunctie betreft, nog een stap verder te kunnen gaan. Alles wat dienaangaande tot nu toe bekend is geworden, is of in overeenstemming met, of voert noodzakelijk tot de gevolgtrekking, dat het lichten samengaat met den overgang der peptonen

*) Die Phosphorescenz der lebenden Organismen und ihre Bedeutung für die Principien der Respiration. *Archiv.* Bd, 10, p. 275, 1875.

van het voedsel in georganiseerde, levende stof. Dit geschiedt steeds onder den invloed van vrije zuurstof, bij de peptonkoolstofbacterien onder medewerking van een afzonderlijke koolstofbron, bij de peptonbacteriën met of zonder zoodanige medewerking.

Op de vraag, waarom niet alle organismen wier groei berust op peptonvoeding lichtend zijn, geloof ik dat het antwoord moet wezen, dat de levende stof der verschillende soorten uit den aard der zaak chemisch verschillend moet zijn, omdat juist daarop het verschil der soorten berust, en dat het niet te verwachten is, dat de bewegingstoestanden der moleculen bij den overgang van dezelfde initiale stoffen in specifiek verschillende lichamen identiek zouden zijn. Alleen dan wanneer die stoffen werkzaam zijn bij het constitueeren van een lichtend organisme of van een lichtorgaan, zouden hun bewegingstoestanden zoodanige moeten wezen, dat daaruit lichtontwikkeling voortvloeit.

Deze opvatting geeft aanleiding tot twee moeielijkheden. Vooreerst deze: In de lichtorganen der glimwormen en Pyrophoren gaat de lichtontwikkeling gepaard met het afsterven van cellen of van protoplasma onder vorming van een groote hoeveelheid spherokristallen van ammoniumuraat (volgens Kölliker) of guaniue (volgens R. Dubois). Hier tegenover stel ik het feit, dat in deze organen tegelijkertijd in de lichtcellen zelve, of in een meer naar buiten gelegen laag celregeneratie plaats heeft, hetzij door deeling gelijk bij *Pyrophorus*, waar »lichtlaag" en »excreetlaag" beide meerdere cellen dik zijn, of door vernieuwing van het actieve protoplasma, gelijk bij *Lampyris*, waar de »lichtlaag" en de »excreetlaag" elk slechts één cellaag dik zijn, en dat het veel waarschijnlijker is dat hier, evenals bij de lichtbacteriën het *groeien* gepaard gaat met lichtontwikkeling dan het *afsterven*. De buitengewoon sterke excretie, die hier met het lichten verbonden is, zou slechts bewijzen dat de chemische constitutie van het protoplasma der lichtorganen niet langs denzelfden weg uit het voedsel bereikt wordt als de overeenkomstige (maar natuurlijk niet identieke) constitutie van de overige lichaamscellen, wier vorming met minder intensieve afscheidingen schijnt

gepaard te gaan *). Maar juist dit verschil in weg zou ook de aanleiding wezen, waarom in het ééne geval wel en in het andere geen lichtontwikkeling wordt waargenomen.

Een tweede moeielijkheid schijnt gelegen te zijn in het »bliksemlicht", dat vooral zeedieren, als middel tot zelfverdediging door schrikaanjaging, kunnen uitzenden. Dit licht staat onder den invloed van zenuwprikkels en berust niet onwaarschijnlijk op het plotseling invrijheidstellen van een zuurstofreserve, die door de zenuwkrache aan banden kan worden gehouden, banden die plotseling kunnen worden verbroken. Onze theorie eischt, dat peptonen gereed liggen met de zuurstof samen plotseling in den georganiseerden toestand van levend protoplasma over te gaan. Wellicht gevoelt men zich geneigd een zoodanigen gang van zaken veeleer aan een ontleding van levende stof dan aan den opbouw daarvan toe te schrijven. Toch zijn er feiten die ook in dit geval voor het hier verdedigde gevoelen schijnen te pleiten, bijv. de rustperioden, die vereischt worden om de genoemde werking bij herhaling mogelijk te maken. Nu kan men wel aannemen, dat deze perioden bestemd zijn om de afscheidingsproducten, die bij het bliksemlicht ontstaan tijd te geven om weggevoerd te worden, zoodat daarmede de aanleiding tot vermoeienis wordt weggenomen, — en ik geloof ook daarin ten deele de beteekenis dezer periodiciteit te moeten zien, — maar slechts ten deele, en ik beschouw de rustperioden als even noodzakelijk om den aanvoer der reageerende peptonen mogelijk te maken. In elk geval staat thans het feit vast, dat de lichtontwikkeling bij de lichtbacteriën met peptonverbruik gepaard gaat, en hier zijn alle proeven veel overzichtelijker en laten veel mindere reden tot twijfel bestaan dan bij de hoogere wezens.

Van het vraagstuk van de vermoeienis kan ik echter niet

---

*) Dat zoowel het onderscheid tusschen de verschillende organen van een en hetzelfde organisme, als het onderscheid tusschen verschillende soorten van organismen op een verschil in samenstelling van het constitueerend protoplasma moet berusten, is zeker aan geen twijfel onderhevig.

afstappen, zonder de eigenaardige ontdekking van QUATREFAGES (l. c. zie p. 287) ten aanzien van het licht van *Noctiluca miliaris* in herinnering te hebben gebracht. Dit infusorium kan tweeërlei soorten van licht uitstralen, namelijk »physiologisch licht" en »pathologisch licht". Het eerste wordt bij krachtig normaal leven waargenomen, het laatste onder den invloed van schadelijke invloeden, die weldra den dood zullen tengevolge hebben, bijv. aan kleine fragmenten van de huidlaag vóór het afsterven. QUATREFAGES ontdekte, dat krachtig lichtende, gezonde dieren, onderzocht bij een vergrooting van 100 à 120 lineair, niet gelijkmatig over hun geheele lichaamsoppervlakte lichtend zijn, maar als het ware bezaaid zijn met kleine lichtvelden, welke ieder op zichzelve met een sterrenhoop kunnen vergeleken worden, daar zij bestaan uit een zeer groot getal uiterst fijne lichtpunten. In den toestand van pathologisch lichten vond hij daarentegen de geheele huidlaag gelijkmatig lichtend. Hij vermeldt niet, of de lichtvlekken in den normalen toestand standvastige plaatsen innemen, ik vermoed dat dit niet het geval zal blijken te zijn. Wel zegt QUATREFAGES, dat elke vlek beantwoordt aan een protoplasmabalk, die uit het inwendige komende zich tegen de huidlaag aanzet, maar of de stand dezer balken constant is, laat hij in het midden, en ik betwijfel dit. In elk geval heeft hier de protoplasmabalk echter een bepaalden invloed en is blijkbaar het middel tot voorkoming van het pathologische licht. Evengoed laat zich deze invloed verklaren door aan te nemen, dat de balken de afscheidingproducten bij de lichtfunctie gevormd wegvoeren, als door de onderstelling dat zij de noodzakelijke stoffen voor de lichtontwikkeling aanvoeren. Bij het pathologische licht moet de band die de vrije zuurstof locaal gebonden houdt, gesprongen zijn, en de beschikbare peptonen al of niet ondersteund door amiden of andere koolstofverbindingen, kunnen in levende stof overgaan, zoolang totdat zij zijn opgebruikt, dat wil zeggen tot het oogenblik van den dood.

Bij de Indische lichtbacteriën heb ik in den laatsten tijd verschijnselen opgemerkt, welke evenals bij *Noctiluca*, wijzen op het bestaan van »physiologisch" en »pathologisch" licht,

maar op de bijzonderheden wensch ik thans niet nader in te gaan.

---

10. Bezit het bacteriënlicht een biologische beteekenis?

De vraag of de lichtbacteriën in den strijd voor het bestaan nut trekken van hun lichtvermogen, moet, naar ik geloof, ontkennend worden beantwoord. Liet zich aantoonen dat lichtende, hoogere zeedieren lichtend zijn door symbiose met lichtbacteriën, dan zou het oordeel anders moeten uitvallen, maar dit is nog in geen enkel geval aangetooond. Wel heeft Prof. Dubois medegedeeld dat hij van lichtende Pholaden lichtbacteriën, *Bacillus Pholas*, heeft geisoleerd *), maar hij heeft daar later aan toegevoegd, dat hij toch overtuigd is van het bestaan van een afzonderlijk lichtorgaan bij deze dieren. Hij had verder de beleefdheid mij mikrophotographieën van *B. Pholas* toe te zenden, die ik echter voor identiek houdt met mijn *Photobacterium luminosum*. Prof. Hoffmann te Leiden had de welwillendheid mij op mijn verzoek een groote voorraad levende Actinien en Pholaden af te staan, ik ontving ze echter in niet lichtenden toestand. Het mikroskopisch en bacteriologisch onderzoek der weefsels leerde deze als bacteriënvrij kennen. Wel was het siphoslijm van *Pholas dactylus* en *Ph. carinatus* rijk aan bacteriën †) verwant of identiek met den niet lichtenden toestand van *Photobacterium luminosum*, maar uit de cellen van wat ik als het lichtorgaan meende te moeten beschouwen kwamen geen bacteriën op.

Dr. Wijsman heeft met veel vaardigheid uit lichtend zeewater van het strand te Scheveningen een sterk lichtende Dinoflagellaat geisoleerd, welke gedetermineerd werd als *Ptychodiscus Noctiluca* Stein, en deze in vischpeptongelatine fijn gewreven. Lichtende bacteriën zijn er volstrekt niet uit opgekomen. Ik zelf heb van het Schevingschen strand twee lichtende *Sertularia*-soorten en een *Obelaria* verzameld, deze in zeewater goed gereinigd, toen in gesteriliseerd zeewater

*) *Comptes rendus* T. 107, p. 502, 1888.

†) En aan spermatozoïden.

verdeeld en dit op vischgelatine uitgegoten: ook daarbij verkreeg ik slechts enkele niet lichtende bacteriënkoloniën. Bij het mikroskopisch onderzoek van den centralen mergstreng dezer dieren vond ik zeer eigenaardige gestrekte cellen, die ik aanvankelijk voor bacteriën hield, maar ik geloof nu niet meer, dat zij dit werkelijk zijn. Overigens gevoel ik, dat al zulke negatieve proeven weinig bewijzen voor de stelling, dat mikroben aan het verschijnsel van het lichten *niet* ten grondslag kunnen liggen, want wellicht, zoo kan men beweren, verliezen de mikroben in het lichaam der dieren hun vermogen tot vrije vermeerdering daarbuiten *). Maar zelfs wanneer dit het geval ware zou daardoor, dat wat ik thans aannemelijk tracht te maken, niet weerlegd zijn. Indien toch de éénmaal ingedrongen bacteriën hun vermogen om buiten het dier te leven verloren hebben, dan vervalt daarmede de mogelijkheid, dat de mikroben van zee en strand uit deze lichtende dieren afkomstig zijn. Aan een selectieproces te denken door de lichtende dieren op de lichtbacteriën uitgeoefend houd ik derhalve voor ongerijmd.

Het vroeger (pag. 283) genoemde lichtslijm, dat vele zeedieren, zooals sommige lichtende Anneliden en eenige Medusen bij naderend gevaar in het zeewater verspreiden, bestaat uit netelcellen en levend protoplasma uitgestooten uit de lichtcellen. Reeds SPALLANZANI †) merkt daarvan op, dat het »netelt", en wel zoo sterk dat het branden op de tong een dag lang voortduurt; verder zag hij, dat dit slijm eenigen tijd in

*) Deze redeneering is op de volgende waarneming gegrond. De zoöchlorellen (*Zoöchlorella conductrix* BRANDT) van *Hydra viridis* zijn zonder twijfel van buiten in het lichaam dezer dieren gedrongen wieren, naar mijn oordeel behoorende tot het geslacht *Chlorococcum*, waarvan ik sinds nagenoeg een jaar eene soort in gelatineculturen bezit. De zoöchlorellen zelve kunnen echter niet op gelatine of in vloeistoffen gecultiveerd worden; zij houden op zich te deelen, wanneer zij niet langer in contact zijn, met het levende protoplasma van de dierlijke cellen. Hetzelfde vond ik ten aanzien van de zoöchlorellen van *Paramaecium Bursaria* en *Stentor polymorphus*. Ook *Zoöchlorella parasitica* BRANDT, van *Spongia fluviatilis*, is niet in vrije cultuur te brengen.

†) Reis naar de beide Sicilien 1793, Cap. 27. Ik citeer volgens EHRENBERG, Das Leuchten des Meeres, *Abh. Berl. Akad.* 17 April 1834, p. 44.

zeewater, in urine, of in melk kan voortlichten, maar dan uitdooft, — blijkbaar door afsterven. Ook in dit geval kan dus niet aan lichtbacteriën worden gedacht.

Intusschen kan ik niet nalaten hier nog een eigen ondervinding mede te deelen, die overeenkomt met wat DUBOIS aangaande *Pholas* heeft vermeld.

Toen ik in Aug. 1888 *Photobacterium luminosum* uit het zeezand had geisoleerd, merkte ik op, dat zekere, op warme zomeravonden veelvuldig op het strand geworpen lichtmedusen, die ik voor *Phialidium variabile* houd, na op het zand te zijn fijn gewreven een helder lichtend slijm achterlaten, dat volkomen in lichtkracht beantwoordt aan mijn culturen van *Ph. luminosum*. Ik nam nu na zorgvuldig afwasschen in zeewater enkele der dieren mede en heb die op de zelfde wijze onderzocht als boven beschreven. Uit één daarvan is een rijke reincultuur van *Ph. luminosum* opgekomen. Het is niet te ontkennen, dat het dier in contact was geweest met het zeewater en met het zeezand, die beide *Ph. luminosum* bevatten. Maar ditzelfde geldt ten opzichte van de andere genoemde lichtende dieren. Voorloopig leid ik uit deze waarneming alleen af, dat de substantie van het medusenlichaam een uitmuntend voedsel voor deze lichtbacterie moet wezen, een feit, dat zeker niet zonder belang is; maar gewoon vischextract is dit bij de noodige voorbereiding eveneens, zoodat daarbij aan geen bijzondere biologische beteekenis schijnt gedacht te moeten worden.

Nu is er nog een andere vraag. Kan het lichtend worden van *doode* zeedieren langs het strand wellicht een middel van verspreiding zijn voor de lichtbacteriën?

Ook deze vraag kan zonder bedenken ontkennend worden beantwoord. De stroomen van de zee zullen waarlijk wel voor een voldoende verspreiding der lichtbacteriën zorgen, de branding en het strand langs de Noordzee zijn, — zoo was het ten minste in 1888, — met een ware cultuur dezer bacteriën bedeeld. Verder valt aan verspreiding door vogels niet te denken, omdat de lichtbacteriën niet tegen uitdrogen bestand zijn, waardoor het verslepen door middel van lichtende voorwerpen bijna geheel is buitengesloten, en nog veel min-

der kunnen de lichtbacteriën zure verteringsappen der dieren verdragen, waardoor ook de verspreiding door de excrementen van vogels onmogelijk wordt.

Niemand weet welke ontdekkingen in de toekomst zullen gedaan worden ten opzichte van het leven in de diepte van den oceaan, waarover eerst in den laatsten tijd eenig licht begint op te gaan, en waaruit blijkt, dat de diepe duisternis, die daar heerscht, opgehelderd wordt door de stralen van talllooze lichtdieren, wier biologie onbekend is. Maar voorloopig hebben wij geen aanwijzingen om daarmede de lichtmikroben in verband te brengen, zoodat ik geloof dat ieder zal toegeven, dat er geen grond is om in het bacteriënlicht een voor deze mikroben nuttig verschijnsel te zien. Blijkbaar is dit licht het accidenteele gevolg van chemische omzettingen, even onafhankelijk van de biologische mogelijkheid tot het voortbestaan der bacterien, als het lichten van de lophine dit is voor de chemische mogelijkheid van het bestaan dezer stof. Deze conclusie wordt nog versterkt door het feit, dat *Photobacterium luminosum* veel gemakkelijker en langduriger in den niet lichtenden toestand is te verkrijgen en ook werkelijk verkeert, dan als lichtbacterie. Alleen een zeer actieve ontwikkeling bij een lage temperatuur (15° C.) gaat met een krachtig lichtverschijnsel gepaard, — het langzame leven bij ontoereikende voeding, en de zeer actieve groei bij hoogere temperaturen gaan daarentegen samen met volkomen duisternis, en in dezen laatsten toestand zullen onze lichtbacteriën langs de zeestranden wel gewoonlijk verkeeren; slechts bij uitzondering zullen de voedingsvoorwaarden, welke het zeewater aanbiedt voldoende zijn voor snelle vermenigvuldiging gepaard met krachtig licht. Deze laatste redeneering geldt wel is waar niet in dezelfde mate ten opzichte van *Photobacterium Pflügeri* en *Ph. phosphorescens*, wier lichtkracht ook bij veel minder actief leven voortduurt, maar bij geheel ontoereikende koolstofvoeding, zonder dat de dood daarmede behoeft gepaard te gaan, toch ook volkomen verdwijnt, zoodat ik mij voorstel, dat ook deze bacteriën het grootste deel van het jaar in duisteren toestand in strand en zee voortbestaan.

11. Toepassingen op het onderzoek van enzymen.

a. Onderzoek van diastische enzymen.

In het begin van dit opstel heb ik er op gewezen, dat *Ph. phosphorescens* op maltose reageert, terwijl *Ph. Pflügeri* dit niet doet. Van deze eigenschap is op eenvoudige wijze gebruik te maken bij het zoeken naar het antwoord op zekere physiologische vragen, die langs den gewonen chemischen weg niet dan moeielijk zijn uit te maken, namelijk het beslissen of bij diastatische processen glucose of maltose als omzettingsproduct ontstaat. De uitvoering en de beteekenis van zoodanige proef zal uit het volgende duidelijk worden *).

Aan zeewater met 8 pCt. gelatine, 1 pCt. pepton, en $^1/_4$ pCt. goed doorgekookte aardappelstijfsel, voegt men aan een eerste hoeveelheid *Ph. phosphorescens* in overmaat, aan een tweede partij *Ph. Pflügeri* in overmaat toe. Na het stollen ontstaan gelijkmatig lichtende gelatineplaten, waarin de stijfsel geheel onveranderd blijft voortbestaan, daar *Ph. phosphorescens* en *Ph. Pflügeri* deze stof niet als voedsel kunnen gebruiken, noch daarin eenigerlei omzetting teweegbrengen omdat zij geen enzymen afscheiden, welke diastatische werking uitoefenen. Plaatst men nu echter op de oppervlakte der beide gelatineplaten verschillende preparaten, welke diastase bevatten, dan diffundeert deze in de gelatine naar alle zijden en zet de stijfsel om in suiker en dextrine. Hierbij wordt het volgende waargenomen.

Wanneer men als diastasehoudende preparaten gebruik maakt van maltase en dextinase uit mout, van pancreasdiastase †), ptyaline §), nefrozymase **), amylobacter-

*) Verg. Wijsman l. c., zie pag. 246.

†) Verkregen door levend pancreasweefsel in sterken alkohol te brengen. Er ontstaat dan een witte massa, die gemakkelijk tot poeder kan gewreven worden, en die vrij is van trypsine zoodat de gelatine onder den invloed daarvan niet smelt.

§) Verkregen door speeksel met chloroform te schudden. Cellen en slijm bezinken met een gedeelte van de chloroform. De bovendrijvende vloeistof is een oplossing van ptyaline in chloroformwater, en kan in een gesloten flesch onbegrensd lang bewaard blijven.

**) Verkregen door urine te precipiteeren met alkohol.

diastase *), diastase van de vruchtwanden van *Cytisus Laburnum*, van ontkiemde boekweit, van ontkiemde zaden en *Mirabilis Jalapa*, of eindelijk van maïsdiastase, dan ziet men op den *Phosphorescensgrond* weldra sterke lichtvlekken ontstaan, die opgevolgd worden door groeivelden. Op den *Pflügerigrond* ontstaan geen ware licht- en groeivelden door diffundeerende stoffen, maar er is alleen op de plaatsen, waar de diastasepreparaten de gelatine onmiddelijk aanraken een zwak verschijnsel van groei en een sterk locaal lichteffect waar te nemen, waarvan de verklaring vroeger (pag. 264) is gegeven.

Uit deze proeven volgt, dat de genoemde diastasesoorten geen glucose als omzettingsproduct voortbrengen. Of evenwel in al deze gevallen alleen maltose als lichtmateriaal ontstaat betwijfel ik, en geloof veeleer, dat hierbij in bepaalde gevallen nog een andere suiker ontstaat, welke met *Ph. phosphorescens* lichtgevend is zonder dit te wezen met *Ph. Pflügeri* en die wellicht in het midden staat tusschen de maltose en de niet lichtende maltodextrine.

b. Onderzoek van inverteerende enzymen.

Een tweede reeks van toepassingen waartoe de lichtbacteriën aanleiding kunnen geven is die naar het onderzoek van de inversieproducten van suiker, onder den invloed van inverteerende enzymen, door gistsoorten of andere mikroben afgescheiden. Een voorbeeld zal mijn meening duidelijk maken.

Aan zeewaterpeptongelatine voegt men een overmaat van *Ph. phosphorescens* toe. Na korten tijd houdt het lichten van de gestolten gelatinelaag op wegens gebrek aan assimileerbare koolstofverbindingen. Nu late men daarin diffusievelden ontstaan van rietsuiker, raffinose en melksuiker, alle lichamen, welke niet door de lichtbacteriën worden omgezet en dus tot geene locale lichtverschijnselen aanleiding geven. Trekt men evenwel in deze diffusievelden strepen van inverteerende mikroben, of plaatst men daarop kleine

*) Verkregen door een normale butylalkoholgisting, veroorzaakt door *Bacillus Amylobacter*, met alkohol te precipiteeren.

hoevelheden van de daardoor afgescheiden invertine, dan worden de genoemde suikers daar ter plaatse in invertsuiker omgezet, die, gelijk de ondervinding leert, uitmuntend lichtvoedsel is voor de gewone lichtbacteriën. In het bovengenoemde geval, waarbij men over raffinose-, melksuiker- en rietsuiker-diffusievelden beschikt, laat zich de volgende niet onbelangrijke proef uitvoeren.

Saccharomyces Kefyr, de gist uit de kefyrkorrels, is in staat melksuiker te vergisten, wat door de biergist, *Sacch. cerevisiae*, en de wijngist *Sacch. ellipsoideus* niet geschiedt. Rietsuiker en raffinose worden echter door al deze drie gistsoorten geinverteerd, en dus voor alkoholgisting geschikt gemaakt. Trekt men nu strepen van *Saccharomyces cerevisiae*, *Sacch. Kefyr* en *Sacch. ellipsoideus* door de diffussievelden der genoemde suikersoorten op den *Phosphorescens*-grond dan kan men na enkele dagen de volgende waarnemingen doen, welke de verklaring geven van de genoemde verschillen in geschiktheid tot vergisting van suikersoorten.

Sacch. Kefyr blijkt een enzym te vormen, de lactase, waardoor gelijk gezegd, de drie genoemde suikersoorten worden geinverteerd, dat is waardoor suikers ontstaan, die tot den groei van *Phosphorescens* aanleiding kunnen geven. Het gevolg is dat er rondom de strepen dezer gistsoort in de diffusievelden van alle drie genoemde suikers licht- en groeivelden van *Ph. phosphorescens* zichtbaar worden.

Sacch. cerevisiae en *Sacch. ellipsoideus* vormen evenwel een minder actief enzym, de invertine *), dat wel in staat is rietsuiker en raffinose, maar niet om melksuiker te inverteeren †). Hiervan is het gevolg, dat rondom de strepen van deze beide gistsoorten in het melksuikerveld met *Ph. phosphorescens* niets bijzonders geschiedt; de duistere toestand duurt voort, groei heeft niet plaats. Anders evenwel binnen de diffusievelden van rietsuiker en raffinose; deze suikers

*) De invertine van de biergist en de wijsgist schijnen identiek te wezen.

†) Hiermede in overeenstemming kan melk gemakkelijk met kefyrgist, daarentegen niet met bier- en persgist (persgist bestaat uit de zelfde soort als wijngist n. l. *Sacch. ellipsoideus*) tot gisting gebracht worden.

worden door de invertine wel omgezet, en leveren invertsuiker die zoowel tot groei als tot lichtontwikkeling van *Ph. phosphorescens* aanleiding kan geven. Hier moet ik echter opmerken, dat deze proeven zeer subtiel zijn, en in hun uitkomsten van bijomstandigheden kunnen afhangen, welke mij tot nu toe niet duidelijk zijn geworden *).

De invertine, de lactase en in het algemeen alle enzymen, worden uit hun oplossingen neergeslagen, hetzij met alkohol of met andere middelen, die volstrekt niet de zekerheid geven tot het verkrijgen van zuivere lichamen, of juister gezegd, die de zekerheid geven, dat er allerlei andere stoffen, in het bijzonder dextrinen, gommen en peptonen mede neerslaan. Het is daarom wenschelijk om bij het uitvoeren van proeven, waarbij enzymen zullen worden aangetoond door groei- of lichteffecten, de materialen, die de enzymen bevatten, zoowel te laten inwerken op een gelatinelaag, die behalve de mikroben welke als reactief dienen, ook nog de stof, die de enzymatische omzetting zal ondergaan, bevat als op een overeenkomstigen grond zonder de stof die omgezet zal worden. Uit de vergelijking van de resultaten in de twee gevallen verkregen, laat zich dan gewoonlijk het aandeel beoordeelen, dat de producten van de enzymwerking bezitten. Ook daarbij kan men echter een fout maken, want het is mogelijk, — en bij het onderzoek van de diastase-preparaten komt dit werkelijk voor, — dat in het ruwe enzym een bestanddeel voorkomt, dat eerst werkzaam wordt in tegenwoordigheid van een weinig van het omzettingsproduct door het enzym gevormd en dat aan de waarneming ontsnapt zonder de aanwezigheid van het bedoelde product van omzetting. Zoo zit er in de geprecipiteerde diastase, hetzij dat deze uit mout, speeksel, urine of pancreas afkomstig is, een stof, waar-

*) Bij sommige proeven heb ik namelijk licht- en groeieffecten met melksuiker, onder den invloed van *Saccharomyces ellipsoideus* verkregen. Ik heb mij daarom de vraag voorgelegd of het mogelijk is, dat onder de melksuikers van den handel wellicht isomeren kunnen voorkomen, die ten opzichte van de invertine verschillend zouden reageeren. Maar die vraag bleef tot nu toe onbeantwoord. Verder laat zich aan de mogelijkheid denken, dat er onder wat ik als *S. ellipsoideus* determineer verschillende gistrassen voorkomen.

schijnlijk een peptonsoort, die niet alleen met maltose een groei- en lichtverschijnsel met *Ph. phosphorescens* kan geven, gelijk handelspepton en maltose dit te zamen doen, maar dat door *Ph. phosphorescens* zelfs gelijktijdig met maltodextrine geassimileerd kan worden, waardoor laatstgenoemde stof tot lichtstof wordt. Intusschen zijn de diffusievelden, van het hier bedoelde lichaam in de gelatinegronden zóó klein, dat men met de noodige opmerkzaamheid zich gemakkelijk voor verwisseling met andere stoffen kan vrijwaren. Natuurlijk wordt de invloed en de beteekenis daarvan veel belangrijker in vloeibare culturen.

d. Onderzoek van tryptische enzymen.

De trypsine is het eiwitenzym van de pancreas. Vele soorten van bacteriën scheiden een daarmede identiek of zeer na overeenstemmend enzym af. Daaronder behooren, gelijk wij zagen, onze pepton-lichtbacteriën. Naast de vraag naar de identiteit of verscheidenheid dezer enzymen, welke door het onderzoek van de producten, die onder hun inwerking uit *dezelfde* proteïnestof kunnen ontstaan, moet beantwoord worden, staat de niet minder belangrijke vraag naar den aard der producten door hetzelfde enzym gevormd uit verschillende eiwitachtige lichamen. De peptonbacteriën in het algemeen, de pepton-lichtbacteriën in het bijzonder, zullen wellicht een middel worden om deze vragen te beantwoorden. Hiertoe is echter een meer nauwkeurige kennis dan wij tot nu toe bezitten noodig, ten opzichte van de splitsingsproducten der eiwitachtige stoffen onder enzyminvloeden, en van de werking van elk dezer producten op de physiologische functiën der peptonbacteriën.

Naar alle waarschijnheid is de trypsine, door de lichtbacteriën afgescheiden, identiek met die van de pancreas. Dit schijnt ten minste te volgen uit de analoge omzetting welke beide in eiwit, gelatine en caseine teweeg brengen, voor zoover uit overeenkomst in groei- en lichtkracht bij de Indische lichtbacteriën mag besloten worden tot gelijkheid van de daarbij werkzame stoffen. Zoodanige identiteit acht ik

echter niet bewezen ten opzichte van de eitwitenzymen door de groep der hooibacillen afgescheiden *).

De proeven kunnen als volgt worden genomen.

In een kolfje bevindt zich phosphaathoudend zeewater met 3 pCt. gelatine, dat door koken gesteriliseerd, en daarna met *Ph. indicum* geinfecteerd is. Na 24 uur bij 30° in een thermostaat vertoefd te hebben, is er eenige groei- en lichtontwikkeling, maar beide blijven zwak, zoodat de door *Ph. indicum* afgescheiden trypsine slechts zeer weinig stoffen uit de gelatine vormt, welke tot lichtontwikkeling aanleiding kunnen geven. Intusschen bewijst het verlies van het stollingsvermogen van de gelatine, dat de trypsineafscheiding uit de bacteriën is begonnen. Na verloop van een verder dertigtal uren kan de lichtkracht zeer groot zijn geworden, ja, zoo groot als mogelijk is. Maar ook dan, en zelfs na nog langer tijd blijft de groei zwak. De vermeerderde lichtkracht bewijst echter, dat uit de gelatine lichtvoedsel moet zijn ontstaan.

Voegt men nu aan zoodanige cultuurkolfjes, vóórdat de bacteriën de gelatine geheel gepeptoniseerd hebben, een zeer geringe hoeveelheid trypsine toe †) en laat het geheel bij 30° C. 24 uur aan zichzelf over, dan wordt de lichtkracht in de meeste kolfjes tot het maximum verhoogd, terwijl ook hierbij de groei zeer zwak blijft. De gang der verschijnselen geeft slechts aanleiding tot een verhaasting daaarvan te besluiten, zoodat alleen aan een verschil in de concentratie van de pancreas- en de bacteriën-trypsine kan gedacht worden, maar niet aan eenig qualitief onderscheid. Hetzelfde resultaat heb ik verkregen door als voedsel voor onze lichtbacteriën niet gelatine, maar in zeewater hard gekookt eiwit te gebruiken. Ook in zoodanige vloeistof heeft eerst een zwakke, later sterkere lichtontwikkeling

---

*) Onder „hooibacillen" versta ik hier alle gelatine-smeltende bacillen, wier sporen tijdelijk het kookpunt kunnen verdragen. Zij behooren tot verschillende soorten.

†) Zeer actieve preparaten kan men maken door extracten van pancreaspoeder van den handel met alkohol te precipiteeren. Met eenige zorg zijn zulke precipitaten gemakkelijk steriel te verkrijgen.

plaats, die bij pancreastoevoeging, d. w. z. door trypsinvermeerdering, belangrijk verhoogd kan worden. Bij pancreas- en bacteriëntrypsine beide, schijnt het temperatuuroptimum voor de omzetting, even als de daarvoor gunstigste graad van alkaliniteit dezelfde te wezen

Dat het pancreas-trypsinepreparaat bij onze proef werkelijk het licht- en plastischvoedsel uit de gelatine voortbrengt, en niet zelve zekere bestanddeelen bevat, welke deze functiën kunnen vervullen, volgt uit het feit, dat eene steriele oplossing in zeewater, van een hoeveelheid daarvan, gelijk aan die welke bij de bovengenoemde proeven werd gebruikt, na infectie met *Ph. indicum* volstrekt niet tot lichten of groei aanleiding heeft gegeven.

Delft, Mei 1890.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 29 Maart 1890.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DER WAALS, Onder-Voorzitter, VAN DIESEN, SCHOLS, J. A. C. OUDEMANS, ZEEMAN, PEKELHARING, VAN 'T HOFF, PLACE, STOKVIS, KORTEWEG, KAPTEYN, MULDER, A. C. OUDEMANS JR., GRINWIS, MAC GILLAVRY, LORENTZ, SCHOUTE, VERLOREN, ZAALJER, HOFFMANN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, BIERENS DE HAAN, BAEHR, MARTIN, BEIJERINCK, HOOGEWERFF, FRANCHIMONT, VAN DORP, KAMERLINGH ONNES, WEBER, FORSTER, HUBRECHT, VAN BEMMELEN en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. W. P. WOLTERS, Secretaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 23 Februari 1890; 2°. G. S. W. BREMER, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 24 Februari 1890; 3°. den Secretaris van de kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 1890; 4°. D. STUR, Directeur van de k.k. geologische Reichsanstalt te Weenen, 24 Maart 1890; 5°. F. HEGER, Secretaris van de anthropologische

Gesellschaft te Weenen, 18 Maart 1890; 6°. D. STRICKER, Bibliothecaris van de Senckenbergische Gesellschaft te Frankfort a/M., 10 Januari 1890; 7°. den Bibliothecaris van de Società Italiana delle Scienze te Rome, 1 Maart 1890; 8°. L. CREMONA, Rome, Februari 1890; 9°. A. C. DROLSUM, Bibliothecaris van de Bibliothèque de l'Université te Christiania, 28 October 1889; 10°. F. B. KYNGDON, Secretaris van de royal Society of N. S. W. te Sydney, 30 Januari 1890; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 6, 11 Maart 1890; 2°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 21 Februari 1890; 3°. E. P. WRIGHT, Secretaris van de royal Irisch Academy te Dublin, 1890; 4°. A. LIVERSIDGE, Secretaris van de Australian Association for the advancement of Science, te Sydney, October 1889, waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Ingekomen zijn verontschuldigingen van de Heeren VAN DE SANDE BAKHUYZEN, BEHRENS, MOLL en KOSTER over het niet bijwonen van de vergadering.

— De rapporten van de HH. VAN DER WAALS en LORENTZ over de verhandeling van Dr. R. SISSINGH; van de Heeren BIERENS DE HAAN en VAN DEN BERG over die van Dr. JAN DE VRIES, en van de Heeren ENGELMANN en DE VRIES over die van Dr. H. J. HAMBURGER, luiden alle gunstig. Dientengevolge worden genoemde bijdragen bestemd voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer LORENTZ spreekt »over de moleculaire theorie van verdunde oplossingen" en toont aan, hoe de bekende formule voor de dampspanning van zulke oplossingen afgeleid kan worden uit beschouwingen omtrent moleculaire beweging en attractie, en hoe eene dergelijke theorie van

toepassing is bij de verklaring van het mechanisme van den osmotischen druk. Een kort verslag der voordracht zal worden gereed gemaakt voor het Proces-Verbaal.

— De Heer BAEHR deelt eenige beschouwingen mede over de herpolhodie van POINSOT en zet uiteen, dat deze geene buigpunten hebben kan, dan tenzij de ellipsoïde geene centrale is. Hij biedt een opstel over het gesprokene aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer PEKELHARING spreekt over vernieling van miltvuursporen door konijnenbloed.

Zooals vroeger door hem werd medegedeeld — in de Zitting van 29 Juni 1889 — gaan niet alleen miltvuurbacillen, maar ook miltvuursporen, te gronde wanneer zij, ingepakt in perkamentpapier, bij een konijn onder de huid gebracht worden.

Het te gronde gaan van de bacillen zou men kunnen toeschrijven aan het gebrek aan zuurstof of aan den overvloed van CO_2 in de omgeving van de in het papier ingesloten bacillen. Maar deze verklaring bleek ontoereikend, nu ook sporen in het onderhuids-bindweefsel gedood werden. Miltvuursporen toch zijn zoowel tegen gebrek aan zuurstof als tegen overvloed van koolzuur bestand. Twee pakjes met sporenhoudende agar-agarculturen, juist zooals die welke bij konijnen onder de huid gebracht werden, met zorgvuldige uitsluiting van andere bacteriën gemaakt, werden in reageerbuisjes onder een laag agar-agar ter hoogte van 8 Ctm., resp. 18 en 37 dagen, in de broeistoof bij 37° C. bewaard, en bleken daarna, door inenting bij konijnen, geheel onverminderde virulentie behouden te hebben. Miltvuursporen in bouillon, gedurende 19 dagen in een bol-toestelletje naar LIEBIG onder zuivere waterstof bewaard, hadden daarna evenmin haar virulentie als het vermogen om, buiten het dierlijk lichaam, op agar-agar te ontkiemen, verloren. Evenzoo werd de virulentie van miltvuursporen, die gedurende 15 dagen in een atmosfeer van zuiver koolzuur bewaard waren, geheel onverminderd gevonden.

Aan de mogelijkheid dat de miltvuursporen onder de huid gedood werden door bacteriën, die bij de verwonding mede binnengedrongen zouden zijn, viel niet te denken. Indien de noodige voorzorgsmaatregelen in acht genomen waren, kon men één of twee weken later, als het pakje onder de huid weggenomen werd, daarin niet alleen geen miltvuursporen of bacillen, maar ook geen andere bacteriën, zoomin door het mikroskoop als door kweekproeven, aantoonen.

In de allereerste dagen na het onder de huid brengen van de sporen, ontkiemden enkele daarvan. Zonder twijfel onder begunstiging van de lucht, die in het pakje mede ingesloten was. Maar als, na eenige dagen, deze lucht geresorbeerd was, en nu slechts vloeistof, rijk aan koolzuur, maar uitermate arm aan zuurstof, het pakje binnendringen kon, was er van ontkiemen niets meer te bespeuren. Wanneer na een week b. v. het pakje voor den dag gehaald en geopend werd, waren daarin nog wel duidelijk te herkennen en goed kleurstof opnemende sporen te vinden, maar geen bacillen. Na nog langeren tijd waren ook de sporen verdwenen. Deze kunnen dus, zonder ontkiemd te zijn, in het onderhuids-bindweefsel van het konijn vernield worden.

Het meest aannemelijk scheen de onderstelling, dat de vernielende werking moest toegeschreven worden aan een stof die, zooals door NUTTALL, BUCHNER, LUBARSCH en anderen is aangetoond, in het bloed, ook bij konijnen, voorkomt en in staat is miltvuurbacillen te dooden. Een bezwaar tegen deze onderstelling kon echter hierin gezocht worden, dat een vernielende werking van bloed wel is aangetoond op miltvuur-*bacillen*, maar niet op sporen. BUCHNER acht het zelfs a priori zeker, dat de zoo resistente sporen niet door bloed gedood kunnen worden.

Intusschen leerde het onderzoek, dat ook de miltvuursporen, hoeveel weerstand zij ook aan andere invloeden mogen bieden, tegen de werking van het bloed van konijnen onvoldoende bestand zijn.

Uit de carotis van een konijn werd bloed opgevangen in een flesch met glazen kralen, en door schudden gedefibrineerd. Een zekere hoeveelheid daarvan, 5 of 10 cc., werd

in een reageerbuisje gebracht en vermengd met een droppel indifferente keukenzoutoplossing, die met een, enkel sporen bevattende, miltvuurcultuur op agar-agar tot een gelijkmatig troebele vloeistof was aangemengd. Bij dit alles werd zorgvuldig tegen het indringen van andere bacteriën gewaakt. Nadat de sporen zooveel mogelijk gelijkelijk in het bloed verdeeld waren, werd met een tot een lis omgebogen platinadraad een droppel van het bloed in gesmolten voedingsgelatine gebracht, die daarna in een vlakke schaal werd uitgegoten. Het buisje werd dan in de broeistoof op 37° gebracht. Na eenig tijdsverloop werd weder met een droppel bloed, altijd met dezelfde platinalis aan het buisje ontnomen, een schaalcultuur gemaakt. Uit de volgende voorbeelden moge blijken, dat het aantal der in het bloed gebrachte sporen spoedig belangrijk afnam. Het aantal koloniën in de schaalculturen opgekomen was in 7 proeven :

I.	Terstond na de infectie van het bloed	1130
	$^1/_2$ uur » » » » » »	463
	$4^3/_4$ » » » » » » »	2908
	26 » » » » » » »	ontelbaar.
II.	Terstond na de infectie van het bloed	1798
	1 uur » » » » » »	663
	3 » » » » » » »	433
	24 » » » » » » »	ontelbaar.
III.	Terstond na de infectie van het bloed:	ontelbaar
	1 uur » » » » » »	1912
	$2^1/_4$ » » » » » » »	1468
	$5^1/_2$ » » » » » » »	ontelbaar.
IV.	Terstond na de infectie van het bloed	7876
	$2^1/_4$ uur » » » » » »	2014
	$5^1/_2$ » » » » » » »	ontelbaar.
V.	Terstond na de infectie van het bloed	4121
	$1^1/_4$ uur » » » » » »	2024
	$6^3/_4$ » » » » » » »	ontelbaar.

VI.	Terstond	na	de	infectie	van	het	bloed	2248
	2 uur	»	»	»	»	»	»	994
	6 »	»	»	»	»	»	»	ontelbaar.

VII.	Terstond	na	de	infectie	van	het	bloed	3341
	2 uur	»	»	»	»	»	»	552
	6 »	»	»	»	»	»	»	281
	24 »	»	»	»	»	»	»	ontelbaar.

Evenals bij de proeven, die met bacillen genomen zijn, neemt dus het aantal der koloniën aanvankelijk sterk af. Dan blijkt het vermogen van het bloed om de mikroben te dooden, uitgeput te zijn. De sporen ontkiemen, en er ontstaat een welige cultuur.

Het is echter door de medegedeelde proeven nog niet afdoende bewezen, dat de sporen als zoodanig door het bloed gedood worden. Men zou kunnen meenen, dat zij eerst ontkiemden en de daaruit ontstane bacillen gedood werden. Dat werkelijk de sporen zelven niet tegen de werking van het bloed bestand zijn, bleek, wanneer het geïnfecteerde bloed bewaard werd bij een temperatuur, waarbij het ontkiemen der sporen niet mogelijk is. De vernieling der sporen heeft niet alleen plaats bij lichaamstemperatuur, maar evenzeer als het bloed bij een temperatuur van 10° C. of zelfs in smeltend ijs bewaard wordt, of ook bij een temperatuur van 47° C. Dan vertoont, nu de bacteriën niet in staat zijn zich te vermeerderen, de vernielende werking zich gedurende veel langeren tijd, zooals uit de volgende voorbeelden blijkt.

I. Bij 10° C.

Terstond	na	de	infectie	2443	koloniën
$1^1/_4$ uur	»	»	»	1936	»
$6^3/_4$ »	»	»	»	388	»
24 »	»	»	»	40	»
48 »	»	»	»	2	»

II. Bij 0° C.

Terstond	na	de	infectie	ontelbaar aantal
$6^1/_2$ uur	»	»	»	2280
24	»	»	»	603
48	»	»	»	313
144	»	»	»	147

III. Bij 0° C.

Terstond	na	de	infectie	ontelbaar aantal
$6^1/_2$ uur	»	»	»	3784
24	»	»	»	691
48	»	»	»	359
144	»	»	»	188

IV. Bij 47° C.

Terstond	na	de	infectie	1941
2 uur	»	»	»	16
6 »	»	»	»	6
24 »	»	»	»	2.

Bij een temperatuur van 47° C. had de vernieling bovendien veel sneller plaats dan bij lagere temperaturen. In de proeven, die bij deze temperatuur genomen werden, kon echter het onderzoek niet langer dan 24 uur voortgezet worden, omdat de langdurige werking der warmte de eiwitachtige stoffen van het bloed tot stolling bracht.

Het vermogen van het bloed om de sporen te dooden, neemt bij de werking allengs af, zooals blijkt uit de proeven bij lage temperatuur genomen. Eindelijk gaat het geheel verloren. Wordt dan een nieuwe hoeveelheid sporen aan het bloed toegevoegd en het bloed steeds bij lage temperatuur bewaard, dan blijft het aantal der sporen daarin hetzelfde.

Nu is het ook niet meer zoo onverklaarbaar dat miltvuurbacillen of sporen, bij een konijn in de circulatie gebracht, zich vermenigvuldigen en het dier dooden, maar in een pakje opgesloten in het onderhuids-bindweefsel zelven te gronde gaan. In het laatste geval toch worden zij van

den toevoer van zuurstof verstoken, en zijn dus weerloos blootgesteld aan de werking van schadelijke stoffen, die in het voedingsvocht zijn opgelost, en het pakje kunnen binnendringen. Zoodra zij echter met den stroom van het voedingsvocht of van het bloed worden medegevoerd, komen zij met zuurstof in aanraking en kunnen dan, evenals in de reageerbuisjes, die bij lichaamstemperatuur bewaard worden, snel zich vermeerderend, de overhand krijgen. Ofschoon, zooals BUCHNER aantoonde, de stof waaraan het bloed zijn vermogen om bacteriën te dooden dankt, in het serum opgelost is en niet door perkamentpapier diffundeert, is het toch niet mogelijk het miltvuurvirus tegen de werking van zulk een stof in het onderhuids-bindweefsel te beschutten door het in een dialysator op te sluiten. Zooals vroeger reeds medegedeeld is, dringen leucocyten tusschen de vezelen van het perkamentpapier door en banen daarmede den weg voor opgeloste stoffen. Miltvuursporen, ingesloten tusschen twee schijfjes perkamentpapier, tusschen tinnen, vast op elkander geslagen ringen ingeklemd, werden onder de huid van het konijn vernield, ofschoon zoo gemaakte dialysators zoo goed gesloten waren dat zij, met een droppel onverdund kippeneiwit gevuld in een paar c.c. gedestilleerd water gebracht, na 48 uren nog geen spoor van eiwit aan het water afgestaan hadden. Niettemin drongen daarin, onder de huid van het konijn, een menigte leucocyten, vloeistof medesleepende, binnen.

— Een paar vragen, door de Heeren J. A. C. OUDEMANS en BEIJERINCK tot den spreker gericht, worden door dezen beantwoord.

— De Heer BEIJERINCK, wien het getroffen, had dat de spreker de door hem gebruikte dialysatoren steeds „onvolkomen" genoemd had, doet opmerken, dat volkomen dialysatoren, d. z. dezulke, die absoluut vrij zijn van mikroskopische poriën, te verkrijgen zijn, indien men stukken builgaas of fijne zijde tusschen ebonietringen uitspant en met gelatine of agar-agar overgiet.

— De Heer FORSTER wijst op het groote belang van de onderzoekingen des Heeren PEKELHARING, omdat zij ons doen inzien, hoe het in de toekomst wellicht mogelijk zal blijken, het vermogen van het dierlijk organisme om mikro-organismen te dooden, kunstmatig te verhoogen.

— De Heer C. A. J. A. OUDEMANS biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan een opstel, getiteld: »Micromycètes nouveaux. Première dizaine."

— De Heer MARTIN biedt voor de verhandelingen aan een opstel, getiteld »Ueber neue Stegodon-Reste von Java."

— Voor de bibliotheek worden aangeboden: door den Heer BIERENS DE HAAN, uit naam van den Heer LE PAIGE, te Luik: »La formule D'OZANAM est due à W. SNELL", en »Procès-verbal sommaire du Congrès international de bibliographie des sciences mathématiques"; door den Heer HUBRECHT: »The placentation of Erinaceus europaeus with remarks on the phylogeny of the placenta."

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

MICROMYCETES NOUVEAUX

DÉCRITS PAR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Première Dizaine.

1. *Ophiobolus Jacobaeae.*
2. *Phialea appendiculata.*
3. *Sclerotiopsis Cheiri.*
4. *Ascochyta Solani.*
5. *Piggotia Gneti.*
6. *Botrytis longibrachiata.*
7. *Clonostachys Gneti.*
8. *Cercospora Violae sylvaticae.*
9. *Stilbum sanguineum.*
10. *Fusarium Caricis.*

PYRÉNOMYCÈTES.

Scolécosporées.

1. **Ophiobolus Jacobaeae** n. sp.

In caulibus *Senecionis Jacobaeae.* — Scheveningen. M. Julio a° 1889. L. d^{a} C. E. Destrée.

Perithecia caulicola, epidermide tecta, numerosissima, sparsa vel subcaespitosa, $^{1}/_{3}$—$^{1}/_{2}$ mill. in diametro, ostiolo acuto epidermidem perforantia, unde superficies caulium quodammodo aspera. Asci clavati, 90—130 × 12 μ, breve pedunculati, 8-spori. Sporae distichae, lineari-fusiformes, vulgo curvatae, imo semilunares, levissime fuscescentes, 6—8

-septatae, loculo unico juxta medium p. m. inflato, 45—55 × $4^2/_3$ μ.

Périthèces, parasitant sur les tiges, cachés sous l'épiderme, très-nombreux, épars ou presque formant des groupes, $^1/_3$—$^1/_2$ mill. en diamètre, perforant l'épiderme avec leur ostiole pointu, de manière à ce que la surface de la tige en devienne quelque peu rude. Asques en massue, 90—130 × 12 μ, brièvement pédonculés, contenant 8 spores. Spores distiques, étroitement fusiformes, ordinairement courbées, parfois en croissant, coloriées d'un brun très-dilué, à 6 ou 8 cloisons, pourvues d'un compartiment plus ou moins enflé à côté du milieu, 45—55 × 4—$4^2/_3$ μ.

Si l'on consulte le Sylloge de Mr. Saccardo (II, 338), on s'aperçoit que notre espèce, qui doit prendre place parmi celles de la première section (I. Eu-Ophiobolus), parasitant sur les tiges de plantes herbacées, ne pourrait être identifiée ni avec l'*Ophiobolus Urticae*, ni avec l'*O. collapsus* — quoique celles-ci possèdent tout de même des spores, dont un des compartiments fait saillie au delà des autres — parceque ces organes, dans l'*O. Jacobaeae*, ont une longueur beaucoup moindre et ne présentent pas cette grande quantité de gouttelettes, mentionnée dans les diagnoses des deux autres espèces et qui, de coutume, sont les devancières d'autant de cloisons.

L'affinité entre l'*Ophiobolus Jacobaeae* et les autres espèces, figurant tant dans le Sylloge II, que dans les Additamenta ad vol. I—IV du même ouvrage, nous parut encore beaucoup plus éloignée.

DISCOMYCÈTES.

Pézizées.

2. **Phialea appendiculata** n. sp. (Tab. II, Fig. 6—8.)
In caulium putrescentium *Menthae aquaticae*, in receptaculis cultae, parte emersa. — Hort. bot. Amstelaed. m. Oct. a° 1889. L. hortulanus noster Plemper van Balen.

Sparsa, in eodem caule minime frequens. Ascoma (Fig. 6) 1—2 mill. latum, stipitatum, ceraceum, orbiculare, planum vel convexum et tunc agaricum pusillum simulans, subtus albidum et subtilissime pubescens, supra pallide ochraceum, glabrum. Stipes tenuis, 1—2 mill. longus, strictus vel flexuosus, subtilissime pubescens, subdiaphanus, pallide ochraceus, arescendo pallescens. Asci (Fig. 7) cylindracei, 100—110 × 8—10 μ, basi in brevem contracti. Sporae (Fig. 7 et 8) distichae, achromae, continuae, clavatae, plerumque inaequilaterales, i. e. facie antica plana, postica vero convexa, 20—26 × 4—5 μ, sursum rotundatae, deorsum acuminatae, intus guttulis 2—6 praeditae. Basis sporarum semper, apex vero utplurimum cilia brevi, hyalina, ipsi apici oblique inserta, ornatus. Paraphyses numerosissimi, filiformes, sursum paulum dilatati, distinctissime articulati, simplices, ascos longitudine aequantes vel paulum superantes.

Croissant sur les parties émergentes de la tige pourrissante du *Mentha aquatica*, cultivé dans les cuves du jard. bot. d'Amsterdam. Oct. 1889.

Cupules (Fig. 6) éparses, ne paraissant qu'en petit nombre sur la même tige, larges de 1 à 2 mill., pédicellées, molles comme de la cire, orbiculaires, planes ou convexes et alors ressemblant à un petit agaric, blanchâtres et subtilement velues en dessous, d'un ocre dilué et glabres en dessus. Pédicelles assez grêles, longues de 1 à 2 mill., très-subtilement velus, droits ou flexueux, un peu diaphanes, d'un ocre dilué, pâlissant en se desséchant. — Asques (Fig. 7) cylindriques, longs de 100 à 110, larges de 8 à 10 μ, courtement rétrócis vers la base. Spores (Fig. 7 et 8) distiques, sans couleur, continues, en massue, ordinairement inéquilatérales, c'est à dire planes à la face antérieure, convexes à la face postérieure, longues de 20 à 26, larges de 4 à 5 μ, contenant de 2 à 6 gouttelettes, arrondies au sommet, très-aigues à la base. Celle-ci toujours munie d'un petit cil hyalin, lequel se montre parfois au sommet, mais alors

implanté obliquement. Paraphyses très-nombreuses, filiformes, un peu dilatées en avant, très-distinctement articulées, non rameuses, égalant les asques ou les surpassant un peu en hauteur.

En examinant, à l'aide du microscope, le Discomycète en question, l'idée nous vint tout d'abord d'avoir affaire au *Hymenoscypha scutula* (Pers.) var. *Menthae* PHILLIPS (British Discomycetes, p. 137), toutefois en nourrissant quelque doute quant à la justesse de cette diagnose, parceque Mr. PHILLIPS avait passé sous silence l'existence des cils que j'avais vu occuper les extrémités des spores. En cet état de choses, je pris la liberté de m'adresser à l'auteur de la variété avec la demande, si ces appendices n'avaient pas pu échapper à son attention; puis, s'il ne s'était pas glissée une faute dans les mesures données pour les spores, les dimensions desquelles avaient été évaluées à $14-2 \times 3-5\ \mu$.

Mr. PHILLIPS eut l'extrême obligeance de m'adresser quelques échantillons du champignon signalé, tout en me communiquant qu'il ne se souvenait pas y avoir jamais observé des spores mucronées et que le nombre 2, ayant trait à la longueur des spores, devait être changé en 20.

L'examen des exemplaires authentiques de l'*Hymenoscypha Scutula* var. *Menthae*, institué par moi-même, me fournit la certitude que le champignon de Mr. PHILLIPS et le mien étaient des produits vraiment différents, non seulement quant à l'absence ou l'existence des appendices ciliaires, mais aussi quant aux dimensions des spores, leur forme et la quantité des gouttelettes, faisant partie de leur contenu.

SPHÉROPSIDÉES.

a. Sphérioidées.

3. **Sclerotiopsis Cheiri** n. sp.

In caule putrescente *Cheiranthi Cheiri*. — Hort. bot. Amstelaedamensis m. Oct. a°. 1889. L. hortulanus noster PLEMPER VAN BALEN.

Globuli seminis Sinapeos albae magnitudine, inter fibras

annuli lignosi absconditi, tandem superficiem caulis epidermide orbati attingentes, fuscescentes, vertice dilutiores, imo achromi. Cerae ad instar comprimi sinunt; pressione rumpuntur, dum stratum superficiale membranaceum, epidermidis ad instar, a tela subjacente solvitur.

Tela haec pseudoparenchymatica cavernas continet plurimas, quarum parietes basidiis numerosissimis vestita sunt, singulis sporulam unicam acrogenam gerentibus.

Basidia 23—25 × $1^1/_6$ μ. Sporulae ellipticae, 3 × $1^1/_2$ μ, achromae, utrinque obtusae, guttulam unicam in utroque polo continentes.

Sur les tiges pourrissantes du *Cheiranthus Cheiri*, au Jard. bot. d'Amsterdam, Oct. 1889.

Se présente sous la forme de globules, égalant en grandeur les graines de la moutarde blanche, qui, nichant entre les fibres du cercle ligneux, finissent par atteindre la surface, dépouillée de son épiderme. Elles ont une couleur brunâtre, si l'on en excepte le sommet, qui se distingue par une teinte beaucoup plus pâle, voire même parfaitement blanche. Molles comme de la cire, elles se laissent aisément comprimer et se rompent sous la pression, en même temps qu'une couche superficielle membraneuse, en guise d'épiderme, se détache du tissu sous-jacent.

Ce tissu contient une grande quantité de cavernes, dont les parois sont garnis d'une quantité innombrable de basides, portant chacun une seule sporule au sommet.

Basides longs de 23 à 25, larges de $1^1/_6$ μ. Sporules elliptiques, longues de 3, larges de $1^1/_2$ μ, sans couleur, obtuses aux deux extrémités et contenant une gouttelette à chacun des deux pôles.

La diagnose du genre **Sclerotiopsis**, arrêtée d'après les caractères de la seule espèce connue — *S. australasica* Spegazzini *) — doit être amendée quant à la forme des spo-

---

*) Saccardo Syll. III, 184.

rules. Ces organes, décrits comme »acutato-angulatae" varient trop pour que ce titre seul leur serait applicable.

---

4. **Ascochyta Solani** n. sp.

In caulibus exsiccatis *Solani tuberosi.* — Scheveningen, m. Oct. a⁰. 1889. L. dª C. E. Destrée.

Maculicola, i. e. perithecia infra plagas epidermidis nigrefactas nidulantia. Sunt illa globoso-depressa, fuliginea, in statu vacuo visae stiucturae distincte parenchymaticae, quodammodo aspera, 90—180 μ lata, medio simpliciter ostiolata, mycelii ramis fuligineis insidentia.

Sporulae chlorinae, ellipsoideae, 14 × 7 μ, biloculares, primitus, ubi ex peritheciis protruduntur, mucilagine quasi conglobatae, postremo liberae.

In iisdem caulibus crescere vidi *Phomae* speciem et *Fusarium diplosporum* Cooke et Ellis.

Sur les tiges desséchées du *Solanum tuberosum.* — Dunes de Schéveningue; Oct. 1889.

Périthèces maculicoles, c'est à dire cachés sous des plaques noircies de l'épiderme, globuleux-déprimés, d'une couleur de suie, vus dans l'état affaissé, d'une texture parenchymateuse, un peu rudes, larges de 90 à 180 μ, munis au milieu d'un ostiole simple, soutenus par les rameaux d'un mycélium noirci.

Sporules d'une couleur verdissante, elliptiques (14 × 7 μ), biloculaires, d'abord, en quittant le périthèce, comme entassées par une matière gluante, à la fin libres.

Sur les mêmes tiges se trouvaient une espèce de *Phoma* et le *Fusarium diplosporum* Cooke et Ellis.

---

b. Leptostromacées.

5. **Piggotia Gneti** n. sp.

In foliis *Gneti Gnomonis* culti in Hort. bot. Amstelaedamensi. M. Febr. a⁰. 1890. L. hortulanus noster Plemper van Balen,

Amphigena. Perithecia superficialia, tam foliorum partes laterales quam eorum costam occupantia, nigra, orbicularia vel elliptica, quoad magnitudinem maxime variantia, diametrum $^1/_2$ millim. verum non superantia. Sunt depressa, distincte dimidiata, astoma, membranacea, texturaque subtilissime parenchymatica insignia. Ex pagina aversa peritheciorum scutiformium assurgunt basidia cylindrica, ipsas sporulas longitudine aequantia, sursum acutiuscule contracta, hyalina. Sporulae in apice basidiorum solitariae, oblongae vel fere cylindricae, continuae, hyalinae, sed protoplasmate subtilissime granuloso, nonnumquam vesiculas nonnullas continente repletae, 11—19 × $2^1/_3$—$3^1/_2$—4 μ.

Amphigène. Périthèces superficiels, distribués tant sur les deux ailes de la feuille que sur la côte qui les sèpare, noirs, orbiculaires ou elliptiques, variant beaucoup en grandeur, mais ne surpassant pas $^1/_2$ millim. en diamètre. Ils sont déprimés, ne possèdent qu'une moitié supérieure sans aucune ouverture, et se distinguent par une texture membraneuse, très-subtilement parenchymatique. De la page inférieure de ces périthèces scutiformes s'élèvent des basides cylindriques, égalant les sporules en longueur, hyalines. Les sporules, solitaires au sommet des basides, sont oblongues ou presque cylindriques, continues, hyalines, mais remplies d'un protoplasme très-finement granuleux, dans lequel de temps en temps se montrent quelques gouttelettes. Longueur des sporules 11--19, largeur $2^1/_3$—$3^1/_2$—4 μ.

Notre espèce diffère sensiblement des trois espèces connues (P. astroidea, atronitens et Fraxini), tant par l'aspect des périthèces que par les dimensions plus grandes des sporules.

HYPHOMYCÈTES.

a. Mucédinées.

6. **Botrytis (Phymatotrichum) longibrachiata** n. sp. — (Tabula I).

In pagina superiore foliorum pro maxima parte exsiccatorum *Curcumae rubricaulis* in Hort. bot. Amstelaed. m. Jan. a°. 1890. L. hortulanus noster PLEMPER VAN BALEN.

Perpetuo candidissima, sparsa, neutiquam caespitosa, $1^1/_2$—2 millim. alta. Ex mycelio repente, ramoso, articulato, assurgunt hyphae fertiles verticales (Fig. 1*a*) omni colore destitutae, articulatae. Axis primarius cylindricus, apicem versus obtusiusculum sensim contractus (Fig 1 et 2*b*) vertice renovatus, ramos emittit horizontales numerosissimos, quorum juniores (Fig. 1 et 2*c. c. c.*), breviores, hucusque steriles, in propinquitate verticis offenduntur, dum aetate medii (Fig. 1 et 2 *d*) conidiigeri, densius aggregati, humiliorem locum occupant, vetustissimi, effoeti (Fig. 1 *e* et Fig. 6) ad basin totius racemi manifesto deprehenduntur.

Rami omnes ex ordine primi (axes secundarii) sunt unicellulares. Qui conidia gerunt (Fig. 1*a*) invariabilem attingunt altitudinem 85 ad 95 μ, quo fit ut habitus totius plantulae, cylindrum aemulans, a habitu pyramidali prorsus alienus.

In quovis ramo conidiigero distinguere licet partem inferiorem sive posteriorem pedicelliformem, fere cylindricam, antice 4—5 μ crassam, basi valde contracta cum axi primario tandem articulatam (Fig. 3, 4 et 5 α), et partem superiorem sive anteriorem inflatam, conoideam vel ovalem, dimensionis 16 × 9 μ (Fig. 4 et 5 β). In media partis inflatae altitudine zona offenditur proligera, ex qua assurgunt rami secundarii (μ) 4 vulgo numero, aequidistantes, 16 μ vulgo alti, qui in media sua altitudine processus 4 globosos, vesiculiformes, itemque in vertice suo processum talem quintum gerunt, qui omnes, propterea quod conidias producunt, pro basidiis haberi licet. Conidia numerosissima, ad superficiem vesicularum dense aggregata, colore carent; sunt porro hyalina, ovalia, $4^2/_3$ ad $5^1/_2$ μ longa, $2^1/_3$ μ lata.

Sursum rami primarii desinunt in appendicem (f) ab omni parte ramis secundariis, quaternis in verticillum dispositis, consimilem, i. e. processu unico terminali, quatuor lateralibus vesiculiformibus, conidiiferis, oneratum.

Ad aetatem adultam ubi provenerint ramorum primariorum

processus terminales (Fig. 5), non aliter quam laterales articulatione afficiuntur et ab axi natu majori decidunt; vesiculae tamen conidiiferae (o) semper inter se continuae perdurant.

Nihil tandem de toto apparatu conidiifero remanet nisi pedunculus sursum in vesiculam piriformem rostratam in flatus (Fig. 6).

Botrytis species ad subgenus Pachybasium in Sylloge Saccardoano (IV, p. 134) reductae, a nostra prorsus alienae, sicut ex comparatione tam descriptionum quam figurarum quibus illustratae sunt luculenter apparet.

D'une blancheur éclatante pendant toute son existence, notre espèce ne forme que des plants solitaires de $1^1/_2$ à 2 millim. de hauteur — jamais des coussinets.

Du mycélium rempant, rameux, articulé, se dressent des hyphes fertiles verticales (Fig. 1*a*), sans couleur, articulées. L'axe primaire cylindrique qui, vers le sommet arrondi et rajeunissant (Fig. 1 et 2 *b*) diminue un peu en largeur, porte un nombre très-considérable de rameaux horizontaux, dont les plus jeunes et pour cela les plus courts, jusqu'alors stériles, font saillie près du sommet (Fig. 1 et 2 *c*), tandisque ceux d'un age plus avancé et plus rapprochés entre eux occupent le milieu (Fig. 1*d*), et que les plus agés, privés de conidies, se trouvent à la base de la grappe toute entière (Fig. 1 *e*).

Tous les rameaux de premier ordre ou axes secondaires sont unicellulaires. Ceux qui portent les conidies atteignent une hauteur invariable de 85 à 95 μ, ce qui fait que le port de la plante entière ressemble beaucoup plus à un cylindre qu'à une pyramide.

Chaque rameau conidiifère laisse distinguer 1°. une partie inférieure ou postérieure, de la forme d'un pédicelle (Fig. 3, 4, 5 α) presque cylindrique, mais sensiblement rétrécie là où elle tire son origine de l'axe primaire, voire même articulée avec celle-ci et 2°. une partie supérieure ou antérieure, enflée, cônique ou elliptique, longue de 16 et large de 9 μ. (Fig. 4, 5 β).

A la moitié de la hauteur, faisant semblant d'une zone

génératrice, la partie enflée produit, à distances égales, 4 rameaux secondaires (μ), hauts ordinairement de 16 μ, qui, à la moitié de leur hauteur, donnent naissance à 4 processus globuleux (o) en forme d'ampoule, tandisqu'un 5e apparaît au sommet. Tous ces ampoules, en se couvrant de conidies, remplissent le rôle de basidies. Les conidies elles-mêmes, sans couleur, hyalines, ovales, ont $4^2/_3$ à $5^1/_2$ μ de longueur sur $2^1/_3$ μ de largeur.

Le sommet même de chaque rameau primaire se prolonge en un appendice tout-à-fait conforme aux rameaux secondaires verticillés de la partie enflée. Lui-aussi produit une ampoule apicale et quatre ampoules latérales — celles-ci au même niveau et à distances égales entre elles — toutes conidiifères.

Parvenus à l'age adulte, tous les rameaux secondaires, aussi bien que l'appendice apical, deviennent articulés avec l'axe qui les porte, tandisque les ampoules continuent à communiquer entre elles. Enfin, de tout l'appareil conidien il ne reste rien que le pédoncule avec son sommet piriforme prolongé en bec (Fig. 6).

Toutes les espèces de *Botrytis* qu'on trouve décrites dans le Sylloge de Mr. Saccardo sous le sous-genre *Pachybasium*, sont absolument distinctes de la nôtre, ce dont on peut se convaincre en comparant les diagnoses et les figures qui s'y rapportent, avec notre description et notre planche (I).

---

7. **Clonostachys Gneti** n. sp. (Tab. II, Fig. 1—5).

In foliis *Gneti Gnomonis* putrescentibus amphigena. Hort. bot. Amstelaed. m. Febr. a° 1890. L. hortulanus noster Plemper van Balen.

Caespitosa, candidissima. Hyphae fructiferae erectae, articulatae, ramosissimae, ramis primariis vulgo sparsis, secundariis, tertiariis, etc., bi-vel ternatim verticillatis, ab axi primario paulum tantum divergentibus, ex basi latiore vel p. m. inflato adscendentibus. Rami ultimi acuminati. — Conidia densissime plurifariam imbricata, 6—7 × $2^1/_3$ — 3 μ. Spicae partiales in longiores congestae, altitudinem 160 ad

190 μ attingunt. Sunt conidia ovalia vel p. m. obovata, extremitate latiore sursum directa.

Forme de petites pelouses d'une blancheur éclatante. Hyphes fertiles érigées, articulées, très-rameuses, aux rameaux primaires plus ou moins épars, aux rameaux du 2e, 3e ordre etc. verticillés à deux ou à trois. Tous ces rameaux ne s'écartent que très-peu de l'axe précédente et se dirigent presque verticalement en haut, non sans avoir, en maints cas, subis une petite courbure à leur parti basilaire, de coutume un peu enflée. Les plus jeunes rameaux finissent en s'effilant. Les conidies nombreuses, imbriquées trés-compactement en plusieurs directions, mesurent $6—7 \times 2^1/_3 — 3$ μ. Les épis partielles en forment d'autres plus longues, qui peuvent atteindre une hauteur de 160 à 190 μ. Les conidies sont elliptiques ou ovoides, et ont le sommet le plus large dirigé en haut.

Les différences entre le *Cl. Gneti* et les 4 autres espèces du Sylloge de Mr. Saccardo (IV, 105 et Addit. ad vol. I—IV, 375), savoir les *Cl. Araucaria*, *Cl. candida*, *Cl. Populi* et *Cl. spectabilis* ont été mises en relief dans les lignes suivantes.

a. Le *Clonostachys Araucaria* Cda (Prachtflora tab. XV) ne croît pas en pelouses compactes, mais en tâches clair-semées, faisant semblant de parties d'une toile d'araignée. Il se présente sous une forme pyramidale si caractéristique, que Corda en fit usage pour former le nom spécifique. Enfin les rameaux, depuis les plus bas jusqu'aux plus élevés, naissent toujours en verticilles de quatre. — Les conidies oblongues ont une longueur de 0.0002 pouces (Corda) = à peu près $5^1/_2$ μ.

b. Le *Clonostachys candida* Harz (Einige neue Hyphomyceten etc., Moskau 1872, p. 28 et tab. IV, f. 4), trouvé sur des pommes de terre cuites, nous offre des épis beaucoup plus courts, puis un système d'axes à rayons beaucoup plus étalés que dans notre espèce. Ses conidies, mesurant 5 μ de long, sont disposées en 4 séries verticales seulement.

c. Le *Clonostachys Populi* Harz (ibidem, p. 29, tab. III, fig. 2), porte des rameaux étalés et des conidies de 3 μ de longueur qui, tout en ne formant pas plus que 4 séries verticales, sont si peu appliquées l'une sur l'autre, voire même divergentes, que le terme imbriqué ne saurait leur être appliqué.

d. Le *Clonostachys spectabilis* Oud. et Sacc., jadis *Botrytis spectabilis* Harz (ibidem, p. 27 et tab. V, fig. 2) possède des conidies parfaitement globuleuses, pédicellées, mesurant $3^1/_2$ à $4^2/_3$ μ. Puis, les axes conidiifères se bifurquent trois à cinq fois alternativement dans des plans rectangulaires, au lieu de porter leurs axes en verticilles.

---

b. Dématiées.

8. **Cercospora Violae sylvaticae** n. sp. Sur les feuilles du *Viola sylvatica* à Apeldoorn; Juillet 1889, O.

Amphigena. Maculae suborbiculares, aridae, pallescentes. Mycelium in parenchymate foliorum absconditum, densissimum, ex hyphis formatum fuliginei coloris, vage ramosissimis, septasis. Hyphae fertiles ex mycelii plexibus assurgentes cylindricae, subnodosae, fuscescentes, breves, parce septatae. Conidia hyalina, cylindrica, 3- ad 7- septata, curvata, apice obtusissima, basi truncata, 45 ad 70 × $4^2/_3$ μ.

Amphigène. Tâches presque orbiculaires, desséchées, devenant pâles. Mycélium caché dans le parenchyme des feuilles, très-compact, composé de hyphes de couleur fuligineuse, très-rameuses, cloisonnées. Hyphes fertiles, se dressant sur des plaques de hyphes mycéliennes, cylindriques, plus ou moins noueuses, brunâtres, courtes, pourvues de quelques rares cloisons. Conidies hyalines, cylindriques, à 3—7 cloisons, courbes, très-obtuses à l'extrémité antérieure, tronquées à la base, 45—70 × $4^2/_3$ μ.

Notre espèce ne peut être identifiée avec celles, trouvées sur les *Viola odorata* et *cucullata* (Syll. IV, 434) à cause

de la différence qui existe entre la dimension ou la couleur de leurs conidies.

---

c. Stilbées.

9. **Stilbum sanguineum** n. sp.

In pagina inferiore foliorum putrescentium *Gneti Gnomonis*. Hort. bot. Amstelaed., m. Febr. a° 1890. L. hortulanus noster PLEMPER VAN BALEN.

Individua sparsa, e mycelio in foliorum superficie repente, albo, laneo oriunda, erecta, $^1/_2$—1 mill. alta, stipite albo, capitulo perfecte globoso, sanguineo.

Stipes ex hyphis subtilissimis, superne paulum divergentibus, basidiigeris contextus. Conidia e basidiis delapsa mucilaginis ope in globum coalita, $4^2/_3 \times 2^1/_3\ \mu$, perfecte ovalia, rubescentia, non concatenata.

Hyphae ad stipitis texturam pertinentes $2^1/_3\ \mu$ maximum crassae; superficiales achromae; profundiores versus basin stipitis achromae, altius dilute carneae, sursum tandem saturatius coloratae, ibique in basidia transeuntes. Basidia, cum hyphis maternis articulata, receptaculum formant convexum, cujus circuitum occupant basidia minora, dum maxima, in medio receptaculo inplantata, altitudinem 35—40 μ attingunt. — Omnia unicum tantum conidium simul ferunt.

Pertinet species nostra ad subgenus Leiostilbum et ad species rubescentes. Ab omnibus tamen in Sylloges Saccardoani Tom. IV, pp. 570—572 recensitis discrepat.

Individus épars, se dressant sur un mycélium rampant à la surface des feuilles, blanc, laineux, hauts de $^1/_2$ à 1 mill., composés d'un pédicelle blanc et d'un capitule parfaitement globuleux de couleur sanguine.

Pédicelle formé de hyphes extrêmement minces, s'écartant l'une de l'autre vers le sommet et finissant par produire des basidies. Conidies détachées réunies en capitule par une matière mucilagineuse, mesurant $4^2/_3 \times 2^1/_3\ \mu$, parfaitement elliptiques, d'un rouge dilué, nullement arrangées de manière à former des chapelets.

Hyphes pédicellaires épaisses de $2^1/_3$ μ; les superficielles sans couleur, les plus internes hyalines vers la base, plus haut d'un incarnat dilué, vers le sommet douées d'une couleur plus vive et se prolongeant en basidies. Celles-ci, articulées avec les hyphes qui les portent, forment un réceptacle convexe, à la périphérie duquel on n'en trouve que de plus courtes, tandisque au centre de la convexité les plus élancées atteignent une hauteur de 35 à 40 μ. Toutes les basidies ne portent qu'une seule conidie à la fois.

Notre espèce appartient au sousgenre Leiostilbum et aux espèces douées d'une couleur rouge. Pourtant, elle diffère de toutes celles qu'on trouve récensées aux pages 570—572 du 4e vol. du Sylloge de Mr. Saccardo.

---

d. Tuberculariées.

10. **Fusarium Caricis** n. sp.

In foliis *Caricis* cujusdam; prope Hagam Comitis, m. Aug. a° 1889 l. domina Destrée.

Sporidochia minuta, tandem in stratum pallide roseum confluentia. Sporophora ramosa, e cellulis brevibus oblongis composita. Conidia bacillari-fusoidea, utrimque paulum incurva, 5-septata, intermixtis paucioribus 3-, 4-, 6-septatis, adultis 50 × 7 μ, junioribus multo brevioribus, non aut paulum tantum angustioribus, omnibus achromis.

Sur les feuilles d'une espèce de *Carex* restée inconnue. Près de la Haye, Août 1889. Mlle C. E. Destrée.

Sporidoches petits, à la fin diffluants, formant une couche de couleur rose tendre. Conidies bacillaires-fusiformes, un peu courbées en dedans aux extrémités, à 5 cloisons (mêlées d'un nombre beaucoup moindre de conidies à 3, 4 ou 6 cloisons), mesurant 50 × 7 μ à l'état adulte. Pendant leur jeunesse les conidies sont beaucoup plus petites que dans l'état adulte, mais leur égalent presque en largeur. La couleur d'un seul individu nous échappe sous le microscope.

EXPLICATION DES FIGURES.

Table I.

Fig. 1. Partie supérieure d'un exemplaire du *Botrytis longibrachiata* Oud. — Développement centrifuge des pédoncules conidiifères.

Fig. 2. Sommet de l'axe avec quelques débauches de pédoncules (c). Ceux-ci sont d'antant plus jeunes qu'ils se trouvent plus dans le voisinage de l'extrémité rajeunissante (b).

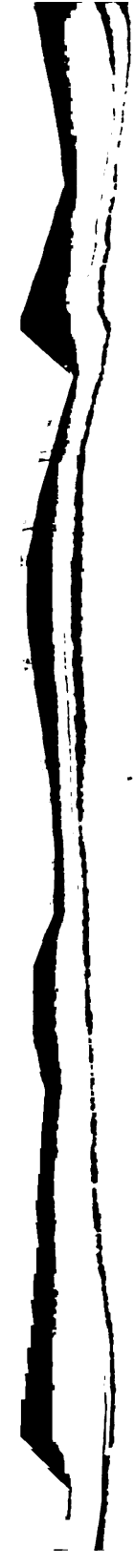
Fig. 3. Portion de l'axe portant un pédoncule qui commence seulement à former ses appendices latéraux.

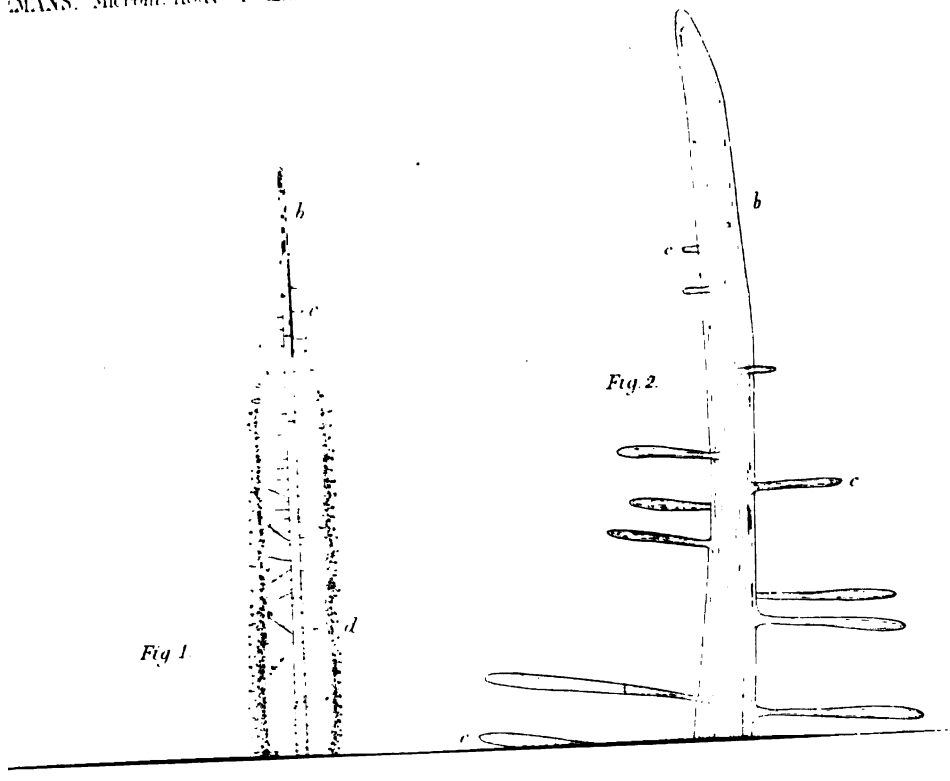
Fig. 4. Portion de l'axe portant un pédoncule (α) qui vient de se ramifier dans quatre directions plus ou moins horizontales et dont les rameaux (μ) eux-mêmes ont produit les débauches d'une nouvelle (et dernière) ramification (conidiifère). Les rameaux de divers ordres forment toujours des verticilles. En même temps que se développent les rameaux latéraux, l'axe primaire se prolonge et se ramifie à son sommet, d'accord avec les branches latérales.

Fig. 5. Portion de l'axe plus agé que la portion précédente. Les rameaux du premier et du deuxième ordre ont pris leur forme définitive et produit des conidies. Le prolongement de l'axe primaire a fait le même. Tous les rameaux, produisant des ampoules conidiifères, deviennent enfin articulés avec leur axe de soutien.

Fig. 6. Pédoncule suragé, ayant perdu toutes ses branches secondaires.

Fig. 7 Spores.




b
c
d
Fig 1
Fig 2.
b
c
c

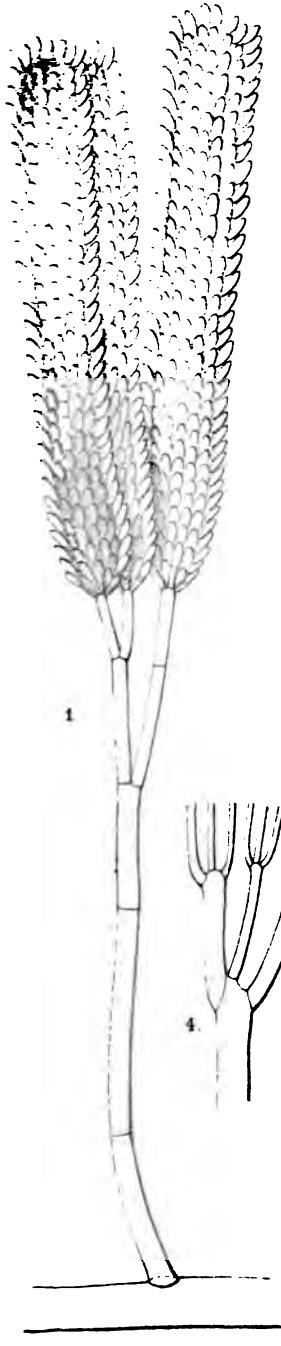


Fig 1-5 Zeiss. Cam. luc. F 2.

Clonostachys Gneti Oud.

Fig. 6-8 Phialea appendiculata Oud.

Table II.

Fig. 1 et 2. Plantes conidiifères du *Clonostachys Gneti* Oud. montrant deux cas de ramifications quelque peu différentes l'une de l'autre.

Fig. 3, 4, 5. Esquisses de ramifications différentes, ayant appartenu à des exemplaires après la perte des conidies.

Fig. 6. Ascome du *Phialea appendiculata* Oud. grossi 4 fois.

Fig. 7. Asque sporifère et paraphyse du même, grossis 500 fois.

Fig. 8. Spores du même, grossies 500 fois.

SUR LES POINTS

D'INFLEXION DE L'HERPOLHODIE DE POINSOT.

PAR

G. F. W. BAEHR.

Après que M. DE SPARRE, dans une communication à l'Académie des Sciences, eut montré, en se fondant sur la théorie des fonctions elliptiques, que l'herpolhodie de POINSOT ne présente jamais ni points d'inflexion ni points de rebroussement, plusieurs auteurs ont repris la question géométriquement. Mais la plupart d'eux fait encore usage des intégrales connues, fournies par la dynamique dans le problème même, qui conduit à la considération de l'herpolhodie. Cependant, en considérant l'herpolhodie comme le lieu des points de contact de l'ellipsoïde central et d'un plan fixe, lorsque suivant POINSOT cet ellipsoïde, dont le centre est retenu immobile au même point de l'espace, roule sans glisser sur ce plan fixe, il semble que le problème rentre tout à fait dans le domaine de la géométrie analytique, et dans ce qui suit, je tache d'en donner une solution fondée seulement sur cette partie de la science.

Soit le centre fixe O de l'ellipsoïde l'origine de trois axes fixes rectangulaires $o\,x$, $o\,y$, $o\,z$: a, b, c les cosinus des angles que fait l'axe principal $o\,x'$ de l'ellipsoïde avec ces axes fixes : $a'\,b'\,c'$ et $a''\,b''\,c''$ les quantités analogues pour les axes principaux $o\,y'$ et $o\,z'$; désignant par x, y, z les coordonnées d'un point de l'espace par rapport aux axes $o\,x$, $o\,y$ et $o\,z$

et par x', y', z' celles du même point par rapport aux axes principaux de l'ellipsoïde, on aura

$$\begin{aligned} x' &= a\,x + b\,y + c\,z, \\ y' &= a'\,x + b'\,y + c'\,z, \\ z' &= a''\,x + b''\,y + c''\,z; \end{aligned}$$

et l'équation de l'ellipsoïde dans une position quelconque sera

$$\frac{(ax+by+cz)^2}{A^2} + \frac{(a'x+b'y+c'z)^2}{B^2} + \frac{(a''x+b''y+c''z)^2}{C^2} = 1\,..\,(1)$$

où A, B et C sont les longueurs des demi-axes principaux de l'ellipsoïde en sorte que les moments principaux d'inertie du corps sont proportionnels à $\frac{1}{A^2}$, $\frac{1}{B^2}$ et $\frac{1}{C^2}$.

On obtiendra l'équation de la projection de l'ellipsoïde sur le plan des yz par la condition que pour des valeurs de y et de z il n'y ait qu'une seule valeur de x, c'est à dire, en écrivant la condition que l'équation (1) résolue par rapport à x acquiere deux racines égales, ce qui donne

$$\left(\frac{a^2}{A^2} + \frac{a'^2}{B^2} + \frac{c''^2}{C^2}\right)\left\{\frac{(by+cz)^2}{A^2} + \frac{(b'y+c'z)^2}{B^2}\cdots + \frac{(b''y+c''z)^2}{C^2} - 1\right\} = \cdots$$
$$\cdots\left\{\frac{a(by+cz)}{A^2} + \frac{a'(b'y+c'z)}{B^2} + \frac{a''(b''y+c''z)}{C^2}\right\}^2;$$

cette équation se réduit d'abord à

$$\left(\frac{a'^2}{B^2} + \frac{a''^2}{C^2}\right)\frac{(by+cz)^2}{A^2} + \left(\frac{a^2}{A^2} + \frac{a''^2}{C^2}\right)\frac{(b'y+c'z)^2}{B^2}\cdots$$
$$\cdots + \left(\frac{a^2}{A^2} + \frac{a'^2}{B^2}\right)\frac{(b''y+c''z)^2}{C^2} - 2aa'\frac{(by+cz)}{A^2}\frac{(b'y+c'z)}{B^2}$$
$$- 2aa''\frac{by+cz}{A^2}\cdot\frac{b''y+c''z}{C^2} - 2a'a''\frac{b'y+c'z}{B^2}\cdot\frac{b''y+c''z}{C^2} = \cdots$$
$$\cdots\frac{a^2}{A^2} + \frac{a'^2}{B^2} + \frac{a''^2}{C^2};$$

et celle-ci à

$$\frac{[a'(by+cz)-a(b'y+c'z)]^2}{B^2C^2}+\frac{[a\ (by+cz)-a(b''y+c''z)]^2}{A^2C^2}$$
$$+\frac{[a'(b''+c''z)-a''(b'y+c'z)]^2}{B^2C^2}=\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2},$$

ou

$$\frac{[(a'b-ab')y+(ac-ac')z]^2}{A^2B^2}+\frac{[(a''b-ab'')y+(a''c-ac'')z]^2}{A^2C^2}$$
$$+\frac{[(a'b''-a''b')y+(a'c''-a'c')z]^2}{B^2C^2}=\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2}.$$

Or on sait que les neuf cosinus $a\ b\ c$ etc. sont liés, entre autres, par les relations

$$\left.\begin{array}{llll} a=b'c''-c'b'', & a'=b''c-c''b, & a''=bc'-cb' \\ b=c'a''-a'c'', & b'=c''a-a''c, & b''=ca'-ac' \\ c=a'b''-b'a'', & c'=a''b-ba'', & c''=ab'-ba' \end{array}\right\} \ldots (2)$$

en sorte que la dernière équation devient

$$\frac{(c''y-b''z)^2}{A^2B^2}+\frac{(c'y-b'z)^2}{A^2C^2}+\frac{(cy-bz)^2}{B^2C^2}=\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2}, \ldots (3)$$

laquelle est, sous la forme la plus simple, l'équation de la projection sur le plan yz de ellipsoïde dans une position quelconque. Prenons le plan fixe, sur le quel l'ellipsoïde roule, parallèle au plan des coördonnées xy, et soit h la distance du centre de l'ellipsoïde ou de l'origine à ce plan, alors la droite dans le plan yz, $z=h$, doit être tangente à l'ellipse representée par l'équation (3), c'est à dire qu'en faisant $z=h$ dans cette équation, ce qui donne

$$\frac{(cy-bh)^2}{B^2C^2}+\frac{(c'y-b'h)^2}{A^2C^2}+\frac{(c''y-b''h)^2}{A^2B^2}=\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2},$$

celle-ci ne donne qu'une seule valeur pour y, d'où la condition

$$\left(\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c'^2}{A^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2}\right)\left(\frac{b^2h^2}{B^2C^2}+\frac{b'^2h^2}{A^2C^2}+\frac{b''^2h^2}{A^2B^2}-\left(\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2}\right)\right)=$$

$$\ldots\left\{\frac{bc}{B^2C^2}+\frac{b'c'}{A^2C^2}+\frac{b''c''}{A^2B^2}\right\}^2h^2,$$

la quelle se réduit à

$$\left(\frac{c'^2}{A^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2}\right)\frac{b^2h^2}{B^2C^2}+\left(\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2}\right)\frac{b'^2h^2}{A^2C^2}+\left(\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c'^2}{A^2C^2}\right)\frac{b''h^2}{A^2B^2}=\ldots$$

$$\ldots2\left(\frac{bc}{B^2C^2}\frac{b'c'}{A^2C^2}+\frac{bc}{B^2C^2}\frac{b''c''}{A^2B^2}+\frac{b'c'}{A^2C^2}\frac{b''c''}{A^2B^2}\right)h^2$$

$$+\left(\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c'^2}{A^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2}\right)\left(\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2}\right),$$

ou

$$\left\{\frac{(bc'-b'c)^2}{A^2B^2C^4}+\frac{(bc''-b''c)^2}{A^2B^4C^2}+\frac{(b'c''-b''c')^2}{A^4B^2C^2}\right\}h^2=\ldots$$

$$\left(\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c'^2}{A^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2}\right)\left(\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{a''^2}\right),$$

ce qui en vertu des relations (2) devient

$$\left(\frac{a''^2}{C^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a^2}{A_2}\right)\frac{h^2}{A^2B^2C^2}=\left(\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c'^2}{A^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2}\right)\left(\frac{a^2}{A^2}+\frac{a'^2}{B^2}+\frac{a''^2}{C^2}\right),$$

ou

$$\frac{h^2}{A^2B^2C^2}=\frac{c^2}{B^2C^2}+\frac{c'^2}{A^2C^2}+\frac{c''^2}{A^2B^2},$$

et enfin donne, pour la condition que l'ellipsoïde soit tangente au plan fixe, la relation

$$h^2=A^2c^2+B^2c'^2+C^2c''^2. \quad \ldots\ldots (4)$$

Pour avoir l'ordonnée y, du point de contact, on égalera à zero la dérivée par rapport à y de (3) ce qui donne faisant $z=h$,

$$\frac{cy-bh}{B^2C^2}c+\frac{c'y-b'h}{A^2C^2}c'+\frac{c''y-b''h}{A^2B^2}c''=0,$$

d'où

$$y_1=\frac{bcA^2+b'c'B^2+b''c''C^2}{A^2c^2+B^2c'^2+C^2c''^2}h,$$

ou ayant égard à (4),

$$y_1=\frac{bcA^2+b'c'B^2+b''c''C^2}{h};\ldots\ldots(5)$$

changeant b, b' et b'' respectivement en a, a' et a'', on obtient pour l'ordonnée x_1 du point de contact

$$x_1=\frac{acA^2+a'c'B^2+a''c''C^2}{h};\ldots\ldots(6)$$

et, enchangeant dans (5) b, b' et b'' respectivement en c, c' et c'' l'on obtient la valeur de l'ordonnée z

$$z_1=\frac{c^2A^2+c'^2B^2+c''^2C^2}{h}\text{ ce qui est}=\frac{h^2}{h}=h.\quad(7)$$

Pour montrer que les valeurs (5), (6) de x, y et $z=h$, satisfont à l'équation (1) de l'ellipsoïde, on a recours aux relations entre les cosinus a, b, c, a' etc., savoir:

$$\left.\begin{array}{llll} a^2+b^2+c^2=1, & aa'+bb'+cc'=0 \\ a'^2+b'^2+c'^2=1, & aa''+bb''+cc''=0 \\ a''^2+b''^2+c''^2=1, & a'a''+b'b''+c'c''=0 \end{array}\right\}\quad(2')$$

et

$$\begin{array}{llll} a^2+a'^2+a''^2=1, & ab+a'b'+a''b''=0 \\ b^2+b'^2+b''^2=1, & ac+a'c'+a''c''=0 \\ c^2+c'^2+c''^2=1, & bc+b'c''+b''c''=0 \end{array}$$

et l'on tire des formules (5), (6) et (7)

$$ax_1+by_1+cz_1=\frac{(a^2+b^2+c^2)cA^2+(aa'+bb'+cc')c'B^2+(aa''+bb''+cc'')c''C^2}{h},$$

ou

$$ax_1 + by_1 + cz_1 = \frac{cA^2}{h},$$

et pareillement

$$a'x_1 + b'y_1 + c'z_1 = \frac{c'B^2}{h}, \quad a''x_1 + b''y_1 + c''z_1 = \frac{c''C^2}{h}$$

ce qui, substitué dans l'équation de l'ellipsoïde donne l'identité

$$\frac{c^2A^2}{h^2} + \frac{c'^2B^2}{h^2} + \frac{c''^2C^2}{h^2} = 1, \text{ ou } \frac{h^2}{h^2} = 1.$$

On peut encore vérifier les valeurs (5) et (6), trouvées pour les coordonnées du point de contact, en remarquant que la droite

$$y = \frac{y_1}{x_1}x, \quad z = h,$$

doit être tangente à l'ellipsoïde au point x_1, y_1 et $z = h$, cherchons les points d'intersection de cette droite avec l'ellipsoïde, et substituons à cet effet les valeurs de y et de z dans l'équation (1) celle-ci devient

$$\frac{[(ax_1 + by_1)x + chx_1]^2}{A^2} + \frac{[(a'x_1 + b'y_1)x + c'hx_1]^2}{B^2} + \frac{[(a''x_1 + b''y_1)x + c''hx_1]^2}{C^2} = x_1^2,$$

la quelle ne doit donner qu'une seule valeur pour x, $x = x_1$; d'abord elle se réduit à

$$\left|\frac{(ax_1 + by_1)^2}{A^2} + \frac{(a'x_1 + b'y_1)^2}{B^2} + \frac{(a''x_1 + b''y_1)^2}{C^2}\right| x^2 \ldots$$
$$+ 2hx_1\left|\frac{(ax_1+by_1)c}{A^2} + \frac{(a'x_1+b'y_1)c'}{B^2} + \frac{(a''x_1+b''y_1)c''}{C^2}\right| x \ldots$$
$$+ h^2x_1^2\left(\frac{c^2}{A^2} + \frac{c'^2}{B^2} + \frac{c''^2}{C^2}\right) = x_1^2$$

ou, ayant égard aux valeurs trouvées plus haut pour $ax_1 + by_1 + ch$, $a'x_1 + b'y_1 + c'h_1$, etc.,

$$\left\{\frac{c^2(A^2-h^2)^2}{A^2h^2} + \frac{c'^2(B^2-h^2)^2}{B^2h^2} + \frac{c''^2(C^2-h^2)^2}{C^2h^2}\right\}x^2 \ldots$$
$$+ 2hx_1\left\{\frac{c^2(A^2-h^2)}{A^2h} + \frac{c'^2(B^2-h^2)}{B^2h} + \frac{c''^2(C^2-h^2)}{C^2h}\right\}x$$
$$+ h^2x_1^2\left\{\frac{c^2}{A^2} + \frac{c'^2}{B^2} + \frac{c''^2}{C^2}\right\} = x_1^2,$$

ou

$$\left\{\frac{c^2A^2+c'^2B^2+c''^2C^2}{h^2} - \frac{2h^2(c^2+c'^2+c''^2)}{h^2} + h^2\left(\frac{c^2}{A^2}+\frac{c'^2}{B^2}+\frac{c''^2}{C^2}\right)\right\}x^2 \ldots$$
$$+ 2x_1\left\{c^2 + c'^2 + c''^2 - h^2\left(\frac{e^2}{A^2} + \frac{c'^2}{B^2} + \frac{c''^2}{C^2}\right)\right\}x \ldots$$
$$+ h^2x_1^2\left(\frac{c^2}{A^2} + \frac{c'^2}{B^2} + \frac{c''^2}{C^2}\right) = x_1^2,$$

ou

$$\left\{-1+h^2\left(\frac{c^2}{A^2}+\frac{c'^2}{B^2}+\frac{c''^2}{C^2}\right)\right\}x^2 + 2x_1\left\{1-h^2\left(\frac{c^2}{A^2}+\frac{c'^2}{B^2}+\frac{c''^2}{C^2}\right)\right\}x \ldots$$
$$= x_1^2\left\{1 - h^2\left(\frac{e^2}{A^2} + \frac{c'^2}{B^2} + \frac{c''^2}{C^2}\right)\right\}$$

ou, divisant les trois termes par leur facteur commun,

$$x^2 - 2x_1x + x_1^2 = 0,$$

laquelle, en effet, donne la valeur unique $x = x_1$, et il s'en suit $y = y_1$.

Les valeurs-que l'on vient de trouver pour x_1 et y_1 peuvent en vertu des relations (2') d'où $a''c'' = -a'c' - ac$ etc s'écrire

$$x_1 = \frac{ac(A^2-C^2) + a'c'(B^2-C^2)}{h},$$

$$y_1 = \frac{bc(A^2-C^2) + b'c'(B^2-C^2)}{h}$$

et donnent

$$x_1^2+y_1^2=\frac{(1-c^2)c^2(A^2-C^2)^2+(1-c'^2)c'^2(B^2-C^2)^2-2cc'.cc'(A^2-C^2)(B^2-C^2)}{h^2},$$

ou

$$x_1^2+y_1^2=\frac{c^2(A^2-C^2)^2+c^2(B^2-C^2)^2-\{c^2(A^2-C^2)+c'^2(B^2-C^2)\}^2}{h^2},$$

tandis que la relation (4) devient

$$h^2=(A^2-C^2)c^2+(B^2-C^2)c'^2+C^2 \quad \ldots\ldots (4')$$

de sorte que l'on a pour le rayon vecteur ϱ, qui va du pied de la perpendiculaire au plan fixe à un point quelconque de l'herpolhodie, ce plan étant parallèle au plan des xy, $\varrho^2=x_1^2+y_1^2$, ou

$$\varrho^2=\frac{c^2(A^2-C^2)^2+c'^2(B^2-C^2)^2-(h^2-C^2)^2}{h^2} \quad \ldots\ldots (8)$$

Introduisons maintenant à la place des neuf cosinus $a, b, \ldots, a'$ etc. les trois angles d'Euler ψ, φ et θ; ψ étant l'angle que fait avec Ox la trace du plan $x'Oy'$ sur le plan xOy: θ l'inclinaison du plan $x'Oy'$ sur le plan xOy (ou l'angle entre les axes Oz et Oz'): et φ l'angle de l'axe Ox' avec la trace du plan $x'Oy'$ sur le plan xOy; on aura les formules d'Euler

$$a=\cos\varphi\cos\psi-\sin\varphi\sin\psi\cos\theta, \quad a'=-\sin\varphi\cos\psi-\cos\varphi\sin\psi\cos\theta,$$
$$b=\cos\varphi\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi\cos\theta, \quad b'=--\sin\varphi\sin\psi+\cos\varphi\cos\psi\cos\theta,$$
$$c=\sin\varphi\sin\theta, \qquad c'=\cos\varphi\sin\theta,$$
$$a''=\sin\psi\sin\theta,$$
$$b''=-\cos\psi\sin\theta,$$
$$c''=\cos\theta.$$

avec lesquelles (4') devient

$$h^2=(A^2-C^2)\sin^2\varphi\sin^2\theta+(B^2-C^2)\cos^2\varphi\sin^2\theta+C^2 \ldots (4'')$$

et le rayon vecteur (8)

$$\varrho^2 = \frac{\sin^2\varphi\sin^2\theta(A^2-C^2)^2 + (B^2-C^2)^2\cos^2\varphi\sin^2\theta - (h^2-C^2)^2}{h^2},$$

ce qui se réduit à

$$\varrho^2 = \frac{(A^2-C^2)^2\sin^2\theta + [B^4-A^4-2C^2(B^2-A^2)]\cos^2\varphi\sin^2\theta - (h^2-C^2)^2}{h^2},$$

mais de (4″) on tire

$$\cos^2\varphi\sin^2\theta = \frac{(A^2-C^2)\sin^2\theta - (h^2-C^2)}{A^2-B^2}$$

en sorte que substituant ceci dans la valeur pour ϱ^2 l'on obtient

$$\varrho^2 = \frac{(A^2-C^2)^2\sin^2\theta - [A^2+B^2-2C^2][(A^2-C^2)\sin^2\theta - (h^2-C^2)] - (h^2-C^2)^2}{h^2}$$

ce qui se réduit à

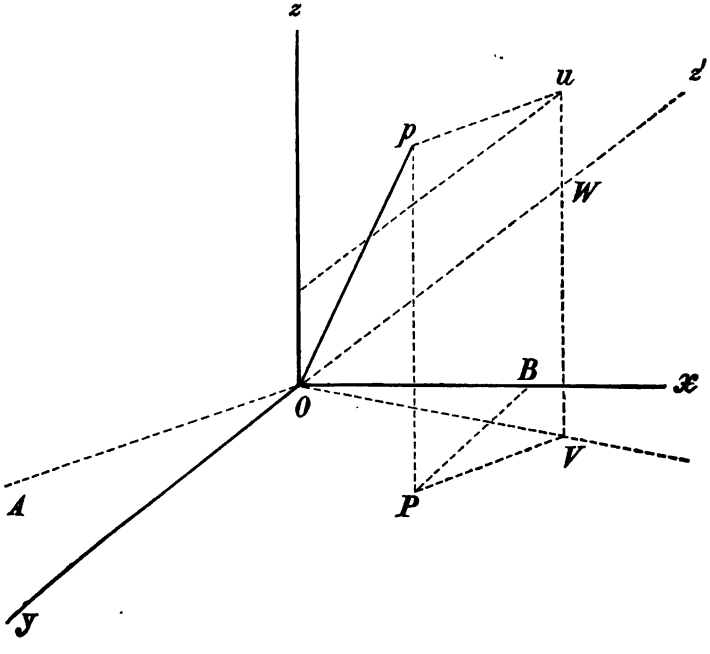
$$\varrho^2 = \frac{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2) - (A^2-C^2)(B^2-C^2)\sin^2\theta}{h^2} \quad . \quad (8')$$

La relation (4″) est indépendante de l'angle ψ, que fait avec Ox la trace du plan $x'Oy'$ sur le plan xOy, et cet angle n'entre non plus dans la valeur (8′) trouvée pour ϱ^2; il s'en suit que cette valeur est indépendante de cet angle, et en effet, lorsque l'ellipsoïde dans une certaine position est tangente au plan fixe, elle restera tangente à ce plan quand on la fait tourner, avec ses axes principaux, autour de l'axe fixe Oz; tandis qu'alors l'axe Oz' décrit un cône circulaire droit autour de l'axe Oz, le point de contact décrit un cercle autour du pied de la perpendiculaire abaissée du centre fixe sur le plan fixe, lequel nous avons pris parallèle au plan xOy, et pendant ce mouvement l'angle φ, qui en vertu de (4″) est déterminé quand l'angle θ est donné, ne change pas de valeur.

Il faudra donc encore une relation qui exprime que le

déplacement de l'ellipsoïde, quand le point de contact décrit l'herpolhodie, se fait à chaque instant par roulement, qui doit avoir pour axe instantané la droite, qui va du centre fixe au point de contact, lequel, comme ce centre, reste également en repos pendant un temps infiniment petit.

Pour obtenir cette relation nous remarquons que les quantités indépendantes ψ, φ et θ s'augmentent de l'une position de l'ellipsoïde à la suivante, des quantités infiniment petites $d\psi$, $d\varphi$ et $d\theta$, c'est-à-dire, que l'ellipsoïde peut être amenée d'une certaine position à la suivante par trois rotations infiniment petites, savoir: $d\psi$ autour de l'axe fixe Oz: $d\varphi$ autour de l'axe Oz' et $d\theta$ autour de la trace du plan $z'Oy'$ sur xOy. Si donc on décompose une rotation quelconque autour de la droite, qui va du centre fixe au point de contact, en trois autres autour des droites nommées, ces rotations devront être proportionnelles à $d\psi$, $d\varphi$ et $d\theta$.



Soit à cet effet, sur la figure, Op le rayon vecteur qui va du centre fixe au point de contact; Ox, Oy et Oz les axes fixes,

OA la trace du plan $x'Oy'$ sur le plan xOy, autour de la quelle l'axe Oz doit tourner d'un angle $\theta = zOz'$, jusqu'a ce qu'elle vienne dans la position Oz', en sorte que l'intersection OV du plan zOz' avec le plan xOy est perpendiculaire à OA, qui elle même est perpendiculaire au plan zOz'; et décomposons une rotation infiniment petite représentée par Op en trois rotations infiniment petites respectivement autour de Oz, Oz' et OA. Pour cela menons par le point p une droite pu parallèle à OA, jusqu'a ce qu'elle rencontre en u le plan des deux autres droites Oz et Oz', puis par u une parallèle uV à Oz, qui coupe Oz' en W, et une droite parallèle à Oz'; les trois rotations composantes d'une rotation Op seront uW, OW et pu. Remarquons encore que, P étant la projection sur le plan xy du point de contact p, on aura $pP = uV = h$; et PV parallèle à OA et pu, sera perpendiculaire à OV, en sorte que $PV = pu$. On aura donc:

$$d\psi : d\varphi : d\theta = uW : OW : pu.$$

Posant les coordonnées dans le plan xy, ou dans le plan fixe qui lui est parallèle, du point de contact $OB = x$, $PB = y$, on a sur la figure:

$$OV = x\cos(\psi - 90^0) + y\sin(\psi - 90^0) = x\sin\psi - y\cos\psi,$$

$$OW = \frac{OV}{\cos VOW} = \frac{x\sin\psi - y\cos\psi}{\sin\theta},$$

$$pu = PV = y\cos(\psi - 90^0) - x\sin(\psi - 90^0) = x\cos\psi + y\sin\psi,$$

$$VW = OV\operatorname{tang} VOW = OV\operatorname{cotg}\theta = (x\sin\psi - y\cos\psi)\operatorname{cotang}\theta;$$

ce qui, substitué dans la proportion ci-dessus, donne

$$d\psi : d\varphi : d\theta = h - (x\sin\psi - y\cos\psi)\operatorname{cotang}\theta : \frac{x\sin\psi - y\cos\psi}{\sin\theta} : x\cos\psi + y\sin\psi;$$

des formules d'Euler l'on tire

$$a\sin\psi - b\cos\psi = -\sin\varphi\cos\theta, \quad a\cos\psi + b\sin\psi = \cos\varphi,$$

$$a'\sin\psi - b'\cos\psi = -\cos\varphi\cos\theta, \quad a'\cos\psi + b'\sin\psi = -\sin\varphi,$$

$$a''\sin\psi - b''\cos\psi = \sin\theta, \quad a''\cos\psi + b''\sin\psi = 0;$$

et celles-ci, avec les valeurs (5) et (6) trouvées pour les coordonnées x et y du point de contact, ayant égard à (4″) donnent

$$\left.\begin{aligned} x\sin\psi - y\cos\psi &= \frac{-A^2\sin^2\varphi\sin\theta\cos\theta - B^2\cos^2\varphi\sin\theta\cos\theta + C^2\sin\theta\cos\theta}{h} \\ &= -\frac{(A^2-B^2)\sin^2\varphi + B^2 - C^2}{h}\sin\theta\cos\theta \\ &= \frac{-(h^2-C^2)}{h}\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \end{aligned}\right\} \ldots (9)$$

$$x\cos\psi + y\sin\psi = \frac{A^2-B^2}{h}\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta \quad \ldots \quad (10)$$

et substituant ces valeurs dans la proportion précédente, on aura premièrement

$$d\varphi : d\theta = -\{(A^2-B^2)\sin^2\varphi + (B^2-C^2)\}\cos\theta : (A^2-B^2)\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta,$$

ce qui doit donner entre φ et θ la même relation que (4″). Sans cela, ces deux quantités devraient satisfaire à deux équations distinctes, et seraient par conséquent des constantes. En effet, on tire de la dernière proportion l'équation différentielle :

$$\frac{(A^2-B^2)\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi}{(A^2-B^2)\sin^2\varphi + (B^2-C^2)} = -\frac{\cos\theta\, d\theta}{\sin\theta},$$

dont les deux membres sont immédiatement intégrables, et donnent

$$(A^2-B^2)\sin^2\varphi + (B^2-C^2) = \frac{\text{constante}}{\sin^2\theta}$$

ce qui s'accorde avec (4″), car celle-ci donne pour $\varphi = \frac{1}{2}\pi$,

$$\sin^2\theta = \frac{h^2-C^2}{A^2-C^2},$$

en sorte que l'on a pour déterminer la constante

$$A^2-C^2=\frac{A^2-C^2}{h^2-C^2}\times \text{constante},$$

c'est à dire

$$\text{constante}=h^2-C^2,$$

ce qui substitué dans l'intégrale ci-dessus, donne la relation (4').

Ensuite l'on tire de la même proportion, ayant égard à (9) et (10),

$$\frac{d\psi}{d\theta}=\frac{h^2+\{(A^2-B^2)\sin^2\varphi+(B^2-C^2)\}\cos^2\theta}{(A^2-B^2)\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta}$$

laquelle, ayant égard à (4''), qui donne

$$(A^2-B^2)\sin^2\varphi+(B^2-C^2)=\frac{h^2-C^2}{\sin^2\theta},$$

se réduit à

$$\frac{d\psi}{d\theta}=\frac{h^2-C^2\cos^2\theta}{(A^2-B^2)\sin\varphi\cos\varphi\sin^3\theta}\cdots$$

cette formule, avec les formules (4'') et (8') contiennent la solution du problème.

Avant d'aller plus loin, nous exprimerons tout en ϱ^2 au moyen de la formule (8') qui donne

$$\left.\begin{aligned}\sin^2\theta&=\frac{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2)-\varrho^2h^2}{(A^2-C^2)(B^2-C^2)}\\ \cos^2\theta&=\frac{(A^2-h^2)(B^2-h^2)+\varrho^2h^2}{(A^2-C^2)(B^2-C^2)}\end{aligned}\right\},\ \ldots\ldots(11)$$

et de la relation (4''), d'où

$$\left.\begin{aligned}\sin^2\varphi&=\frac{(h^2-C^2)-(B^2-C^2)\sin^2\theta}{(A^2-B^2)\sin^2\theta}=\frac{B^2-C^2}{A^2-B^2}\,\frac{(h^2-C^2)(h^2-B^2)+\varrho^2h^2}{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2)-\varrho^2h^2}\\ \cos^2\varphi&=\frac{(A^2-C^2)\sin^2\theta-(h^2-C^2)}{(A^2-B^2)\sin^2\theta}=\frac{A^2-C^2}{A^2-B^2}\,\frac{(h^2-C^2)(A^2-h^2)-\varrho^2h^2}{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2)-\varrho^2h^2}\end{aligned}\right\},..(12)$$

Des formules générales trouvées l'on peut déduire quelques cas particuliers. Supposons maintenant que des trois demi-axes principaux de l'ellipsoïde, A soit plus grand que B, et que B soit plus grand que C, donc

$$A > B > C,$$

ensorte que B est l'axe moyen. Si l'ellipsoïde est un sphéroïde applati vers les pôles, on a $B = A$, la formule (4″) donne

$$\sin^2\theta = \frac{h^2 - C^2}{A^2 - C^2}$$

ce qui substitué dans (8′), faisant dans cette dernière $B = A$, donne

$$\varrho^2 = \frac{(h^2 - C^2)(A^2 - h^2)}{h^2};$$

les formules (12) donnent le même résultat; pour $A = B$ le dénominateur devenant zéro, il faut qu'il en soit de même pour le numérateur, et l'on obtient ainsi les valeurs de $\sin^2\theta$ et de ϱ^2 ci-dessus.

Si l'ellipsoïde est un sphéroïde allongé on a $B = C$ et le dénominateur (11) devient zéro, annulant par suite le numérateur, on obtient:

$$\varrho^2 = \frac{(h^2 - B^2)(A^2 - h^2)}{h^2}$$

ce que la formule (8′) donne de même.

Dans ces deux cas l'herpolhodie est donc un cercle.

Si l'on supposait $A = C$, il faudrait avoir en même temps $h = B = A = C$, parce que la valeur de B doit toujours être comprise entre A et C, et que h ne peut être ni plus petit que C ni plus grand que A; dans ce cas (8′) donne $\varrho^2 = 0$, et le lieu est un seul point.

Quand on a $h = A$, lo formule (4″) donne

$$\cos^2\varphi \sin^2\theta = -\frac{A^2 - C^2}{A^2 - B^2}\cos^2\theta,$$

à la quelle il n'y a pas moyen de satisfaire que par les valeurs $\theta = \frac{1}{2}\pi$ et $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, et alors (8') donne $\varrho = 0$; tandisque si $h = C$ la formule (8') donne

$$\varrho^2 = -\frac{(A^2-C^2)(B^2-C^2)}{C^2} sin^2\theta,$$

qui n'admet que les valeurs reelles $sin\,\theta = 0$ et $\varrho = 0$; donc dans ces deux cas l'herpolhodie est un seul point, ce qui d'ailleurs est évident. Le cas de $h = B$ sera considéré plus tard; mais ici nous pouvons encore déterminer les plus grandes et les plus petites valeurs que ϱ^2 peut acquerir. Il suit de la formule (12) pour $cos^2\varphi$ que l'on doit toujours avoir

$$sin^2\theta > \frac{h^2-C^2}{A^2-C^2},$$

en sorte que l'on aura pour la plus grande valeur de ϱ^2, suivant (8'), si dans celle-ci on substitue la plus pétite valeur que peut avoir $sin^2\theta$,

$$\varrho^2_{maximum} = \frac{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2)-(h^2-C^2)(B^2-C^2)}{h^2},$$

ou

$$\varrho^2_{max.} = \frac{(h^2-C^2)(A^2-h^2)}{h^2}, \quad \ldots\ldots (13)$$

et cela que h soit plus grand ou plus petit que B.

Il suit de la formule (12) pour $sin^2\varphi$, que l'on doit toujours avoir

$$sin^2\theta < \frac{h^2-C^2}{B^2-C^2}$$

ce qui donne pour la plus petite valeur de ϱ^2, suivant (8') si dans celle-ci l'on substitue la plus grande valeur que $sin^2\theta$ peut avoir

$$\varrho^2_{minimum} = \frac{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2)-(A^2-C^2)(h^2-C^2)}{h^2}$$

ou

$$\varrho^2_{\text{min.}} = \frac{(h^2-C^2)(B^2-h^2)}{h^2}, \text{ au cas } h<B \ldots (14)$$

Au cas où $h>B$ la plus grande valeur de $\sin\theta$ est l'unité, on a donc pour la plus petite valeur de ϱ^2 suivant (8′)

$$\varrho^2_{\text{min.}} = \frac{(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2)-(A^2-C^2)(B^2-C^2)}{h^2}$$

ou

$$\varrho^2_{\text{min.}} = \frac{(A^2-h^2)(h^2-B^2)}{h^2}, \text{ au cas } h>B. \ldots (15)$$

Pour abrévier les formules (11) et (12) nous poserons

$$\left.\begin{aligned}(h^2-C^2)(A^2+B^2-C^2-h^2) &= \alpha^4\\ (A^2-h^2)(B^2-h^2) &= \beta^4\\ (A^2-C^2)(B^2-C^2) &= \gamma^4\\ (h^2-C^2)(h^2-B^2) &= \delta^4\\ (h^2-C^2)(A^2-h^2) &= \varepsilon^4\end{aligned}\right\}, \ldots (15')$$

elles deviennent alors

$$\sin^2\theta = \frac{\alpha^4-\varrho^2h^2}{\gamma^4}, \cos^2\theta = \frac{\beta^4+\varrho^2h^2}{\gamma^4} \ldots . (16)$$

$$\sin^2\varphi = \frac{B^2-C^2}{A^2-B^2}\,\frac{\delta^4+\varrho^2h^2}{\alpha^4-\varrho^2h^2}, \quad \cos^2\varphi = \frac{A^2-C^2}{A^2-B^2}\,\frac{\varepsilon^4-\varrho^2h^2}{\alpha^4-\varrho^2h^2}.$$

Nous allons maintenant calculer le coëfficient différentiel du deuxième ordre, lequel égalé à zéro donnera l'équation qui détermine les points d'inflexion. Substituant les valeurs (16) dans les formules (9) et (10) celles-si deviennent

$$x\cos\psi + y\sin\psi = \frac{1}{h}\,\frac{(\delta^4+\varrho^2h^2)^{1/2}(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)^{1/2}}{(\alpha^4-\varrho^2h^2)^{1/2}},$$

$$x\sin\psi - y\cos\psi = -\frac{h^2-C^2}{h}\,\frac{(\beta^4+\varrho^2h^2)^{1/2}}{(\alpha^4-\varrho^2h^2)^{1/2}};$$

d'où, en posant pour abrévier

$$P=\frac{(\delta^4+\varrho^2h^2)^{1/2}(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)^{1/2}}{h(\alpha^4-\varrho^2h^2)^{1/2}},\ Q=\frac{h^2-C^2}{h}\frac{(\beta^4+\varrho^2h^2)^{1/2}}{(\alpha^4-\varrho^2h^2)^{1/2}},\ \ldots(17)$$

l'on tire

$$x=P\cos\psi-Q\sin\psi,$$
$$y=Q\cos\psi+P\sin\psi;$$

ces valeurs de x et de y donnent, en laissant la variable principale quelconque,

$$dx=P'\cos\psi-Q'\sin\psi,$$
$$dy=Q'\cos\psi+P'\sin\psi:$$

où l'on a posé

$$P'=dP-Q\,d\psi,\quad Q'=P\,d\psi+dQ;$$

et ensuite

$$d^2x=P''\cos\psi-Q''\sin\psi,$$
$$d^2y=Q''\cos\psi+P''\sin\psi;$$

dans lesquelles

$$P''=dP'-Q'\,d\psi,$$
$$Q''=P'\,d\psi+dQ';$$

ce qui donne:

$$\left.\begin{aligned} dx\,d^2y-dy\,d^2x&=P'Q''-Q'P''\\ &=(P'^2+Q'^2)\,d\psi+P'\,dQ'-Q'\,dP\end{aligned}\right\}\ldots(18)$$

Différentiant par rapport à ϱ la valeur (17) de P, on obtient

$$\frac{dP}{d\varrho}=\frac{(\alpha^4-\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\delta^4-2\varrho^2h^2)+(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}{(\alpha^4-\varrho^2h^2)^{3/2}(\delta^4+\varrho^2h^2)^{1/2}(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)^{1/2}}\varrho h;$$

de la formule (16) pour $\sin^2\theta$ on déduit

$$\frac{d\theta}{d\varrho}=-\frac{\varrho h^2}{(\alpha^4-\varrho^2h^2)^{1/2}(\beta^4+\varrho^2h^2)^{1/2}},\ \ldots\ldots(19)$$

et si l'on substitue les valeurs (16) de $\sin\theta$, $\cos\theta$ etc. dans la valeur trouvée précédemment (page 340) pour $\frac{d\psi}{d\theta}$, elle devient

$$\frac{d\psi}{d\theta} = -\frac{\mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2} (\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2} (\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad \ldots (20)$$

où l'on a posé

$$\mu^6 = C^2 \beta^4 - B^2 \gamma^4 = (h^2 - C^2)(C^2 h^2 - A^2 B^2) \quad \ldots (21)$$

en sorte que l'on a

$$\frac{d\psi}{d\varrho} = \frac{d\psi}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{d\varrho} = \frac{(\mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2)\, \varrho h^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2} (\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2} (\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}},$$

et par conséquent

$$P' = \frac{dP}{d\varrho} - Q \frac{d\psi}{d\varrho},$$

ou

$$P' = \frac{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \delta^4 - 2\varrho^2 h^2) + (\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2) - (h^2 - C^2)(\mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2)}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2} (\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2} (\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}} \varrho h,$$

dont le numérateur, ayant égard à ce que désignent (15') α^4, $\beta^4 \ldots$ etc., se réduit à

$$(h^2 - C^2)\alpha^4 (A^2 + B^2 - h^2) - (2\alpha^4 + C^2(h^2 - C^2))\varrho^2 h^2 + \varrho^4 h^4;$$

cette expression devient zéro pour $\varrho^2 h^2 = \alpha^4$, ce qui donne

$$\alpha^4 \{(h^2 - C^2)(A^2 + B^2 - h^2) - 2\alpha^4 - C^2(h^2 - C^2)\} + \alpha^8$$

ou

$$\alpha^4 \{\alpha^4 - 2\alpha^4\} + \alpha^8 = 0,$$

elle sera donc divisible par $-\varrho^2 h^2 + \alpha^4$, et l'on trouve en effet pour le quotient

$$(h^2 - C^2)(A^2 + B^2 - h^2) - \varrho^2 h$$

ou

$$\lambda^4 - \varrho^2 h^2,$$

en posant

$$(h^2 - C^2)(A^2 + B^2 - h^2) = \lambda^4 \ldots\ldots\ldots (22)$$

Ainsi l'on aura

$$P' = \frac{(\lambda^4 - \varrho^2 h^2)\varrho h}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}}.$$

La valeur (17) de Q donne

$$\frac{dQ}{d\varrho} = \frac{(h^2 - C^2)\gamma^4}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h,$$

tandis que l'on trouve

$$P\frac{d\psi}{d\varrho} = \frac{\mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h,$$

et par suite

$$Q' = P\frac{d\psi}{d\varrho} + \frac{dQ}{d\varrho},$$

ou

$$Q = \frac{(h^2 - C^2)\gamma^4 + \mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h,$$

ce qui, en y substituant dans le numérateur pour γ^4 et μ^6 les valeurs (15′) et (21), se réduit à

$$Q' = -\frac{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2) C^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h$$

ou

$$Q' = -\frac{C^2}{(\alpha - \varrho^2 h^2)^{1/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h.$$

Divisant les valeurs trouvées pour P' et Q' par $\frac{d\theta}{d\varrho}$, ce qui revient à prendre θ pour la variable indépendante, on obtient

$$P' = \frac{(\rho^2 h^2 - \lambda^4)(\beta^4 + \rho^2 h^2)^{1/2}}{h(\delta^4 + \rho^2 h^2)^{1/2}(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)^{1/2}}, \quad Q' = \frac{C^2}{h}, \ldots (23)$$

qui donnent

$$P'^2 + Q'^2 = \frac{(\rho^2 h^2 - \lambda^4)^2(\beta^4 + \rho^2 h^2) + C^4(\delta^4 + \rho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)}{h^2(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)(\delta^4 + \rho^2 h^2)};$$

réduisant le numérateur on obtient

$$\rho^6 h^6 + (\beta^4 - 2\lambda^4 - C^4)\rho^4 h^4 + \{C^4(\varepsilon^4 - \delta^4) + \lambda^8 - 2\beta^4\lambda^4\}\rho^2 h^2 + C^4\delta^4\varepsilon^4 + \beta^4\lambda^8,$$

et, ayant égard aux valeurs (15′) et (22) de β^4, δ^4 et λ^4, on trouvera que cette expression est divisible par $\rho^2 h^2 - \alpha^4$, et donne pour quotient

$$\rho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\rho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2),$$

de sorte que l'on aura

$$P'^2 + Q'^2 = -(\alpha^4 - \rho^2 h^2)\frac{\rho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\rho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2)}{h^2(\delta^4 + \rho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)} \ldots (26)$$

et multipliant ceci par la valeur (20), l'on obtient

$$(P'^2 + Q'^2)\frac{d\psi}{d\theta} = (\alpha^4 - \rho^2 h^2)^{1/2}\frac{(\mu^6 + C^2 h^2 \rho^2)[\rho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\rho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2)]}{h^2(\delta^4 + \rho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)^{3/2}} \ldots (27)$$

De la formule (23) pour P' ondéduit

$$P' = \left\{\frac{(\rho^2 h^2 - \lambda^4)[(\delta^4 + \rho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2) - (\beta^4 + \rho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2) + (\beta^4 + \rho^2 h^2)(\delta^4 + \rho^2 h^2)]}{(\beta^4 + \rho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \rho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)^{3/2}} \ldots \right.$$

$$\left. + \frac{2(\beta^4 + \rho^2 h^2)(\delta^4 + \rho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)}{(\beta^4 + \rho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \rho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)^{3/2}}\right\} \rho\, h$$

ce qui se réduit encore à

$$P' = \frac{(\rho^2 h^2 - \lambda^4)(\rho^4 h^4 + 2\beta^4 \rho^2 h^2 - \alpha^4 \beta^4) + 2(\beta^4 + \rho^2 h^2)(\delta^4 + \rho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)}{(\beta^4 + \rho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \rho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \rho^2 h^2)^{3/2}} \rho\, h$$

et multipliant ceci par l'inverse de (19), ou

ou

$$\lambda^4 - \varrho^2 h^2,$$

en posant

$$(h^2 - C^2)(A^2 + B^2 - h^2) = \lambda^4. \quad \ldots\ldots \quad (22)$$

Ainsi l'on aura

$$P' = \frac{(\lambda^4 - \varrho^2 h^2)\varrho h}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}}.$$

La valeur (17) de Q donne

$$\frac{dQ}{d\varrho} = \frac{(h^2 - C^2)\gamma^4}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h,$$

tandis que l'on trouve

$$P\frac{d\psi}{d\varrho} = \frac{\mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h,$$

et par suite

$$Q' = P\frac{d\psi}{d\varrho} + \frac{dQ}{d\varrho},$$

ou

$$Q = \frac{(h^2 - C^2)\gamma^4 + \mu^6 + h^2 C^2 \varrho^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h,$$

ce qui, en y substituant dans le numérateur pour γ^4 et μ^6 les valeurs (15') et (21), se réduit à

$$Q' = -\frac{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2) C^2}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h$$

ou

$$Q' = -\frac{C^2}{(\alpha - \varrho^2 h^2)^{1/2}(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}\varrho h.$$

Divisant les valeurs trouvées pour P' et Q' par $\frac{d\theta}{d\varrho}$, ce qui revient à prendre θ pour la variable indépendante, on obtient

$$P' = \frac{(\varrho^2 h^2 - \lambda^4)(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}}{h(\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{1/2}}, \quad Q' = \frac{C^2}{h}, \ldots (23)$$

qui donnent

$$P'^2 + Q'^2 = \frac{(\varrho^2 h^2 - \lambda^4)^2(\beta^4 + \varrho^2 h^2) + C^4(\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)}{h^2(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)(\delta^4 + \varrho^2 h^2)};$$

réduisant le numérateur on obtient

$$\varrho^6 h^6 + (\beta^4 - 2\lambda^4 - C^4)\varrho^4 h^4 + \{C^4(\varepsilon^4 - \delta^4) + \lambda^8 - 2\beta^4\lambda^4\}\varrho^2 h^2 + C^4\delta^4\varepsilon^4 + \beta^4\lambda^8,$$

et, ayant égard aux valeurs (15′) et (22) de β^4, δ^4 et λ^4, on trouvera que cette expression est divisible par $\varrho^2 h^2 - \alpha^4$, et donne pour quotient

$$\varrho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\varrho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2),$$

de sorte que l'on aura

$$P'^2 + Q'^2 = -(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)\frac{\varrho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\varrho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2)}{h^2(\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)} \ldots (26)$$

et multipliant ceci par la valeur (20), l'on obtient

$$(P'^2 + Q'^2)\frac{d\psi}{d\theta} = \frac{(\mu^6 + C^2 h^2 \varrho^2)[\varrho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\varrho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2)]}{h^2(\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}} \ldots (27)$$

De la formule (23) pour P' ondéduit

$$= \left\{\frac{(\varrho^2 h^2 - \lambda^4)[(\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2) - (\beta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2) + (\beta^4 + \varrho^2 h^2)(\delta^4 + \varrho^2 h^2)]}{(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}} \ldots \right.$$

$$\left. + \frac{2(\beta^4 + \varrho^2 h^2)(\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)}{(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}}\right\} \varrho h$$

ce qui se réduit encore à

$$P' = \frac{(\varrho^2 h^2 - \lambda^4)(\varrho^4 h^4 + 2\beta^4 \varrho^2 h^2 - \alpha^4\beta^4) + 2(\beta^4 + \varrho^2 h^2)(\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)}{(\beta^4 + \varrho^2 h^2)^{1/2}(\delta^4 + \varrho^2 h^2)^{3/2}(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)^{3/2}} \varrho h$$

et multipliant ceci par l'inverse de (19), ou

Considérons premièrement le dénominateur; si $h > B$ l'on a

$$h^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 > B^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2$$

ou, ayant égard à ce que désigne la somme Σ,

$$\begin{aligned} h^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 &> B^2 \{ A^2 B^2 + B^2 C^2 - A^2 C^2 \}, \\ &> B^2 \{ A^2 (B^2 - C^2) + B^2 C^2 \}, \end{aligned}$$

donc dans ce cas, le dénominateur est toujours positif. Si h est entre B et C l'on a

$$\begin{aligned} h^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 &> C^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 \\ &> C^2 (A^2 C^2 + B^2 C^2 - A^2 B^2), \end{aligned}$$

ce qui est positif tant que

$$C^2 > \frac{A^2 B^2}{A^2 + B^2},$$

c'est-à-dire tant que l'ellipsoïde est en effet un ellipsoïde d'inertie; le plus grand des moments principaux d'inertie d'un corps étant toujours plus petit que la somme des deux autres, ou

$$\frac{1}{C^2} < \frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2}$$

ce qui revient à l'inégalité précédente; mais pour un ellipsoïde où

$$C^2 < \frac{A^2 B^2}{A^2 + B^2},$$

on a $C^2 (A^2 C^2 + B^2 C^2 - A^2 B^2) < 0$,
donc, comme dans ce cas-ci

$$B^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 > 0 \quad \text{et} \quad C^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 < 0$$

il y aura des valeurs de h entre B et C pour lesquelles le dénominateur est positif, et d'autres pour lesquelles ce numérateur est négatif.

Supposons donc en premier lieu

$$h > B \quad \text{et} \quad C^2 > \frac{A^2 B^2}{A^2 + B^2};$$

alors on a, en vertant les facteurs communs, au des formules (13), (15) et (29), omet-

$$\varrho^2 h^2_{\text{max.}} - \varrho^2 h^2 = 1 + \frac{(B^2 - h^2)\,\Sigma}{h^2\Sigma - 2A^2B^2C^2} = \frac{B^2(A^2B^2 + B^2C^2 - A^2C^2}{h^2\,\Sigma - 2\,A^2B^2C^2} > 0,$$

$$\varrho^2 h^2_{\text{min.}} - \varrho^2 h^2 = 1 - \frac{(h^2 - C^2)\,\Sigma}{h^2\Sigma - 2A^2B^2C^2} = \frac{C^2(A^2C^2 + B^2C^2 - A^2B^2}{h^2\,\Sigma - 2\,A^2B^2\,C^2} > 0,$$

ou

$$\varrho^2 h^2 < \varrho^2 h^2_{\text{maximum}} \quad \text{et aussi} \quad \varrho^2 h^2 < \varrho^2 h^2_{\text{minimum}}$$

en sorte que cette valeur $\varrho^2 h^2$ n'appartiendra à aucun point de la courbe, mais quand

$$h > B \quad \text{et} \quad C^2 < \frac{A^2 B^2}{A^2 + B^2},$$

on aura

$$\varrho^2 h^2_{\text{maximum}} - \varrho^2 h^2 > 0 \quad \text{et} \quad \varrho^2 h^2_{\text{minimum}} - \varrho^2 h^2 < 0,$$

ou

$$\varrho^2 h^2 < \varrho^2 h^2_{\text{maximum}} \quad \text{et} \quad \varrho^2 h^2 > \varrho^2 h^2_{\text{minimum}},$$

et dans ce cas la valeur de $\varrho^2 h^2$ appartiendra à un point réel de la courbe, la quelle dans ce point aura alors un point d'inflexion.

Supposons maintenant

$$h < B \quad \text{et} \quad h^2\,\Sigma - 2\,A^2\,B^2\,C^2 > 0$$

on aura, ayant égard à (13), (14) et (29),

$$\varrho^2 h^2 \quad - \varrho^2 h^2 > 0$$

$$\varrho^2 h^2_{\text{min.}} - \varrho^2 h^2 = 1 + \frac{(A^2 - h^2)\,\Sigma}{h^2\Sigma - 2A^2B^2C^2} = \frac{A^2(A^2B^2 + A^2C^2 - B^2C^2)}{h^2\,\Sigma - 2\,A^2\,B^2\,C^2} > 0,$$

la valeur trouvée pour $\varrho^2 h^2$ sera inférieure au minimum, et la courbe n'aura pas de point d'inflexion; enfin, supposons

$$h < B \quad \text{et} \quad h^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2 < 0$$

on aura

$$\varrho^2 h^2_{\max.} - \varrho^2 h^2 = 1 + \frac{(B^2 - h^2)\Sigma}{h^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2} = \frac{B^2 (A^2 B^2 + B^2 C^2 - A^2 C^2)}{h^2 \Sigma - 2 A^2 B^2 C^2} < 0$$

et par conséquent

$$\varrho^2 h^2 > \varrho^2 h^2_{\text{maximum}},$$

en sorte que la valeur du rayon vecteur n'appartient à aucun point de la courbe, laquelle dans ce cas n'aura pas de point d'inflexion. Nous concluons de ce qui précède ci-dessus, que pour un ellipsoïde d'inertie l'herpolhodie n'aura jamais des points d'inflexion, et que pour les autres ellipsoïdes, pour les quelles

$$C^2 < \frac{A^2 B^2}{A^2 + B^2}$$

l'herpolhodie aura des points d'inflexion, si la distance du centre fixe au plan fixe est plus grande que l'axe moyen de l'ellipsoïde.

Pour obtenir l'équation différentielle de la courbe, on a,

$$\frac{dx^2}{d\theta^2} + \frac{dy^2}{d\theta^2} = P'^2 + Q'^2$$

ou, désignant l'arc de la courbe par s, en vertu de (26),

$$\frac{ds^2}{d\theta^2} = -(\alpha^4 - \varrho^2 h^2) \frac{\varrho^4 h^4 + (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\varrho^2 h^2 - (h^2 - C^2)\beta^4 (A^2 + B^2 + C^2 - h^2)}{h^2 (\delta^4 + \varrho^2 h^2)(\varepsilon^4 - \varrho^2 h^2)},$$

et comme on a (19),

$$\frac{d\theta^2}{d\varrho^2} = \frac{\varrho^2 h^4}{(\alpha^4 - \varrho^2 h^2)(\beta^4 + \varrho^2 h^2)},$$

il s'ensuit

$$\frac{ds^2}{d\varrho^2}=-\varrho^2h^2\frac{\varrho^4h^4+(\gamma^4-2\lambda^4-C^4)\varrho^2h^2-(h^2-C^2)\beta^4(A^2+B^2+C^2-h^2)}{(\beta^4+\varrho^2h^2)(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)},\ldots(30)$$

ou, désignant par π l'angle polaire compté du rayon vecteur dans le plan xz, et ayant égard à la formule

$$\frac{ds^2}{d\varrho^2}=1+\varrho^2\frac{d\pi^2}{d\varrho^2},$$

on aura

$$\varrho^2\frac{d\pi^2}{d\varrho^2}=-\frac{\varrho^2h^2[\varrho^4h^4+(\gamma^4-2\lambda^4-C^4)\varrho^2h^2-(h^2-C^2)\beta^4(A^2+B^2+C^2-h^2)]}{(\beta^4+\varrho^2h^2)(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}\ldots$$
$$-\frac{(\beta^4+\varrho^2h^2)(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}{(\beta^4+\varrho^2h^2)(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)};$$

développant le numérateur, il devient d'abord

$$(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4+\gamma^4-2\lambda^4-C^4)\varrho^4h^4\ldots$$
$$+(\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4-(h^2-C^2)\beta^4(A^2+B^2+C^2-h^2))\varrho^2h^2$$
$$+\beta^4\delta^4\varepsilon^4,$$

et lorsqu'on y substitue les valeurs (15') et (22) de ε^4, β^4 et λ^4 on trouve

$$\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4+\gamma^4-2\lambda^4-C^4=-h^4,$$
$$\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4-(h^2-C^2)\beta^4(A^2+B^2+C^2-h^2)=-2h^2\beta^4(h^2-C^2),$$
$$\beta^4\delta^4\varepsilon^4=-(h^2-C^2)^2\beta^8,$$

de sorte que ce numérateur devient:

$$-(\varrho^4h^8+2h^4\beta^4(h^2-C^2)\varrho^2+(h^2-C^2)^2\beta^8),$$

ou

$$-h^4\left(\varrho^2h^2+\frac{h^2-C^2}{h^2}\beta^4\right)^2$$

et, substituant tout ceci dans la valeur ci-dessus pour $\varrho^2\frac{d\pi^2}{d\varrho^2}$, on obtient,

$$\frac{d\pi^2}{d\varrho^2} = \frac{h^4\left(\varrho^2 h^2 + \dfrac{h^2-C^2}{h^2}\beta^4\right)^2}{\varrho^2(\beta^4+\varrho^2h^2)(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}$$

ou

$$\frac{d\pi}{d\varrho} = -\frac{h^2\left(\varrho^2h^2+\dfrac{h^2-C^2}{h^2}\beta^4\right)}{\varrho\sqrt{(\beta^4+\varrho^2h^2)(\delta^4+\varrho^2h^2)(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}} \quad ..(31)$$

où nous avons pris le signe — parce que nous supposerons que le maximum de ϱ à lieu pour $\pi = 0$, et qu'ainsi initialement ϱ diminue quand π s'accroit.

On peut reduire cette formule aux intégrales elliptiques; à cet effet écrivons la

$$d\pi = -\frac{\frac{1}{2}h^4\,d.\varrho^2}{\sqrt{(\beta^4+\varrho^2h^2)...(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}} - \frac{\frac{1}{2}\beta^4(h^2-C^2)\,d.\varrho^2}{\sqrt{(\beta^4+\varrho^2h^2)...(\varepsilon^4-\varrho^2h^2)}},$$

et supposons premièrement $h > B$; comme on a dans ce cas

$$\varrho^2_{max.} = \frac{(A^2-h^2)(h^2-C^2)}{h^2} \quad \text{et} \quad \varrho^2_{min.} = \frac{(A^2-h^2)(h^2-B^2)}{h^2}.$$

on peut poser

$$\varrho^2 = \frac{(A^2-h^2)(h^2-B^2)}{h^2} + \zeta\frac{(A^2-h^2)(B^2-C^2)}{h^2} \quad ..(32)$$

ζ étant une quantité telle que l'on doit toujours avoir

$$\zeta > 0 \quad \text{et} \quad \zeta < 1,$$

sans exclure l'égalité.

Avec cette valeur de ϱ^2 on trouve

$$\beta^4 + \varrho^2h^2 = (A^2-h^2)(B^2-C^2)\,\zeta,$$
$$\delta^4 + \varrho^2h^2 = (h^2-B^2)(A^2-C^2) + (A^2-h^2)(B^2-C^2)\,\zeta,$$
$$\varepsilon^4 - \varrho^2h^2 = (A^2-h^2)(B^2-C^2)(1-\zeta),$$

et

$$d\varrho^2 = \frac{(A^2-h^2)(B^2-C^2)}{h^2}\,d\,,$$

de sorte qu'en substituant ces valeurs dans la valeur précédente de $d\pi$, celle-ci devient

$$d\pi = -\frac{\frac{1}{2}h^2\,d\zeta}{\sqrt{\{\zeta(1-\zeta)((h^2-B^2)(A^2-C^2)+(A^2-h^2)(B^2-C^2)\zeta)\}}}\cdots$$
$$+\frac{\frac{1}{2}(h^2-B^2)(h^2-C^2)\,d\zeta}{[(h^2-B^2)+\zeta(B^2-C^2)]\sqrt{[\zeta(1-\zeta)((h^2-B^2)(A^2-C^2)+(A^2-h^2)(B^2-C^2)\zeta)}}$$

ou, faisant

$$\zeta = cos^2\varphi, \ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

$$d\pi = \frac{h^2\,d\varphi}{\sqrt{[(h^2-B^2)(A^2-C^2)+(A^2-h^2)(B^2-C^2)cos^2\varphi]}}\cdots$$
$$-\frac{(h^2-B^2)(h^2-C^2)\,d\varphi}{(h^2-B^2)+cos^2\varphi(B^2-C^2)]\sqrt{[(h^2-B^2)(A^2-C^2)+(A^2-h^2)(B^2-C^2)cos^2\varphi]}}$$

ou

$$d\pi = \frac{1}{\sqrt{(h^2-C^2)(A^2-B^2)}}\left\{\frac{h^2\,d\varphi}{\sqrt{1-k^2sin^2\varphi}} - \frac{h^2-B^2}{1-nsin^2\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{\sqrt{(1-k^2sin^2\varphi)}}\right\},$$

dans laquelle

$$k^2 = \frac{(A^2-h^2)(B^2-C^2)}{(A^2-B^2)(h^2-C^2)} < n, \quad n = \frac{B^2-C^2}{h^2-C^2} < 1.$$

Au cas où $h < B$, on obtient de la même manière

$$d\pi = \frac{1}{\sqrt{(A^2-h^2)(B^2-C^2)}}\left\{\frac{h^2\,d\varphi}{\sqrt{1-k^2sin^2\varphi}} + \frac{B^2-h^2}{1-nsin^2\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{\sqrt{(1-k^2sin^2\varphi)}}\right\}$$

dans laquelle

$$k^2 = \frac{(h^2-C^2)(A^2-B^2)}{(B^2-C^2)(A^2-h^2)} < n, \quad n = \frac{A^2-B^2}{A^2-h^2} < 1.$$

On aura donc, supposant que pour $\varphi = 0$ on a aussi $\pi = 0$, au cas où $h > B$

$$\pi = \frac{1}{\sqrt{(h^2-C^2)(A^2-B^2)}}\left\{h^2\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{(1-k^2sin^2\varphi}} - (h^2-B^2)\int^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-nsin^2\varphi)\sqrt{(1-k^2sin^2\varphi)}}\right.$$

Cette formule montre que π s'accroit sans cesse avec φ, et à cause de la périodicité des intégrales, que si π_0 est sa valeur pour $\varphi = \frac{1}{2}\varpi$, ϖ désignant la demi-circomférense de rayon un, cette valeur pour $\varphi = \varpi$, $\frac{3}{2}\varpi$, 2ϖ, $\frac{5}{2}\varpi$ etc. deviendra $2\pi_0$, $3\pi_0$, $4\pi_0$, $5\pi_0 \ldots$ etc. Le rayon ϱ, d'après (32) et (33) décroitera dans l'angle π_0 du maximum au minimum pour s'accroitre dans l'intervalle de π_0 à $2\pi_0$ du minimum au maximum, et continuera ainsi à decroitre et à accroitre dans chacun des intervalles π_0. La courbe consisterait donc de l'arc dans le premier angle π_0 répeté sans cesse dans chacun des angles π_0 suivants, tellement que deux ares successifs sont symétriques par rapport au rayon vecteur commun, et si π_0 est commensurable avec la circonférence 2ϖ la courbe serait fermée.

Au cas où $h = B$ les deux formules donnent

$$d\pi = \frac{B^2}{\sqrt{(B^2-C^2)(A^2-B^2)}} \cdot \frac{d\varphi}{\cos\varphi},$$

dont l'intégrale est

$$\pi = \frac{B^2}{\sqrt{(A^2-B^2)(B^2-C^2)}} \log \text{cotang}\,(45^0 - \tfrac{1}{2}\varphi),$$

supposant que pour $\varphi = 0$ on ait $\pi = 0$.

Si l'on pose

$$\frac{(A^2-B^2)(B^2-C^2)}{B^2} = m^2$$

cette valeur de π devient

$$\pi = \frac{B}{m} \log \text{tang}\,(45^0 + \tfrac{1}{2}\varphi),$$

d'où en passant des logarithmes aux nombres,

$$\text{tang}\,(45 + \tfrac{1}{2}\varphi) = e^{\frac{m\pi}{B}},$$

par suit

$$\text{tang}\,(45 - \tfrac{1}{2}\varphi) = e^{-\frac{m\pi}{B}},$$

et, prenant la somme de ces deux équations

$$\frac{2}{cos^2\tfrac{1}{2}\varphi - sin^2\tfrac{1}{2}\varphi} = e^{\frac{m\pi}{B}} + e^{-\frac{m\pi}{B}},$$

ou

$$\cos\varphi = \frac{2}{e^{\frac{m\pi}{B}} + e^{-\frac{m\pi}{B}}}$$

et, comme nous avons dans ce cas (32) et (33)

$$\varrho^2 = \frac{(A^2-B^2)(B^2-C^2)}{B^2}\zeta \quad \text{ou} \quad \varrho = m\cos\varphi,$$

on aura

$$\varrho = \frac{2m}{e^{\frac{m\pi}{B}} + e^{-\frac{m\pi}{B}}}, \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

résultat qu'on aurait aussi pu déduire de (31) en y faisant $B = h$ et par conséquent $\beta = 0$, $\delta = 0$, ce qui donne

$$d\pi = -\frac{B\,d\varrho}{\varrho\sqrt{m^2-\varrho^2}} \text{ etc.} \ldots\ldots\ldots (b)$$

d'après l'équation (a) ϱ s'approche indéfiniment de zéro lorsque π devient de plus grand en plus grand. Il s'en suit que la courbe, au cas de $h = B$, est une sorte de spirale, qui fait une infinité de révolutions autour du pôle sans jamais pouvoir l'atteindre Il y a encore une particularité, rémarquée par Poinsot; la formule (b) donnant pour la tangente de l'angle μ de la courbe avec le rayon vecteur,

$$\text{tang}\,\mu = \frac{\varrho\,d\pi}{d\varrho} = -\frac{B}{\sqrt{m^2-\varrho^2}},$$

on a pour $\varrho = 0$

$$\text{tang } \mu = -\frac{B}{m},$$

ce qui est une valeur finie. Pour expliquer cette particularité nous remarquons que quand l'angle polaire π devient de plus en plus grand, le terme $e^{-\frac{m\pi}{B}}$ dans l'équation (*a*) s'approche sans cesse de zéro, et pour des valeurs trés-grandes de cet angle, l'équation de la courbe sera sensiblement

$$\varrho = 2\,m\,e^{-\frac{m\pi}{B}},$$

laquelle représente une spirale logarithmique, qui donne pour la tangente de l'angle constant qu'elle fait avec le rayon recteur

$$\varrho\frac{d\pi}{d\varrho} = -\frac{B}{m},$$

ou

$$\text{tang } \mu = -\frac{B}{m}.$$

L'herpolhodie, au cas de $h = B$, est donc une spirale qui fait une infinité de révolutions autour du pôle et est asymptotique à une spirale logarithmitique, dont le rayon vecteur à l'origine est double de celui de l'herpolhodie.

Nous pouvons encore dans le cas général calculer le rayon R de courbure de l'herpolhodie, qui est donné par la formule

$$R = \frac{\left(\frac{ds}{d\pi}\right)^3}{\varrho^2 + 2\frac{d\varrho^2}{d\pi^2} - \varrho\frac{d^2\varrho}{d\pi^2}},$$

ou, si l'on prend ϱ pour variable indépendante,

$$R = \frac{\left(\frac{ds}{d\varrho}\right)^3}{\varrho^2\frac{d\pi^3}{d\varrho^3} + 2\frac{d\pi}{d\varrho} + \varrho\frac{d^2\pi}{d\varrho^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (c)$$

La formule (31) donne d'abord après réduction

$$\frac{d^2\pi}{d\varrho^2} = \frac{-[\varrho^2h^4-\beta^4(h^2-C^2)](\beta\,\delta\,\varepsilon)}{\varrho^2\sqrt{(\beta\,\delta\,\varepsilon)^3}} + \frac{[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)][(\delta\varepsilon)+(\beta\varepsilon)-(\beta\delta)]\varrho^2h^2}{\varrho^2\sqrt{(\beta\,\delta\,\varepsilon)^3}}$$

ou $(\beta\,\delta\,\varepsilon)$, $(\beta\,\varepsilon)$, $(\beta\,\delta)$, $(\delta\,\varepsilon)$ désignent des produits des quantités $\beta^4+\varrho^2h^2$, $\delta^4+\varrho^2h^2$, $\varepsilon^4-\varrho^2h^2$, et ensuite on a pour le dénominateur (c) de R

$$-\frac{[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)]^3}{\varrho\sqrt{(\beta\,\delta\,\varepsilon)^3}} - \frac{2[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)](\beta\,\delta\,\varepsilon)}{\varrho\sqrt{(\beta\,\delta\,\varepsilon)^3}} - \frac{[\varrho^2h^4-\beta^4(h^2-C^2)](\beta\,\delta\,\varepsilon)}{\varrho\sqrt{(\beta\,\delta\,\varepsilon)^3}} \cdots$$
$$+ \frac{[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)][(\delta\varepsilon)+(\beta\varepsilon)-(\beta\delta)]\varrho^2h^2}{\varrho\sqrt{(\beta\,\delta\,\varepsilon)^3}},$$

le numérateur de cette expression se réduit à

$$-[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)][(\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2))^2+2(\beta\,\delta\,\varepsilon)-((\delta\varepsilon)+(\beta\varepsilon)-(\beta\delta))\varrho^2h^2]-$$
$$-[\varrho^2h^4-\beta^4(h^2-C^2)](\beta\,\delta\,\varepsilon)$$

ou, développant les produits $(\beta\,\delta\,\varepsilon)$, $(\delta\,\varepsilon)$ des quantités $\beta^4+\varrho^2h^2$, $\delta^4+\varrho^2h^2$, etc.,

$$\left\{\begin{array}{r} -[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)][\varrho^4h^8+2\varrho^2h^4\beta^4(h^2-C^2)+\beta^8(h^2-C^2)^2+2\beta^4\delta^4\varepsilon^4 \\ +2(\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4)\varrho^2h^2+2(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4)\varrho^4h^4-2\varrho^6h^6 \\ -(\delta^4\varepsilon^4+\beta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4)\varrho^2h^2-2(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4)\varrho^4h^4+3\varrho^6h^6] \\ -[\varrho^2h^4-\beta^4(h^2-C^2)][\beta^4\delta^4\varepsilon^4+(\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4)\varrho^2h^2+(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4)\varrho^4h^4-\varrho^6h^2] \end{array}\right\},$$

ou,

$$\left\{\begin{array}{r} -[\varrho^2h^4+\beta^4(h^2-C^2)][\varrho^4h^8+2\varrho^2h^4\beta^4(h^2-C^2)+\beta^8(h^2-C^2)^2 \\ +2\beta^4\delta^4\varepsilon^4+(\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4)\varrho^2h^2+\varrho^6h^6] \\ -[\varrho^2h^4-\beta^4(h^2-C^2)][\beta^4\delta^4\varepsilon^4+(\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4)\varrho^2h^2+(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4)\varrho^4h^4-\varrho^6h^6] \end{array}\right\},$$

ou

$$\left\{\begin{array}{r} -\varrho^2h^4[\varrho^4h^8+2\varrho^2h^4\beta^4(h^2-C^2)+\beta^8(h^2-C^2)^2+3\beta^4\delta^4\varepsilon^4+2(\beta^4\varepsilon^4+\delta^4\varepsilon^4-\beta^4\delta^4)\varrho^2h^2 \\ +(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4)\varrho^4h^4] \\ -\beta^4(h^2-C^2)[\varrho^4h^8+2\varrho^2h^4\beta^4(h^2-C^2)+\beta^8(h^2-C^2)^2+\beta^4\delta^4\varepsilon^4-(\varepsilon^4-\beta^4-\delta^4)\varrho^4h^4+2\varrho^6h^6] \end{array}\right\},$$

ou

$$\begin{cases} -\varrho^2 h^4[\varrho^4 h^4(h^4 + \varepsilon^4 - \beta^4 - \delta^4) + 2\varrho^2 h^2(h^2\beta^4(h^2 - C^2) + \beta^4\varepsilon^4 + \delta^4\varepsilon^4 \\ \qquad + \beta^8(h^2 - C^2)^2 + 3\beta \\ -\beta^4(h^2 - C^2)[\varrho^4 h^4(h^4 - \varepsilon^4 + \beta^4 + \delta^4) + 2\varrho^2 h^4\beta^4(h^2 - C^2) + \beta^8(h^2 - C^2)^2 + \beta^4\delta^4\varepsilon^4 + \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} -\varrho^6 h^6[h^2(h^4 + \varepsilon^4 - \beta^4 - \delta^4) + 2\beta^4(h^2 - C^2)] \ldots \\ -\varrho^4 h^4[2h^4\beta^4(h^2 - C^2) + 2h^2(\beta^4\varepsilon^4 + \delta^4\varepsilon^4 - \beta^4\delta^4) + \beta^4(h^2 - C^2)(h^4 - \varepsilon^4 + \beta^4 \\ -\varrho^2 h^2[h^2\beta^8(h^2 - C^2)^2 + 3h^2\beta^4\delta^4\varepsilon^4 + 2h^2\beta^8(h^2 - C^2] \ldots \\ -\beta^8(h^2 - C^2)[\beta^4(h^2 - C^2)^2 + \delta^4\varepsilon^4] \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} -\varrho^6 h^6[h^2(h^4 + \varepsilon^4 - \beta^4 - \delta^4) + 2\beta^4(h^2 - C^2)] \\ -\varrho^4 h^4[\beta^4(h^2 - C^2)(3h^4 - \varepsilon^4 + \beta^4 + \delta^4) + 2h^2(\beta^4\varepsilon^4 + \delta^4\varepsilon^4 - \beta \\ -\varrho^2 h^2[\beta^4(h^2 - C^2)^2 + \delta^4\varepsilon^4]3h^2\beta^4 \\ -\beta^8(h^2 - C^2)[\beta^4(h^2 - C^2)^2 + \delta^4\varepsilon^4] \end{cases}$$

substituant dans cette expression les valeurs de β, δ, ε trouvera que les deux derniers termes se réduisent à et restituant le dénominateur, elle devient

$$\frac{-\varrho^6 h^6[h^2\Sigma - 2A^2B^2C^2] - \varrho^4 h^4(h^2 - C^2)\beta^4\Sigma}{\varrho\sqrt{(\beta\delta\varepsilon)^3}},$$

Σ désignant la somme $A^2B^2 + A^2C^2 + B^2C^2$.

On aura donc, ayant égard à (c) et à (30), pour le ra de courbure R

$$R = -\frac{1}{h}\frac{[(h^2 - C^2)\beta^4(A^2 + B^2 + C^2 - h^2) - (\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4)\varrho^2h^2 - \varrho^4h^4}{\varrho^2h^2(h^2\Sigma - 2A^2B^2C^2) + (h^2 - C^2)\beta^4\Sigma}$$

ce qui s'accorde avec (29), laquelle on obtient si dans cel on annule le dénominateur, pour déterminer le rayon teur d'un point d'inflexion. Dans la dernière formule

$$\gamma^4 - 2\lambda^4 - C^4 = \Sigma - 2(A^2 + B^2 + C^2)h^2 + 2h^4$$

La Haye, Avril 1890.

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN **Dr. H. J. HAMBURGER** TE *Utrecht*

GETITELD:

„OVER DE REGELING DER BLOEDBESTANDDEELEN BIJ KUNSTMATIGE HYDRAEMISCHE PLETHORA, HYDRAEMIE EN ANHYDRAEMIE".

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 Maart 1890.)

De verhandeling, onder dezen titel door Dr. HAMBURGER aan de Kon. Akad. van Wetenschappen ter opneming in de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden, vormt eene voortzetting van de onderzoekingen van denzelfden schrijver over de inwerking van zoutoplossingen op bloedlichaampjes, die reeds herhaalde malen door onze Akademie in haar tijdschrift zijn opgenomen. Zij onderscheidt zich van die vroegere studiën voornamelijk daardoor, dat thans de invloed der zoutoplossingen op het bloed en de bloedlichaampjes in levende dieren onderzocht wordt, terwijl vroeger hare werking op de uit het lichaam genomen bloedlichaampjes werd nagegaan.

In hoofdzaak worden de vroegere door den schrijver verkregen uitkomsten thans bevestigd, doch daarbij tevens aangewezen, welke verschillende inrichtingen het levend lichaam bezit, om de schadelijke werking van veranderingen in de osmotische spanning van het bloed te elimineeren.

Van verschillende kanten en op verschillend gebied bl
in den laatsten tijd de juistheid van de stelling, dat, w
oplossingen op levende organismen, organen of cellen,
door hare scheikundige eigenschappen, maar alleen door
concentratie inwerken, deze invloed onafhankelijk is van
aard der opgeloste stof, en alleen bepaald wordt door
osmotische spanning der oplossing. Volgens dezen
werken oplossingen op plantencellen en bloedlichaa
op de bewegingen van bacteriën en infusoriën, ja zel
de werkzaamheid van de traanklieren van den mensch.

Hetzelfde geldt nu ook, volgens de onderzoekingen,
schreven in de ons ter beoordeeling aangewezen verha
ling, van de reactiën, die het gevolg zijn van eene k
matige verandering van de samenstelling van het bl
Dr. HAMBURGER bracht deze veranderingen ten eerste te w
door injectie van zoutoplossingen in de bloedvaten
paarden en honden, en wel nu eens van zulke, die
grootere osmotische spanning hadden dan die van het bl
(»hyperisotonische oplossingen"), dan weer van vochten
geringer aantrekking tot water (»hypisotonische oplossi
Ten tweede bereikte hij zijn doel door aftapping va
langrijke hoeveelheden bloed, en ten derde door inj
van pilocarpine en eserine, welke stoffen, door vermeerd
werkzaamheid van speekselklieren, nieren enz., de conc
tratie van het bloed aanzienlijk verhoogen.

Uit zijne proeven blijkt, dat de oorspronkelijke osmoti
spanning van het bloed steeds zeer spoedig hersteld wo
soms binnen weinige minuten, soms binnen enkele u
Doch tevens, dat dit niet eenvoudig geschiedt door
herstel van de normale samenstelling van het bloed;
laatste toch wordt eerst veel later bereikt. Aanvank
worden, naast een deel der ingespoten stof, ook bepa
bestanddeelen van het bloed daaraan onttrokken. En wel
bestanddeelen dit zijn, en in welke mate het geschie
wordt ons in tal van tabellen aangegeven.

Aan het herstel van de osmotische spanning van
bloed nemen aan de eene zijde de bloedlichaampjes, aan
andere zijde de nieren en de transsudatie van vocht d

vaatwanden naar de organen des lichaams deel. De rol, daarbij de bloedlichaampjes spelen, wordt in een afzonderlijk hoofdstuk nagegaan, en, in aansluiting aan de laatste, er onze Akademie gepubliceerde, verhandeling van den rijver, in hoofdzaak verklaard uit eene, door hem aangenene permeabiliteit dier lichaampjes voor opgeloste stoffen. Het komt ons voor, dat de verhandeling van den Heer . HAMBURGER eene belangrijke bijdrage levert tot onze nnis van de eigenschappen van het bloed en de bloedvaten, dat zij tevens aan de nog zoo jonge leer van de osmoche spanningen van oplossingen en hare toepassing op de evensverschijnselen, eene zeer gewenschte uitbreiding geeft.

Op deze gronden hebben de ondergeteekenden de eer, aan e Afdeeling voor te stellen, de verhandeling van den Heer AMBURGER op te nemen in de *Verslagen en Mededeelingen.*

Utrecht en *Amsterdam*, Maart 1890.

TH. W. ENGELMANN.
HUGO DE VRIES.

OVER DE REGELING DER BLOEDBESTANDDEELEN

BIJ

KUNSTMATIGE HYDRAEMISCHE PLETHORA, HYDRAEMIE EN ANHYDRAEMIE

DOOR

Dr. H. J. HAMBURGER.

INLEIDING.

In ons vorig opstel *) „Over de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes in verband met de isotonische coëfficienten" toonden wij aan:

1°. dat de bloedlichaampjes van het gedefibrineerde bloed voor zouten aanzienlijk permeabel zijn;

2°. dat na vermenging van gedefibrineerd bloed met isotonische, hyperisotonische en hypisotonische zout- en suikeroplossingen en met serum, dat vooraf met water verdund is, een uitwisseling van bestanddeelen plaats grijpt tusschen bloedlichaampjes en omgeving, en wel in zoodanige verhouding, dat de wateraantrekkende kracht van geen van beide hierdoor verandering ondergaat, m. a. w. in isotonische verhouding.

Wij hadden ons voorgesteld, na te gaan of die feiten ook voor het circuleerende bloed geldig waren.

---

*) *Verslagen en Mededeelingen* enz. 3e Reeks, Deel VII. p. 15.

In de eerste plaats wilden wij ons de vraag stellen: zijn de blooedlichaampjes van het circuleerende bloed voor zouten permeabel? Deze vraag was niet langs denzelfden zekeren weg te beantwoorden, als dit geschied was voor het gedefibrineerde bloed; immers, bij het laatste bevonden zich de vloeistoffen in een glazen vat met een impermeabelen wand, en een eenvoudige chloor-bepaling in het serum, vóór en na de toevoeging van eene bekende hoeveelheid eener chloorvrije zoutoplossing, was voldoende om uit te maken, of de bloedlichaampjes chloor hadden opgenomen of verloren. Van het bloedvaatstelsel — wij behoeven het niet te zeggen — zijn de wanden alles behalve impermeabel.

Hoever deze permeabiliteit gaat, kan o. a. blijken uit de proeven van KLIKOWICZ *) en uit die van DASTRE en LOYE †). De eerste toonde aan, dat bij inspuiting van een aanzienlijke hoeveelheid eener geconcentreerde oplossing van Na_2SO_4 in de bloedbaan van honden, reeds na twee minuten de helft er uit verdwenen is. De beide andere onderzoekers lieten uren achtereen een stroom van Na Cl-oplossing van 0.75 pCt. door het vaatstelsel van een konijn gaan, zonder dat het dier schadelijke gevolgen er van ondervond, indien zij slechts zorgden, dat de snelheid van injectie, en verder drukking en temperatuur, goed geregeld waren.

Vóór alles wenschten wij daarom vast te stellen, in hoeverre, na injectie van hyper- en hypisotonische zoutoplossingen, de bloedlichaampjes in een veranderd medium zich bevonden.

Te dien einde bepaalden wij de quantiteit van eenige bestanddeelen van het plasma — of beter gezegd, van het serum — vóór en na de injectie. Al spoedig viel ons op, dat, terwijl van het geïnjicieerde zout een zekere hoeveelheid in het plasma was achtergebleven, andere stoffen in een verminderde quantiteit er in aanwezig waren. Zou het plasma — zoo dachten wij — een neiging hebben, om zijn

---

*) DU BOIS-REYMOND's *Archiv. Physiol.* Abth. 1886. S. 18.

†) *Archives de Physiologie* 1889, p. 283.

wateraantrekkend vermogen standvastig te houden, gelijk dit gebleken was bij de lichaampjes van het gedefibrineerde bloed het geval te zijn?

In het eerste hoofdstuk hebben wij onder »A. Hydraemische plethora" deze vraag beantwoord en, naar aanleiding van het antwoord, dezelfde vraag gesteld voor het bloedplasma bij kunstmatige Hydraemie (B) en bij kunstmatige Anhydraemie (C).

In het tweede hoofdstuk is de regeling van de bestanddeelen der bloedlichaampjes behandeld en wel: onder A, de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes van het circuleerende bloed en onder B: het wateraantrekkend vermogen der roode bloedlichaampjes bij kunstmatige hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie.

I. Regeling der bestanddeelen van het plasma.

A. *Hydraemische plethora.*

Verreweg de meeste proeven werden verricht bij het paard, slechts enkele bij den hond;

1°. omdat bij het paard groote quantiteiten voor de analysen konden gebruikt worden, wat natuurlijk aan de nauwkeurigheid der resultaten ten goede komt;

2°. omdat het vaak voorkomt, dat hondeserum, in weerwil van goede voorzorgen, een roode tint heeft, wat ons bij paardenserum geen enkele maal is voorgekomen. Zooals later blijken zal, was rood gekleurd serum voor de meesten onzer proeven weinig geschikt.

Bij het paard werd bloed ontlast, door een vlijm in de V. jugularis te slaan, bij den hond door een canule in genoemde Vena te brengen. Het bloed werd opgevangen, gedefibrineerd en na filtratie door een coleerdoek in de centrifugaalmachine geplaatst. Na eenigen tijd kon het heldere, geelachtige serum afgezogen worden. Van een deel werd het wateraantrekkend vermogen bepaald door middel

roode bloedlichaampjes, *) slechts twee malen door escantia discolor †) (proef I en IV).

Indien het serum volkomen vrij van bloedkleurstof is, men de eerstgenoemde methode verre verkiezen boven lasmolytische:

1°. omdat ze nauwkeuriger resultaten geeft. Verschillen vateraantrekkend vermogen van 0.025 pCt. salpeterwaarde den wij bij het serum gemakkelijk en zeker aantoonen; zelfs verschillen van 0.025 pCt. Wij gebruikten voor e proef, met het oog op de beschikbare quantiteit ts 5 cM.^{3} serum. Hadden we grootere hoeveelheden en aanwenden; m. a. w., hadden we dikkere lagen en onderzoeken, dan zouden we nog veel geringere chillen hebben kunnen constateeren. Bij Tradescantia men *beperkt* tot verschillen van 0.1 pCt. salpeterwaarde.

2°. omdat ze minder tijd kost en gemakkelijker is uit te eren. De salpeterwaarden der Tradescantia-cellen, die lfs dicht bij elkander zijn gelegen, verschillen vaak aanenlijk §); het gebeurt soms dat de salpeterwaarde veel oger of lager is, dan men had ondersteld, zoodat men noodzaakt is, weer een geheel nieuwe reeks van proeven te zetten.

Het chloor van het serum bepaalden wij in de eiwitvrije loeistof door $AgNO_3$, KCNS en ferricyaankalium; het ulfaat, dat na de injectie in het serum was achtergebleven, eveneens in de van eiwitstoffen bevrijde vloeistof door $BaCl_2$ en HCl.

---

a. INJECTIE VAN HYPERISOTONISCHE OPLOSSINGEN.

Proef I

Bij een oud paard, wegende ongeveer 350 KG., wordt ongeveer $^3/_4$ Liter bloed uit een V. jugularis ontlast en vervolgens worden 5 Liter eener oplossing van Na_2SO_4

*) DU BOIS REYMOND'S *Arch. f. Anat. u. Physiol.* Abth. 1886 p. 39.
†) Zie *Maandbl. v. Natuurwetensch.* 1889, p. 74.
§) Ibid. p. 74.

van 5 pCt. (11, 13 Gr. kristallen van $Na_2 SO_4 + 7$ aq op 100 vloeistof) in de andere V. jugularis gegoten; 10 minuten, 30 minuten, 1 uur, $1^1/_2$, 2, 4, 24 en 44 uren na de infusie worden telkens $^3/_4$ Liter uit de eerstbedoelde halsader ontlast.

Het blijkt, dat van het bloed, dat vóór de infusie is ontlast, 5 cM.^{3} serum met 0,25 cM.^{3} water verdund, geen, en met 0.75 cM.^{3} water verdund, plasmolyse van bijna alle Tradescantia-cellen heeft teweeg gebracht en verder, dat in de cellen, gelegen in de onmiddellijke nabijheid van de zooeven bedoelde, een KNO_3 oplossing van 1.4 pCt. geen plasmolyse en eene van 1.5 pCt. plasmolyse van bijna alle cellen heeft veroorzaakt; dus 5 cM.^{3} serum + 0.5 cM.^{3} water staan in isotonische waarde gelijk met een KNO_3 oplossing van 1.45 pCt., dus het serum als zoodanig met een KNO_3 oplossing van 1.6 pCt.

Door dezelfde methode van onderzoek blijkt, dat het serum, behoorende bij het bloed, dat ontlast is:

10	min.	na	de	infusie,	een	salpeterwaarde	heeft	van	1.68	pCt.
33	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1.6	»
1	uur	»	»	»	»	»	»	»	»	1.55	»
$1^1/_2$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1.6	»
2	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1.5	»
24	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1.6	»
44	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1.6	»

Men ziet hieruit, dat 10 minuten na de infusie het wateraantrekkend vermogen van het serum slechts een weinig hooger is, dan vóór de infusie. $^1/_2$ uur na de infusie blijkt het tot den norm te zijn teruggekeerd. Dit resultaat is inderdaad verrassend, wanneer men berekend heeft, hoe groot het wateraantrekkend vermogen van het plasma zou geworden zijn, indien het vaststelsel een systeem ware met met volkomen impermeabelen wand.

Het paard weegt ongeveer 350 KG., dus bevat hoogstens $\frac{350 \times 8}{100} = 28$ KG. bloed, waarvan ongeveer $28 \times \frac{2}{3} = 18.7$ KG.

dus ± 18 Liter serum. Het serum is isotonisch met KNO_3 van 1.6 pCt. Daar nu de geïnfundeerde Na_2SO_4-oplossing isotonisch is met een KNO_3 oplossing van 4.74 pCt. en er 5 L. zijn α ingespoten, zou het plasma in wateraantrekkend vermogen hebben moeten overeenkomen met een K. N. O_3 solutie van $\frac{18 \times 1.5 + 5 \times 4.74}{18 + 5} = 2.29$ pCt. indien de bloedlichaampjes en de wanden van het bloedvaatstelsel volkomen impermeabel waren.

Vanwaar nu dat spoedig herstel van het oorspronkelijke wateraantrekkend vermogen van het serum? Zou al het Na_2SO_4, reeds 30 minuten na de infusie, de bloedbaan verlaten hebben?

Een blik op de volgende tabel leert dat dit niet het geval is:

TABEL I.

Injectie van 5 liter Na_2SO_4-oplossing van 5 pCt. in de V. jugularis van een paard.

Tijd van ontlasting.	Gram Na_2SO_4 in 100 serum.	Salpeterwaarde van het gevonden Na_2SO_4.
Vóór de injectie	sporen	—
10 minuten na de injectie.	0.310	0.293
30 » » »	0.119	0.113
1 uur » »	0.060	0.057
$1^1/_2$ » » »	0.042	0.040
2 » » »	0.032	0.03
24 » » »	sporen	—
44 » » »	sporen	—

Wij zien, dat bijv. 10 minuten na de injectie, het gehalte aan Na_2SO_4 nog 0.31 pCt. bedraagt, wat in wateraantrek-

kend vermogen overeenkomt met een KNO_3-oplossing van 0.293 pCt. Bedenkt men nu, dat, blijkens de proeven met Tradescantia, 10 minuten na de injectie het wateraantrekkend vermogen slechts met $0.68 - 0.6 = 0.08$ verhoogd is en dat verschillen in salpeterwaarde van 0.1 pCt door bedoelde methode kunnen worden aangetoond, dan moet het percentgehalte van andere stoffen in het serum gedaald zijn, welke daling, overeenkomt met een salpeterwaarde van $0.293 - 0.08 = 0.213$.

Kan hiervoor het Na Cl aansprakelijk gesteld worden?

Zooals uit de volgende tabel (II) blijkt, slechts voor een klein deel.

TABEL II.

Tijd van ontlasting.	cM³ $\frac{1}{10}$ n. $AgNO_3$-opl. overeenkomende met het chloor in 100 cM serum.	Salpeterwaarde van het Na Cl, overeenkomende met het chloor, gevonden in de vorige kolom.	Daling der salpeterwaarde, veroorzaakt door het Na Cl.
Vóór de injectie . .	99.48	0.995	
10 min. na de injectie.	92.48	0.925	0.07
30 » » »	94.76	0.947	0.047
1 uur » »	96.72	0.967	0.027
$1^1/_2$ » » »			
2 » » »	98.02	0.980	0.014

Uit deze tabel blijkt, dat 10 minuten na de injectie, het Na Cl-gehalte van het serum verminderd is met een salpeterwaarde van 0.07 Er moeten dus ook nog andere bestanddeelen van het serum in gehalte verminderd zijn, welke vermindering een salpeterwaarde vertegenwoordig van $0.213 - 0.07 = 0.143$.

Welke kunnen nu deze bestanddeelen zijn? Om dit na te

gaan, laten wij een analyse van paardeserum volgen en schrijven achter ieder bestanddeel de salpeterwaarde. Wij berekenen deze naar de formule:

$$\frac{1}{3} \times 100 \times \frac{\text{procentgehalte} \times \text{isotonische coëfficient}^{*})}{\text{molecul.gewicht}}.$$

TABEL III.

Bestanddeelen.	Gewichtsdeelen in 100 cM³ serum.	Salpeterwaarde der in de vorige kolom bedoelde bestanddeelen.
K_2O	0.027	0.0192
Na_2O	0.443	0.476
CaO	—	0
MgO	—	0
Cl	0.375	0.7042
P_2O_5	0.0152	0.01427
CO_2	0.0985	0.15

Uit deze tabel blijkt, dat CaO en MgO niet bepaald zijn; dit doet hier niets ter zake; want zij hebben toch een isot. coëff. 0. Verder ziet men, dat een eventueele vermindering van procentgehalte aan P_2O_5, het getal 0.143 niet kan verklaren, zelfs al verliet het P_2O_5 het plasma geheel; wat echter niet aan te nemen is, daar de lymphe een ongeveer gelijke hoeveelheid P_2O_5 bezit als het bloedvocht en ook de bloedlichaampjes een aanzienlijke hoeveelheid P_2O_5 bevatten. Of het P_2O_5 ook in den vorm van zouten, dan wel, naar SERTOLI en anderen uitsluitend

*) Zie omtrent de afleiding dezer formule, HUGO DE VRIES, PRINGSHEIMS *Jahrb.* enz. Bd. XIV, Heft 4, S. 536.

als lecethine in het serum voorkomt, doet hier weinig ter zake.

De druivesuiker vertegenwoordigt een salpeterwaarde, die geheel te verwaarloozen is.

Het CO_2 is naar de algemeen heerschende opvatting geheel in gebonden toestand aanwezig *); van daar, dat wij voor de berekening der salpeterwaarde den isot. coëfficient 2 hebben durven gebruiken. De procentische vermindering van het CO_2-gehalte, indien deze aanwezig is, zal wel een deel van het getal 0.143 kunnen verklaren, doch niet het geheele, daar de lymph toch ook een niet onaanzienlijke hoeveelheid CO_2 bevat.

Het CO_2 gehalte van het serum is berekend uit het gemiddelde van 8 analysen van FRÉDÉRICQ †).

Telt men nu de partieele salpeterwaarden (laatste kolom) samen, dan krijgt men 1.36, een getal, dat beslist veel kleiner is, dan hetgeen wij bij onze proeven ooit hebben gevonden. In den regel schommelde het om 1.7.

Bij de bepaling van de partieele salpeterwaarden der melk, zagen we iets dergelijks; daar bedroeg de som der partieele salpeterwaarden van de zouten en de melksuiker 1.116, terwijl de totale wateraantrekkende kracht der melk 1.9 bedroeg. Zouden misschien de eiwitstoffen in beide gevallen voor deze verschillen moeten aansprakelijk worden gesteld?

Om deze vraag op te lossen, stelden we ons voor, de salpeterwaarde van het serum te bepalen, nadat de eiwitstoffen er uit waren verwijderd.

Het laatste kon op twee wijzen geschieden nl. 1°. door het serum te verbranden, 2°. door verwarming en toevoeging van verdund zuur. Echter wijkt de asch te zeer in samenstelling van de in het serum aanwezige zouten af, dan dat wij de eerste methode anders dan langs omwegen met vrucht zouden kunnen toepassen. Beter konden we gebruik maken van de tweede methode.

---

*) Verg. ZUNTZ in HERMANN's *Handb. der Physiol.* B. IV. Th. II. S. 80.

†) LÉON FRÉDÉRICQ. *Recherches sur la constitution du plasma sanguin.* Gand. 1878.

50 cM³ serum werden verdund met 300 cM³ water en het mengsel in een kolf verwarmd; dan voegden we eenige droppels verdund azijnzuur toe, sloten de kolf, lieten deze onder de waterleiding afkoelen, filtreerden en dampten 300 cM³ van het heldere filtraat op een waterbad tot droog toe in, teneinde het vrije azijnzuur te verdrijven. Het residu werd dan met een weinig water uit het schaaltje verwijderd en de vloeistof tot $\frac{300}{350} \times 50 = 42.88$ cM³ met water verdund. Wij hadden hier dus, afgezien van het verdreven CO_2, eiwitvrij serum, waarin de concentratie der zouten niet, of althans uiterst weinig afweek van die van het oorspronkelijke serum. Van deze eiwitvrije vloestof nu, bepaalden wij het wateraantrekkend vermogen en tegelijkertijd nog eens van het oorspronkelijke serum, door 5 cM³ te vermengen met 2.75, 3, 3.25 en 3.5 cM³ water en bij de mengsels een paar droppels gedefibrineerd bloed te voegen. Het bleek, dat zoowel in het oorspronkelijke serum als in het eiwitvrije een begin van kleurstofuittreden te bespeuren was in het mengsel van 5 cM³ vloeistof en 3.25 water en dat bij verdunning met 3 cM³ water hoegenaamd geen haemoglobine-uittreding was waar te nemen.

Men zou allicht geneigd zijn, uit het verkregen resultaat (dat nl. het eiwitvrije serum een gelijke salpeterwaarde bezit als het eiwithoudende) te besluiten dat het eiwit aan het wateraantrekkend vermogen van het serum geen deel heeft. Een eenvoudige proef echter leert, dat dit niet het geval kan zijn. Het blijkt toch, dat bij toevoeging van verdund zuur bij het serum, een zekere hoeveelheid van het eerste wordt gebruikt en wel voor twee doeleinden; 1°. voor de omzetting van het Na_2CO_3 en $NaHCO_3$ in het zout, overeenkomende met het zuur, dat toegevoegd is, 2° voor de binding van het alkali van het albuminaat.

Er treedt dus zuur in de vloeistof: maar waarom is dan het wateraantrekkend vermogen niet verhoogd? Voor de carbonaten is dit niet moeielijk te begrijpen, daar het nieuwe zuur het uitgedreven CO_2 vervangt; maar voor het eiwit? Hier moet men wel aannemen, dat het thans neer-

geslagen eiwit, of een deel er van, dat in opgelosten toestand nog de functie van zuur uitoefende, (in paraglobuline) een wateraantrekkend vermogen bezat, overeenkomende met het zuur, dat in de plaats er van trad.

Een voorbeeld zal het bovenstaande duidelijker maken, en spoedig zal dan ook blijken, dat de zaak niet zóó eenvoudig is, als zooeven werd voorgesteld.

Bij 50 cM^3 serum worden 300 cM^3 water gevoegd, het mengsel wordt verwarmd en vervolgens 6 cM^3 azijnzuur toegevoegd, waarvan 10 cM^3 overeenkomen met 47.75 $\frac{1}{10}$ n. K O H. Bij titratie met behulp van het phenolphtaleine blijkt, dat 200 cM^3 van het heldere filtraat 4 c M^3 $\frac{1}{10}$ n. K O H ter verzadiging noodig hebben. 350 cM^3 zouden dus $\frac{350}{200} \times 4 = 7$ cM^3 $\frac{1}{10}$ n. K O H vereischen. Er zijn derhalve verbruikt $\frac{6 \times 47.75}{10} - 7 = 21.65$ cM^3 $\frac{1}{10}$ n. azijnzuur.

Wij hebben deze proef nog eens met zuringzuur en ook met $H_2 S O_4$ herhaald, omdat men bij het gebruik van azijnzuur, de vloeistof niet verwarmen kan (om al het $C O_2$ uit te drijven), wil men geen gevaar loopen, ook eenig azijnzuur te doen ontwijken. De uitdrijving van al het $C O_2$ is noodig, omdat phenolphtaleine ook voor dit zuur gevoelig is; m. a. w. door het achterblijvende $C O_2$ zou het zuurgehalte te hoog gevonden worden.

Het bleek, dat voor 50 cM^3 serum verbruikt waren 22.5 cM^3. $\frac{1}{10}$ n. zuringzuur en 22.9 cM^3 $\frac{1}{10}$ n. $H_2 S O_4$, cijfers, die van het getal 21.65, voor het azijnzuur gevonden, weinig afwijken.

Nu de vraag, welk deel van het zooeven gevonden volume $\frac{1}{10}$ n. zuur heeft gediend om het $Na_2 C O_3$ te ontleden.

Om dit na te gaan, voegden wij bij 50 cM^3 serum 300 cM^3

eener verzadigde oplossing van $(NH_4)_2SO_4$. Hierdoor worden de eiwitstoffen reeds zonder verwarming neergeslagen. Verwarming scheen hier dan ook niet gewenscht; verscheiden onderzoekers toch hebben reeds gewezen op het feit, dat het gehalte aan vrij alkali in eiwitachtige vloeistoffen bij verwarming stijgt. Intusschen is ons gebleken, dat dit in niet zoo aanzienlijke mate het geval is, dat het op onze resultaten een merkbaren invloed zou kunnen uitoefenen.

Na vermenging van 50 cM³ serum met 300 cM³ der $(NH_4)_2SO_4$-oplossing dan, werd gefiltreerd en bij 100 cM. van het filtraat 12 cM³ $^1/_5$ n. H_2SO_4 gevoegd; dan werd gekookt, om het CO_2 uit te drijven en eindelijk de overmaat van H_2SO_4 door KOH en lakmoes getitreerd (phenolphtaleïne is bij aanwezigheid van ammoniumzouten helaas niet bruikbaar).

Het bleek, dat de alkalizouten van 50 cM³ serum overeenstemden met 6.1 cM³ $^1/_{10}$ n. zuur.

Wij hebben deze proef herhaald en in de plaats van $(NH_4)_2SO_4$ een verzadigde oplossing van Na_2SO_4 gebruikt. Dit mengsel werd verwarmd. Bij titratie met behulp van phenolphtaleïne bleken thans de alkalizouten van 50 cM³ serum overeen te stemmen met 6.2 cM³ $\frac{1}{10}$ n. zuur; d. i. berekend op 100 cM³ serum, 33.3 cM³ $^1/_{10}$ norm. azijnzuur. Deze vertegenwoordigen een salpeterwaarde van $\frac{33.3}{150} = 0.221$ pCt.

In weerwil nu, dat een betrekkelijk zoo groot azijnzuurgehalte aan de sereuse vloeistof is toegevoegd, heeft ze toch haar oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen behouden. Is dan misschien door inwerking van het azijnzuur op het Na_2CO_3 en $NaHCO_3$, het wateraantrekkend vermogen der vloeistof met 0.221 pCt. in salpeterwaarde gedaald? Bestudeert men de vergelijking, die de ontleding van Na_2CO_3 door azijnzuur voorstelt en plaatst men onder de formules de bijbehoorende isotonische coëfficienten:

$$\underset{4}{Na_2CO_3} + \underset{(2\times 2)}{2(CH_3COOH)} = \underset{2\times 3}{2(CH_3COONa)} + \underset{+(2)}{CO_2} + H_2O$$

dan ziet men, dat door toevoeging van azijnzuur bij Na_2CO_3 de isotonische coëfficient stijgt van 4 tot 6 wegens de vorming van natriumacetaat.

Bestudeert men de omzetting van $NaHCO_3$ op dezelfde wijze:

$$\underset{3}{Na_2HCO_3} + \underset{(2)}{CH_3COOH} = \underset{3}{CH_3COONa} + \underset{(2)}{CO_2} + H_2O$$

dan ziet men, dat het wateraantrekkend vermogen na inwerking van azijnzuur niet veranderd is; $NaHCO_3$ en CH_3COONa hebben immers denzelfden isotonischen coëfficient.

Uit geen van beide vergelijkingen volgt dus een daling van het wateraantrekkend vermogen; uit de eerste zelfs een rijzing. Deze zal echter een geringe salpeterwaarde vertegenwoordigen; immers het gezamenlijk bedrag aan Na_2CO_3 en $NaHCO_3$ in 100 cM^3 serum beantwoordt aan 12.2 cM^3 $^1/_{10}$ n. alkali (isotonisch met een salpeteroplossing van 0.0407 pCt. Daarvan komt een fractie toe aan het Na_2CO_3 en van deze fractie moet weer een deel worden genomen, om de rijzing in salpeterwaarde uit te drukken, die het gevolg is van de omzetting van Na_2CO_3 en CH_3COONa.

Wij komen weer terug op de vraag: hoe moet men verklaren, dat in weerwil van het intreden van een aanzienlijke hoeveelheid azijnzuur in de sereuse vloeistof, het wateraantrekkend vermogen onveranderd is gebleven?

Men kan niet anders aannemen, dan dat het eiwit, dat door verwarming en toevoeging van azijnzuur is neergeslagen, vroeger toen het nog met de basis tot albuminaat verbonden was, een wateraantrekkend vermogen van 0.221 pCt. KNO_3 vertegenwoordigde.

Het verhield zich toen als zuur en moest ook den coëfficient 2 bezeten hebben.

Stellen wij gemakshalve het molecule albumine voor door HA, dan vindt men, indien het alkalimetaal Na is:

$$\underset{3}{NaA} + \underset{(2)}{CH_3COOH} = \underset{3}{CH_3COONa} + \underset{(2)}{HA}$$

De ontleding van het albuminaat (coëff. 3) en de vorming van natriumacetaat (coëff. 3) brengen dus geen verandering in wateraantrekkend vermogen te weeg.

Deze redeneering kunnen we controleeren, door de eiwitstoffen niet met azijnzuur, maar met zuringzuur neer te slaan:

$$2\,(\mathrm{Na}\,A) + \begin{matrix}\mathrm{COOH}\\ |\\ \mathrm{COOH}\end{matrix} = \begin{matrix}\mathrm{COONa}\\ |\\ \mathrm{COONa}\end{matrix} + 2\,(\mathrm{H}\,A)$$

$$2 \times 3 + (2) = 4 + (2 \times 2)$$

Hier ziet men den coëfficient van $2 + 3$ dalen tot 4. Voegt men dus bij de albuminaathoudende vloeistof, zuringzuur, dan zal het wateraantrekkend vermogen der vloeistof dalen.

Door proeven met paarde- en varkensserum en met melk, hebben wij ons hiervan met volkomen zekerheid kunnen overtuigen. Wij kiezen tot voorbeeld een proef met varkensserum.

Het was verkregen uit den bloedkoek.

a. Een begin van kleurstofuittreden uit de bloedlichaampjes van het gedefibrineerde bloed werd veroorzaakt door een KNO_3-oplossing van 1.15 pCt.

b. Een mengsel van 5 cM_3 serum en 3.75 water bracht hetzelfde te weeg; dus het serum stond in wateraantrekkend vermogen gelijk met een KNO_3-oplossing van $\frac{5 + 3.75}{5} \times 1.15 = 2.01$ pCt.

c. Een mengsel van 50 cM^3 serum en 350 cM^3 water werd verwarmd in een waterbad, daarna werden onder flink omschudden 14 cM^3 $^1/_5$ n. zuringzuur toegevoegd; dan werd gefiltreerd en in 40 cM^3 het zuurgehalte bepaald (phenolphtaleïne). Dit kwam overeen met 0.3 cM^3 $^1/_{10}$ n. KOH.

d. Van de rest van het filtraat maten we $414 \times \frac{40}{50} = 331$ cM^3 af en verzadigden het daarin aanwezige vrije zuur met $\frac{331}{40} \times 0.3 = 2.48$ cM^3 $\frac{1}{10}$ n. KOH. Nu werd de vloeistof ingedampt tot 20 cM^3 ongeveer, in een maatfleschje gebracht

en tot 40 cM^3 met water aangevuld. Wij hadden dus, als het ware, eiwitvrij serum verkregen, natuurlijk vermengd met eenig oxalaat. Van deze vloeistof werden 5 cM^3 vermengd met 2 75, 3, 3.25, 3.5, en 3.75 cM^3 water en de mengsels met 3 droppels gedefibrineerd bloed. Tot contrôle werd bij dergelijke proeven ook steeds de oorspronkelijke vloeistof (dus zonder verdunning met water) met 3 droppels bloed ingezet. Het bleek nu, dat een eerste spoor van kleurstofuittreden zichtbaar werd in het mengsel van 5 serum + 3 water. De oorspronkelijke vloeistof kwam dus in wateraantrekkend vermogen overeen met een KNO_3-oplossing van 1.86 pCt.

Hiervan moet een deel op rekening worden gesteld van de overgebleven 2.48 cM^3 $^1/_{10}$ n. zuringzuur en de ter verzadiging hiervan toegevoegde 2.48 cM^3 $^1/_{10}$ n. KOH. Om de salpeterwaarde van beiden te berekenen, volgen we de eenvoudige praktische methode van De Vries *).

In 40 cM^3 vloeistof zijn voorhanden 2.48 cM^3 $^1/_{10}$ n. KOH, dus in 10 cM^3 $\frac{2.48}{4} = 0.62$. Deze zijn isotonisch met een KNO_3-oplossing van $\frac{0.62}{30} = 0.02066$ pCt. Ook het zuringzuur komt hiermede overeen; dus het toegevoegde kaliumoxalaat met een KNO_3-oplossing van 0.04132 pCt.

Hadden we nu de juiste hoeveelheid zuringzuur toegevoegd en hadden wij dus niet behoeven te verzadigen met KOH, dan zou de salpeterwaarde van het eiwitvrije serum hebben bedragen $1.86 - 0.04 = 1.82$, terwijl het oorspronkelijke eiwithoudende serum een salpeterwaarde bezat van 2.01. Dit stemt met onze uiteenzetting op p. 376 en 377 volkomen overeen.

e. Een mengsel van 50 cM^3 van het serum en 350 cM^3 water wordt verwarmd; daarna worden 6 cM^3 azijnzuur toegevoegd (10 cM^3 van dit azijnzuur $= 47.75$ $^1/_{10}$ n. KOH),

*) Eene Methode zin Analyse der Turgorkraft. Pringsheim's *Jaarb.* B. XIV. Heft. 4. S. 565.

de kolf wordt gesloten en afgekoeld. Van het heldere, eenigszins zure filtraat, dampen we $406 \times \frac{40}{50} = 325$ cM³ tot droogwordens in, om het vrije azijnzuur te verdrijven en vervolgens lossen we het residu, onder de noodige voorzorgen, zooveel mogelijk op (een volkomen heldere oplossing krijgt men niet, wegens de sporen eiwit, die in het waterheldere filtraat toch nog aanwezig zijn) en vullen de oplossing tot 40 cM³ met water aan. Het blijkt nu, *dat in een mengsel van* 5 cM³ *van deze vloeistof met* 3.75 cM³ *water een begin van kleurstofuittreden heeft plaats gehad; zooals wij dit ook bij het oorspronkelijke serum hadden waargenomen.*

Voor zoover de eiwitstoffen hier als albuminaten voorkomen, mag men uit het bovenstaande veilig besluiten, dat het als éénbasisch zuur optreedt.

Hoe dit zij, met zekerheid mogen wij uit de voorgaande proeven opmaken, *dat het eiwit een aandeel heeft in het totale wateraantrekkend vermogen van het serum.* Om de grootte van dit aandeel te bepalen, nemen we het gemiddelde van vier proeven met verschillend serum. De volgende tabel geeft van deze een overzicht.

TABEL IV.

Bepaling van de salpeterwaarde van het eiwit in serum.

Gram eiwit in 100 serum.	Salpeterwaarde van het eiwit in 100 serum.
7.452	0.24
7.250	0.21
7.338	0.21
7.784	0.22

Het gemiddelde eiwitgehalte van 100 serum, naar vier proeven berekend, bedraagt 7.45 en de gemiddelde salpeterwaarde 0.22 pCt.

Indien men de eiwitstoffen van het serum, na scheiding, in kristalvorm kon brengen, wat naar de proeven van Hofmeister *) mogelijk schijnt, zou men in de eerste plaats kunnen berekenen, welk aandeel de paraglobuline en het serumalbumine ieder voor zich aan het totale wateraantrekkend vermogen der eiwitstoffen heeft en in de tweede plaats ook de moleculairformule van het eiwit kunnen vaststellen.

Om een denkbeeld over dit vraagstuk te krijgen, stellen we eens voor een oogenblik, dat het moleculairgewicht der verschillende eiwitstoffen van het serum hetzelfde is en gelijk x, dan vindt men het moleculairgewicht op de volgende wijze: daar een oplossing van 7.45 pCt. een wateraantrekkend vermogen bezit, dat overeenkomt met een KNO_3-oplossing van 0.22 pCt. en de isotomische coëfficient $= 2$ gesteld mag worden, zal een oplossing van $7.45 \times \frac{1}{0.22}$ pCt., isotonisch zijn met een KNO_3-oplossing van 1 pCt., zoodat

$$x \times \frac{3}{2} = 7.45 \times \frac{1}{0.22} \times 101$$

dus

$$x = 2195.$$

Keeren wij thans terug tot onze eerste beschouwingen over het wateraantrekkend vermogen van het serum na injectie van de Na_2SO_4-oplossing en merken weer op, dat in weerwil van de aanzienlijke hoeveelheid Na_2SO_4, die 10 minuten na de injectie in het serum nog aanwezig was, het wateraantrekkend vermogen van het laatste, ten opzichte van dat van het oorspronkelijke serum slechts een geringe verhooging heeft ondergaan en overwegen wij, dat dit slechts voor een klein deel kon toegeschreven worden aan de vermindering van het chloorgehalte, dan hebben wij thans, in verband met de voorgaande onderzoekingen het recht, te vermoeden, dat niet alleen de carbonaten, maar *ook* en *vooral het eiwit een aandeel heeft in de regeling van het wateraantrekkend vermogen van het plasma.*

*) *Zeitschr. f. physiol. chemie.* 1889. B. XIV. H. 2, S. 165.

Ten einde hieromtrent meer zekerheid te verkrijgen en verder de overige resultaten van proef I te contrôleeren, werd een tweede injectie-proef verricht.

Proef II.

Bij een klein paard, wegende ongeveer 300 KG. werd $^3/_4$ liter bloed ontlast. Het door centrifugeeren van het gedefibrineerde bloed verkregen serum, bleek een salpeterwaarde te bezitten van 1.65 pCt. Deze bepaling geschiedde, evenals de overige bepalingen der wateraantrekkende kracht, (behalve bij proef IV) door middel van roode bloedlichaampjes.

Na de genoemde ontlasting van $^3/_4$ liter werden 7 liter eener lauwwarme-oplossing van 5 pCt, geïnjicieerd. Het paard woog 300 KG., bevatte dus 21 KG. bloed en derhalve ongeveer 14 liter serum. Waren de bloedlichaampjes volkomen impermeabel en vormden de bloedvaten een volkomen impermeabel systeem, dan moest het wateraantrekkend vermogen van het plasma gelijk geworden zijn aan dat van een KNO_3-oplossing van $\frac{14 \times 1.65 + 7 \times 4.74}{21} = 2.68$ pCt.

10 minuten na afloop der injectie, die zelf 10 minuten duurde, werd $^3/_4$ liter bloed ontlast en gedefibrineerd. Van het heldere gele serum werden 5 cM^3 verdund met 2.75, 3, 3.25, 3.5, 3.75, 4 en 4.25 cM^3 water; bij de mengsels werd gedefibrineerd bloed gevoegd. In het mengsel van 5 cM^3 serum + 3.5 cM^3 water was geen en in dat van 5 cM^3 serum 3.75 cM^3 water was wel eenige kleurstof uit de lichaampjes getreden; daar dit ook het geval was, resp. bij Na Cl-oplossingen van 0.60 pCt. en 0.58 pCt., was het serum isotonisch met KNO_3 van

$$\frac{5 + 3.625}{5} \times 0.59 \times \frac{101}{58.5} = 1.75 \text{ pCt.}$$

Op dezelfde wijze en met behulp van hetzelfde gedefibri-

neerde bloed werd de salpeterwaarde bepaald van het serum, dat verkregen was uit het bloed, dat $^1/_2$, en 2 uur na de injectie was onlast· Van het voorlaatst bedoelde serum ($^1/_2$ uur na de injectie) moesten 5 cM^3 met 3.5, en van het laatst bedoelde (2 uur na de injectie) met 3.25 cM^3 water verdund worden, om een begin van kleurstof uittreden te veroorzaken; zoodat de salpeterwaarde van het serum

Vóór	de	injectie	bedroeg	1.65	pCt.
10 min.	na	»	»	1.75	»
$^1/_2$ uur	»	»	»	1.7	»
2 »	»	»	»	1.65	»

Men ziet, dat 10 minuten na de injectie reeds, het wateraantrekkend vermogen van het plasma zich op 0.1 pCt. salpeterwaarde na, geheel heeft hersteld en wel van een verhooging van 2.68—1.65 = 1.03.

Wij willen nagaan op welke wijze dit is geschied.

Bij 100 cM^3 serum van iedere ontlasting werden 750 cM^3 water gevoegd, het mengsel verwarmd in een kolf, die bijna geheel gesloten was en dan 12 cM^3 azijnzuur toegevoegd (waarvan 10 cc. = 47.75 cM^3 $^1/_{10}$ n. KOH). Na koking en afkoeling werd gefiltreerd. Het filtraat was steeds volkomen helder. Het neergeslagen eiwit werd uitgewasschen met water, alcohol en aether, gedroogd en gewogen. In het heldere filtraat werden de sulfaten en chloriden bepaald naar de vroeger genoemde methoden.

Wat nu de bepaling der eiwitstoffen betreft, deze leidde tot de uitkomst, dat het gehalte kort na de injectie aanzienlijk lager was geworden dan in het oorspronkelijke serum, om zich betrekkelijk spoedig te herstellen en zelfs boven het oorspronkelijke te stijgen. De volgende tabel geeft de resultaten:

TABEL V.

	Gram eiwit in 100 cM³ serum.	Vermindering van het eiwitgehalte in percenten.
Vóór de injectie. . .	7.452	
10 min. na de injectie	5.954	20.1
30 » » »	7.054	5.3
2 uur » »	7.824	— 5 (dus vermeerdering)

Met behulp van de gemiddelde salpeterwaarde, die wij voor een eiwitoplossing van 7.45 pCt. vonden (zie tabel IV, p. 379), kunnen we berekenen, hoe groot de wateraantrekkende kracht is, die met het eiwitgehalte der vier ontlastingen, bedoeld in tabel V, overeenkomt. Zekerheidshalve hebben wij de salpeterwaarde ook nog eens afzonderlijk bepaald, en wel, door van het gezamenlijk wateraantrekkend vermogen van eiwitstoffen en CO_2, dat van het CO_2 af te trekken.

Het eerste (bepaling van eiwitstoffen + CO_2) geschiedde door toevoeging van $^1/_5$ n. zuringzuur, en titratie van de geringe overmaat, nadat het CO_2 was verdreven. Het tweede (CO_2) geschiedde, na verwijdering der eiwitstoffen door een gesatureerde oplossing van Na_2SO_4, door toevoeging van een geringe overmaat van $^1/_{10}$ n. H_2SO_4 en titratie van de overmaat.

In tabel VI vindt men een overzicht der resultaten.

Kolom II geeft het eiwitgehalte aan (zie ook tabel V); in kolom III vindt men het aantal cM³ $^1/_{10}$ norm. zuringzuur, verbruikt bij de praecipatie van het eiwit en voor de uitdrijving van het CO_2; in kolom IV het aantal cM³ $^1/_{10}$ n. H_2SO_4, verbruikt tot uitdrijving van het CO_2 der carbonaten. Kolom V bevat de salpeterwaarden der carbonaten, die beantwoorden aan de in kolom IV gevonden getallen; hierbij is willekeurig aangenomen, dat de carbonaten bestaan: voor de eene helft uit Na_2CO_3 en voor de andere helft uit $NaHCO_3$. In kolom VI vindt men de salpeterwaarde

van het eiwit. Deze waarde is berekend door de overeenkomstige getallen van kolom III met die van kolom IV te verminderen en de verschillen door 150 te deelen. Kolom VII eindelijk, vertegenwoordigt, evenals kolom VI, de salpeterwaarden van het eiwit, maar deze salpeterwaarden zijn berekend uit kolom II, met behulp van de op p. 379 (tab. IV) gevonden gemiddelde salpeterwaarden eener eiwitoplossing van 7.45 pCt.

TABEL VI.

I. Tijd van ontlasting.	II. Gr. eiwit in 100 cM serum.	III. cM^3 $^1/_{10}$ n. zuringzuur, verbruikt voor het eiwit en het CO_2.	IV. cM_3 $^1/_{10}$ n. H_2SO_4, verbruikt voor het CO_2.	V. Salpeterwaarde der carbonaten, overeenkomende met de in kolom IV gevonden cijfers.	VI. Salpeterwaarden van het eiwit, berekend uit de verschillen van kolom III en IV.	VII. Salpeterwaarden van het eiwit, berekend uit kolom II volgens de gegevens van tabel IV.
Vóór de injectie. . .	7.452	47.2	11.2	0.074	0.24	0.22
10 min. na de injectie	5.954	37.9	10.4	0.068	0.183	0.175
30 „ „ „	7.054	44.8	10.8	0.072	0.20	0.21
2 uur „ „	7.824	49	10.9	0.072	0.254	0.251

Uit deze tabel ziet men, dat de cijfers van kolom VI en VII goed met elkaar overeenstemmen; verder merkt men op, dat het serum, 10 minuten na de injectie ontlast, een vermindering in salpeterwaarde aantoont door daling van carbonaatgehalte, en wel van 0.003 (kol. V) en tevens door daling van het eiwitgehalte van 0.05 ongeveer.

30 minuten na de injectie blijkt de vermindering der salpeterwaarden, zoowel door carbonaten als door eiwitstof, geringer, en 2 uur na de injectie is door het eiwit zelfs een vermeerdering ingetreden.

In de volgende tabel vatten wij de uitkomsten der sulfaat- en chloride-bepalingen samen en voegen nog hier aan toe de hoofdresultaten van tabel VI. Men kan dan zien, hoe de verschillende stoffen samenwerken, om het wateraantrekkend vermogen van het plasma te regelen.

TABEL VII.

I. Tijd van ontlasting.	II. cM^3 1/1 n. $AgNO_3$, overeenkomende met het chloor van 100 cM^3 serum.	III. Salpeterwaarden van het met kolom II overeenkomende Na Cl.	IV. Salpeterwaarden der eiwitstoffen (gemiddelden tusschen de getallen van kolom VI en VII der vorige tabel (VI).	V. Salpeterwaarden der carbonaten (kolom V van tabel VI).	VI. Gram Na_2SO_4 in 100 serum.	VII. Vermeerdering der salpeterwaarde, door het Na_2SO_4 teweeggebracht.	VIII. Werkelijke vermeerdering der salpeterwaarde van het plasma na de injectie (zie p. 392).	IX. Vermindering der salpeterwaarde, door het Na Cl teweeggebracht (zie kol III).	X. Vermindering der salpeterwaarde, door de carbonaten teweeggebracht (zie kolom V).	XI. Vermindering der salpeterwaarde, door de eiwitstoffen teweeggebracht (zie kol. IV).	XII. Vermindering der salpeterwaarde, teweeggebracht door NaCl, carbonaten en eiwitstoffen (kolom IX + kolom X + kolom XI).
Vóór de injectie. . .	106.5	1.06	0.23	0.074	sporen						
10 min. na de injectie	87.2	0.872	0.179	0.068	0.413	0.31	0.1	0.188	0.006	0,051	0.245
30 " " "	93.5	0.935	0.205	0.072	0.240	0.23	0.05	0.125	0.002	0.025	0.152
2 uur " "	101.16	1.01	0.242	0.072	0.081	0.075	0.	0 05	0.002	—0.012	0.04

Men ziet uit deze tabel:

1°. dat het chloorgehalte spoedig afneemt; 10 minuten na de injectie is het met $\frac{106.5 - 87.2}{106.5} \times 100 = 18$ pCt. gedaald; na 30 minuten nog met 12.2 pCt. en na 2 uur is het nog 5 pCt. bij het oorspronkelijke achtergebleven. De vermindering der salpeterwaarde, die hieraan beantwoordt, vindt men in kol. IX.

Omtrent de vermindering der salpeterwaarde, door de daling van het carbonaat- en eiwitgehalte veroorzaakt, spraken wij reeds boven. Men vindt de hierop betrekking hebbende cijfers in kolom X en XI.

2°. dat tegenover deze vermindering der salpeterwaarde, wier geheel is uitgedrukt in kol. XII, staat een vermeerdering van het wateraantrekkend vermogen door het achtergebleven $Na_2 S O_4$ (kolom VI en VII).

Deze vermeerdering is na 10 minuten en 30 minuten nog vrij aanzienlijk, maar toch gering met betrekking tot hetgeen deze zou zijn, indien de geïnjicieerde vloeistof in haar geheel in het plasma ware gebleven. In dit geval zou het $Na_2 S O_4$-gehalte bedragen hebben $\frac{7 \times 5}{14 + 7} = 1.66$ pCt.

En vragen wij ons nu eindelijk af, welke regeling het wateraantrekkend vermogen van het plasma heeft ondergaan, dan merken wij op, dat 10 minuten na de injectie de vermeerdering van 0.31 (kol. VII) de vermindering 0.245 (kol. XII), met $0.31 - 0.245 = \mathbf{0,065}$ overtreft; welk verschil dan ook inderdaad vrij nauwkeurig teruggevonden wordt in de verhooging der salpeterwaarde van het geheele serum, welke verhooging **0.1** bedraagt (kol. VIII). En zoo vindt men, dat na 30 minuten de vermeerdering der salpeterwaarde bedraagt 0.23, de vermindering 0.152 (kol. XII). Het verschil $0.23 - 0.152 = \mathbf{0.078}$ stemt weer vrij goed overeen met de werkelijke verhooging der salpeterwaarde van het geheele serum, welke verhooging **0.05** bedraagt (kol VIII).

Na 2 uur is, blijkens kolom VIII, het wateraantrekkend vermogen van het serum weer tot den norm terruggekeerd,

niet omdat het weer zijn oorspronkelijke samenstelling heeft bereikt, want dit is niet het geval; maar omdat er compensatie is opgetreden; er heeft een verhooging van salpeterwaarde plaats gehad van 0.075 (*kol. VII*) *en eene verlaging van* 0.04 (*kol. XII*).

Proef III.

Deze proef werd verricht met een sterk hyperisotonische Na Cl-solutie: een oplossing van een zout dus, dat in tegenstelling met het $Na_2 S O_4$ in het plasma als het ware t'huis behoort.

Bij een paard van ongeveer 300 KG. werden 9 liter eener Na Cl-oplossing van 3.33 pCt. geïnjicieerd. Het paard bevatte ongeveer 24 KG. bloed en dus 16 liter serum. Het wateraantrekkend vermogen van het serum, dat vóór de injectie was verkregen, bedroeg $\frac{5 + 3.125}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.76$ pCt.

Indien het bloedvaatstelsel een volkomen impermeabel systeem vormde en de bloedlichaampjes ook impermeabel waren, zou het wateraantrekkend vermogen van het plasma na de injectie geworden zijn:

$$\frac{16 \times 1.76 + 9 \times 3.33 \times \frac{101}{58.5}}{9 + 16} = 3.2$$

Echter blijkt, dat het

10 min. na de injectie bedraagt $\frac{5+3.875}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.93$

30 » » » » » $\frac{5+3.625}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.87$

$1^1/_4$ uur » » » » $\frac{5+3.375}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.82$

3 » » » » » $\frac{5+3.125}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.76$

40 » » » » » $\frac{5+3.125}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.76$

Hieruit volgt, dat reeds na ongeveer 2 uren het oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen zich weer geheel hersteld heeft, om dan verder onveranderd te blijven. Deze

terugkeer tot het oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen is niet te verklaren, doordien het serum weer zijn oorspronkelijke samenstelling heeft bereikt; want uit de volgende tabel blijkt, dat het chloornatrium-gehalte, 3 uren na de injectie zelfs, nog 0.198 pCt. in salpeterwaarde hooger is dan vóór de injectie; een salpeterwaarde, die zich door onze methode van onderzoek met groote zekerheid had moeten doen kennen, indien geen stoffen het serum hadden verlaten, die te zamen een ongeveer gelijk wateraantrekkend vermogen vertegenwoordigden.

TABEL VIII.

I. Tijd van ontlasting.	II. $cM^3 AgNO_3$ ($^1/_{10}$ n.) overeenkomende met het chloor in 100 cM^3 serum.	III. Vermeerdering der salpeterwaarde, veroorzaakt door NaCl.
Vóór de injectie	111.16	
10 min. na » »	137.97	0.268
30 min. » » »	130.59	0.194
$1^1/_4$ uur » » »		
3 uur » » »	131.0	0.198
40 uur » » »	110.1	— 0.01

De hoeveelheid chloor (als Na Cl in rekening gebracht), die zelfs 3 uren na de injectie in het serum is achtergebleven, mag aanzienlijk genoemd worden.

Boven zagen wij, dat, 10 minuten na de injectie, de salpeterwaarde van het geheele serum 1.93 bedraagt en vóór de injectie 1.76; de salpeterwaarde is dus 0.17 gestegen. Daar nu uit kolom III blijkt, dat 10 minuten na de injectie het Na Cl-gehalte met 0.268 in salpeterwaarde is gestegen, moet het gehalte van andere bestanddeelen van het serum afgenomen zijn en inderdaad is dit o. a. met de carbonaten en eiwitstoffen het geval.

De volgende tabel geeft een overzicht der proeven.

TABEL IX.

I. Tijd van ontlasting.	II. Gram eiwitstoffen, in 100 cM³ serum.	III. Salpeterwaarde der eiwitstoffen berekend naar tabel IV.	IV. Salpeterwaarde der carbonaten.	V. Vermindering der salpeterwaarde, veroorzaakt door eiwit en carbonaten.	VI. Vermeerdering der salpeterwaarde van het serum, veroorzaakt door het NaCl (kol. III tabel VIII).	VII. Totale verhooging van het wateraantrekkend vermogen van het serum (zie p. 20 boven).	VIII. Kolom VI— Kolom V.
Vóór de injectie . .	7.338	0.216	0.036				
10 min. na de injectie	5.68	0.167	0.031	0.054	0.268	0.17	0.214
30 » » » »	6.85	0.202	0.032	0.018	0.194	0.11	0.176
$1^1/_4$ uur » » »	7.398	0.209	0.032	0.011		0.06	
3 » » » »	7.587	0.223	0.034	—0.005	0.198	0	0.203
40 » » » »	7.446	0.219	0.036	—0.003	—0.01		—0.007

Uit deze tabel ziet men:

1°. dat, 10 minuten na de injectie, het intreden van Na Cl in het plasma een vermeerdering van 0.268 (kolom VI) in wateraantrekkend vermogen heeft teweeggebracht, maar dat daarentegen het serum een verlies heeft geleden van 0.054 pCt. salpeterwaarde (kolom V) door de daling van het eiwit- en carbonaatgehalte. Het verschil 0.268—0.0554 = 0.213 (kolom VIII) wordt voor verreweg het grootste gedeelte teruggevonden in de totale verhooging 0.17 (kolom VII) van het wateraantrekkend vermogen van het serum.

2°. In het serum, verkregen uit bloed, dat 30 minuten na de injectie is ontlast, bedraagt de algebraïsche som der partieele verhoogingen van het wateraantrekkend vermogen 0.176 (kol. VIII), terwijl blijkens kolom VII de werkelijke verhooging der salpeterwaarde van het serum 0.11 bedraagt.

3°. In het serum, verkregen uit het bloed, dat 3 uren na de injectie is ontlast, bedraagt de algebraïsche som der partieele verhoogingen van het wateraantrekkend vermogen 0.203 (kolom VIII), terwijl blijkens kolom VII de werkelijke verhooging der salpeterwaarde van het serum 0 bedraagt.

4°. 40 Uren na de injectie heeft het serum zijn oorspronkelijke samenstelling nagenoeg volkomen bereikt.

5°. De verschillen tusschen de overeenkomstige cijfers van kolom VII en VIII zijn te groot, om door eventueele fouten in de waarneming te kunnen worden verklaard. Er moeten dus bij de regeling van het wateraantrekkend vermogen van het plasma, na injectie van een sterk hyperisotonische keukenzoutoplossing, nog andere stoffen of momenten in het spel zijn, die wij nog niet kennen.

Proef IV.

Behalve met hyperisotonische oplossingen van Na_2SO_4 en Na Cl, werd ook een injectie-proef verricht met 7 Liter eener $NaNO_3$-solutie van 4 pCt.

De bepaling van het wateraantrekkend vermogen van het serum geschiedde met behulp van Tradescantia discolor.

De salpeterwaarde van het plasma onderging geen ver-

andering, hoewel zelfs 4 uren na de injectie nog duidelijk nitraat in het serum kon aangetoond worden (door een oplossing van diphenylamine in geconc. H_2SO_4). Verreweg de grootste hoeveelheid nitraat echter had de bloedbaan verlaten: reeds tijdens de injectie urineerde het dier aanzienlijke hoeveelheden nitraat; ook in de tranen en in het speeksel was rijkelijk $NaNO_3$ voorhanden.

---

b. INJECTIE VAN EENE HYPISOTONISCHE OPLOSSING.

Proef V.

Tot dusverre injicieerden wij hyperisotonische zoutoplossingen; het interesseerde ons te weten, hoe het plasma zich verhield ten opzichte van hypisotonische zoutsoluties. Wij gebruikten Na_2SO_4. Een vergissing bij het afwegen van het zout, eerst na de injectie bemerkt, was oorzaak, dat de concentratie uiterst zwak werd, veel zwakker dan wij hadden *durven* inspuiten, met het oog op het uittreden van kleurstof uit de bloedlichaampjes. De solutie toch had een concentratie van slechts 0.5 pCt, overeenkomende met een salpeterwaarde van 0,474 pCt. Bedenkt men nu, dat in het gedefibrineerde bloed een KNO_3-oplossing van 1 pCt reeds uittreden van kleurstof bewerkt, dan zal men aanvankelijk verbaasd staan over het feit, dat het serum van het bloed, dat na de injectie werd ontlast, geen spoor van een roode tint vertoonde. De uitert snelle regeling van het wateraantrekkend vermogen moet, zooals we spoedig zullen zien, als de oorzaak beschouwd worden.

Het paard woog ongeveer 400 KG en de hoeveelheid geïnjicieerde Na_2SO_4-oplosssing van 0.5 pCt bedroeg 7 liter.

Met het bloed, vóór en na de injectie ontlast, deden we volkomen hetzelfde als bij proef II en III.

Het wateraantrekkend vermogen van het oorspronkelijk serum (vóór de injectie) bedroeg

$$\frac{5 + 3.125}{5} \times 0.63 \times \frac{101}{58.5} = 1.76 \text{ pCt.}$$

Vormde het bloedvaatstelsel een volkomen impermeabel systeem en waren de bloedlichaampjes ook volkomen impermeabel, dan zou het wateraantrekkend vermogen hebben bedragen: $\frac{18 \times 1.76 + 7 \times 0.474}{18 + 7} = 1.4$ pCt.

Wat bleek echter? 10 Minuten, 30 minuten en $1^1/_2$ uur na de injectie had het serum volkomen hetzelfde wateraantrekkend vermogen als het oorspronkelijke (1.76); in alle 4 gevallen moeten 5 cM^3 serum met 3.25 cM^3 water verdund worden, om een even zichtbare kleurstofuittreding uit hetzelfde gedefibrineerde bloed te veroorzaken, terwijl verdunning met 3 cM^3 water nergens uittreden van kleurstof ten gevolge had.

De quantitatieve bepaling van het sulfaat leerde, dat, terwijl in het oorspronkelijke serum slechts sporen voorkwamen,

het Na_2SO_4-gehalte, 10 minuten na de injectie, overeenkwam met een salpeterwaarde van . . . 0.094
het Na_2SO_4-gehalte, 30 minuten na de injectie, overeenkwam met een salpeterwaarde van . . . 0.085
het Na_2SO_4-gehalte, $1^1/_2$ uur na de injectie, overeenkwam met een salpeterwaarde van . . . 1.101

gehalten, die niet veel afwijken van die, welke zouden gevonden zijn, indien de geheele solutie in het plasma gebleven ware. Immers dan zou de salpeterwaarde van het Na_2SO_4 hebben bedragen $\frac{7 \times 0.474}{18 + 7} = 0.135$ pCt.

Het is, alsof het Na_2SO_4 de bloedbaan niet verlaten mag, omdat het moet medewerken om het wateraantrekkend vermogen, dat door inspuiting der hypisotonische oplossing verlaagd werd, zoo hoog mogelijk op te houden.

Opmerkenswaardig was het feit, dat het dier tijdens de injectie niet urineerde en zelfs niet binnen het tijdsverloop van 3 uren na de inspuiting. Ook namen we geen ontlasting van dunne faeces waar. Al die verschijnselen hadden wij wel gezien bij injectie van *hyperisotonische* oplossingen

(proef II, III en IV); ook zelfs bij injectie van een veel geringere hoeveelheid dan 7 liter (proef I). Na injectie van 7 liter eener Na Cl-solutie van 0.35 pCt. (*hypisotonisch*) namen wij ook geen verhoogde vocht-secretie waar. Met deze tegenstelling in de verhouding, door hyper- en hypisotonische oplossingen aan den dag gelegd, is niet volkomen te rijmen de voorstelling van Cohnheim *) omtrent de oorzaak van vocht-secretie en transsudatie bij hydraemische plethora. Naar aanleiding toch van het feit, dat na opwekking van hydraemie bij honden (door ontlasting van bloed en injectie van een gelijk volume NaCl-oplossing van 1 pCt.), noch verhoogde secretie, noch verhoogde transsudatie is waar te nemen, terwijl dit wel het geval is na opwekking van hydraemische plethora, merkt Cohnheim op: „Es ist nicht die Verwässerung an sich, d. h. die procentische Zunahme des Wassergehalts, welche die Vermehrung „der Secretionen und Transsudationen macht, sondern die „Volumvergröszerung, die Massenzunahme des Blutes."

Indien het alleen „die Volumsvergröszerung, die Massenzunahme des Blutes um die eingebrachte Salzlösung" ware, zouden wij, bij injectie van zwak hypisotonische oplossingen, evenzeer verhoogde secretie van vocht hebben zien optreden als bij injectie van hyperisotonische soluties.

De *hoeveelheid zout* blijkt dus hier een voorname rol te spelen. Na inspuiting eener hyperisotonische oplossing wenscht het plasma zich van het overvloedige zout te ontdoen; het kan dit langs twee wegen: langs dien der weefsels en lymphbanen en langs dien der nieren. Door het eerste middel wordt slechts een tijdelijke verbetering verkregen, althans wat den afvoer langs lymphbanen betreft. Het zout komt dan toch weer in de bloedbaan terug. De nieren zijn dus aangewezen om aan de ophooping van zout een einde te maken. De nierepithelia worden geprikkeld en met die prikkeling gaat — zoo leert ons de ervaring, bij diuretica opgedaan — ook een afscheiding van water gepaard. Wordt echter een zwakke hypisotonische oplossing ingespoten, dan

*) Cohnheim. Vorlesungen über allgem. Pathol. 2e Aufl. Th. I. S. 443.

is er geen aanleiding tot verwijdering van het zout; integendeel, het terrugblijven in de bloedbaan is zeer gewenscht; want, naar hetgeen onze proeven leeren, moet het dienen om het verlaagde wateraantrekkend vermogen van het plasma weer op de oorspronkelijke waarde te helpen brengen. Er wordt niet geurineerd en het water gaat naar de weefsels.

Wij laten nu een tabel volgen, die de resultaten bevat, welke verkregen zijn bij injectie van 7 liter Na_2SO_4-oplossing van 0.5 pCt. Voor de verklaring der kolommen verwijzen wij naar p. 386, waar men de beteekenis van tabel VII beschreven vindt, die op analoge wijze is ingericht als Tabel X.

TABEL X.

I. Tijd van ontlasting.	II. cM^3 $^1/_{10}$ n. $AgNO_3$ overeenkomende met het chloor van 100 cM^3 serum.	III. Salpeterwaarde van het met kolom II overeenkomende Na Cl.	IV. Salpeterwaarde der eiwitstoffen (berekend naar tabel IV).	V. Salpeterwaarde der carbonaten.	VI. Gram Na_2SO_4 in 100 cM serum.	VII. Vermeerdering der salpeterwaarde, door Na_2SO_4 teweeggebracht (zie p. 392).	VIII. Werkelijke vermeerdering der salpeterwaarde van het plasma na de injectie (zie p. 392).	IX. Vermindering der salpeterwaarde, door het Na Cl teweeggebracht (zie kol. III).	X. Vermindering der salpeterwaarde, door de carbonaten teweeggebracht (zie kolom V).	XI. Vermindering der salpeterwaarde, teweeggebracht door de eiwitstoffen (zie kol. IV).	XII. Vermindering der salpeterwaarde, teweeggebracht door NaCl, carbonaten en eiwitstoffen (kolom IX + kolom X + kolom XI).
Vóór de injectie. . .	106.5	1.06	0.21	0.035	sporen						
10 min. na de injectie	100.98	1.01	0.18	0.033	0.099	0.094	0	0.005	0.002	0.03	0.082
30 " " "	102.2	1.02	0.199	—	0.09	0.085	0	0.043	—	0.01	0.053
1½ uur " "	99.1	0.99	0.25	—	0.11	0.101	0	0.074	—	0.005	0.079

Deze tabel leert:

1°. Dat, 10 minuten na de injectie, het wateraantrekkend vermogen van het serum een vermindering heeft ondergaan van 0.082 (kol. XII), wegens de daling van het gehalte der chloriden, carbonaten en eiwitstoffen; doch ook een vermeerdering van 0.094 (kol. VII), wegens het terugblijven van Na_2SO_4. Hierdoor wordt voldoende verklaard, waarom het experiment leert, dat door de injectie geen verandering in het oorspronkelijke wateraantrekkend vermogen is opgetreden (kol. VIII).

2°. Dat, 30 minuten na de injectie, de salpeterwaarde van het serum een vermindering heeft ondergaan van 0.053, wegens de daling van het gehalte der chloriden en eiwitstoffen; doch ook een vermeerdering van 0.085 wegens het terugblijven van Na_2SO_4.

3°. Dat, $1^1/_2$ uur na de injectie, de salpeterwaarde van het serum een vermindering heeft ondergaan van 0.079, wegens de daling van het gehalte der chloriden en eiwitstoffen. (Kol. XII); doch ook een vermeerdering van 0.101, wegens het terugblijven van Na_2SO_4 (kol. VII).

De vrij goede overeenstemming tusschen kol. VII en XII verklaart dus voldoende, waarom het wateraantrekkend vermogen van het plasma, in weerwil van de injectie der zwak hypisotonische oplossing, onveranderd is gebleven (kol. VIII).

---

c. HET TOTALE VOLUME BLOED BIJ DE PROEVEN ONDER *a* EN *b*.

Een blik op de tabellen V, VI, VII en X, geeft o. a. het verrassende resultaat te zien, dat 2 uren na de injectie van hyperisotonische oplossingen, het eiwitgehalte van het serum hooger is dan vóór de injectie. Dienovereenkomstig bleek ook het specifiek gewicht in waarde gestegen.

Die verhooging van eiwitgehalte kon veroorzaakt zijn òf door diffusie van eiwit uit de weefsels of bloedlichaampjes, òf ook door uittreden van vloeistof, beter gezegd, van water uit het plasma. Deze kwestie was niet moeilijk uit te maken; om het laatste te onderzoeken, hadden we slechts

de verhouding tusschen het volume der bloedlichaampjes en van het serum te bepalen, vóór de injectie en 2 uren daarna. En wat bleek nu? Dat het volume van het serum ten opzichte van dat der bloedlichaampjes, tengevolge van de injectie verminderd was. Wij mogen aannemen, dat deze relatieve vermindering van het volume van het serum, inderdaad is toe te schrijven aan water en niet aan de vergrooting van het volume der bloedlichaampjes of van hun aantal; aan het laatste valt — den korten tijd in aanmerking genomen — niet te denken; en, wat de verandering van het volume der bloedlichaampjes betreft, daarvan kan hier ook geen sprake zijn, daar het gebleken is, dat het plasma in dien tijd (2 uur) zijn oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen weer volkomen heeft bereikt.

De volgende tabel geeft een overzicht van de cijfers, die wij met betrekking tot het bovenstaande hebben verkregen. Kolom I bevat enkele aanwijzingen omtrent de injectie der hyper- en hypisotonische oplossingen; kolom II geeft den tijd der bloedontlastingen aan; Kolom III het specifiek gewicht van het serum bij kamertemperatuur; het was bepaald door middel van een fijn verdeelden areometer. In kolom IV eindelijk vindt men het volume der bloedlichaampjes in 100 cM^3 gedefibrineerd bloed. Dit volume werd bepaald door maatglaasjes van 25 cM^3, van gelijke hoogte, met gedefibrineerd bloed gevuld, gedurende 24 uren aan zich zelve over te laten en vervolgens de scherpe grens tusschen serum en bezonken bloedlichaampjes af te lezen. Deze methode moge voor de vaststelling van het absolute volume der bloedlichaampjes onnauwkeurig zijn; voor vergelijkende bepalingen is ze geschikt: zij geeft constante en, naar wij eenmaal bij wijze van contrôle door telling met het toestelletje van *Zeiss-Melassez* voor bloed van twee ontlastingen hebben vastgesteld, ook juiste resultaten.

De methode zou voor runderbloed, en in het algemeen voor bloedsoorten, waarvan de lichaampjes moeilijk bezinken, bezwaarlijk kunnen aangewend worden.

TABEL XI.

Bepaling van het specifiek gewicht van het serum en van het volume der bloedlichaampjes in 25 cM³ gedefibrineerd bloed.

I. Proef.	II. Tijd van ontlasting.	III. Specifiek gewicht van het serum.	IV. cM³ bloedlichaampjes op 100 cM³ gedefibrineerd bloed.
Injectie van 7 Liter eener Na_2SO_4-oplossing van 5 pCt. bij een paard van ongeveer 400 K.G.	Vóór de injectie . .	1027.25	36
	10 min na de injectie	1024.5	30
	30 » » » »	1027.5	35
	2 uur » » »	1028.5	40
Injectie van 9 Liter eener NaCl-oplossing van 3.3 pCt. bij een paard van ongev. 300 K.G.	Vóór de injectie . .	1027	37.5
	10 min. na de injectie	1023	30
	30 » » » »	1026.5	36
	$1^1/_4$ uur » » »	1027.5	42
	3 » » » »	1028	47
Injectie van 7 Liter eener Na_2SO_4-oplossing van 0.5 pCt. bij een paard van ongev. 400 K.G.	Vóór de injectie. .	1027	
	10 min. na de injectie	1025	27.5
	30 » » » »	1025.5	26.5
	$1^1/_2$ uur » » »	1027.5	30.5
	20 » » » »	1029.5	30.5

Uit deze tabel blijkt duidelijk, dat na de injectie van een hyperisotonische zoowel als van een hypisotonische zoutoplossing, binnen den tijd van twee uren het specifiek gewicht van het serum tot boven het oorspronkelijke geste-

gen is, hetgeen, in verband met de relatieve vermeerdering van het aantal roode bloedlichaampjes, gerechtigt tot het besluit, dat, tengevolge van de injectie, het volume van het in het lichaam aanwezige plasma, en dus ook het volume van het geheele bloed, na het vermelde tijdsverloop geringer is dan vóór de injectie. Voor hyperisotonische oplossingen is dit feit wel te verklaren: het vele $Na_2 SO_4$ prikkelt de nier-epithelia ; er heeft sterke urinesecretie plaats en daarbij worden natuurlijk ook NaCl en andere zouten uitgescheiden. Het bloed verarmt dientengevolge aan zouten, en zal het plasma nu, na verwijdering van het $Na_2 SO_4$, niet beneden het oorspronkelijke in salpeterwaarde dalen, dan moet het als 't ware ingedikt worden, d. w. z. het geheele volume van het plasma moet afnemen.

---

d. Injecties bij honden.

Ook werden nog injecties bij honden verricht, doch het serum, bij verschillende ontlastingen verkregen, werd, uithoofde van de geringe quantiteiten, niet geanalyseerd. Slechts werd het wateraantrekkend vermogen van het serum bepaald en ook dat der bloedlichaampjes, zooals later blijken zal.

1. Bij een hond van 5 KG werden 20 cM^3 eener NaCl oplossing van 3 pCt in de a. femoralis gespoten. Indien de geheele oplossing in het plasma ware gebleven, had de salpeterwaarde moeten gerezen zijn van 1.24 tot 1.55. Toch bleek bij proeven met Tradescantia, dat, 1 uur na de injectie, de salpeterwaarde van het serum 1.24 bedroeg.

2. Bij een hond van 3 KG werden 50 cM^3 eener NaI-oplossing van 3 pCt in de a. femoralis gespoten. 2 Uren na de injectie bleek het wateraantrekkend vermogen van het serum gelijk te zijn aan dat van het oorspronkelijke serum.

3. Bij een hond van 6 KG werden 30 cM^3 eener $Na_2 SO_4$-oplossing van 10 pCt. ingespoten. Hierdoor zou, in de gegeven onderstelling, het wateraantrekkend vermogen van

het serum moeten verhoogd zijn van 1.5 tot 2.08. 10 Minuten en een half uur na de injectie blijkt de salpeterwaarde 1.6 geworden te zijn.

Uit deze proeven blijkt, dat ook bij honden het wateraantrekkend vermogen van het serum zeer spoedig tot den norm terugkeert.

Wij kunnen de uitkomsten, verkregen bij onze proeven over kunstmatige hydraemische plethora bij het paard, aldus samenvatten.

I. Na inspuiting van hyperisotonische oplossingen van Na_2SO_4, NaCl en $NaNa_3$, in zoo groote hoeveelheden, dat het wateraantrekkend vermogen aanzienlijk zou moeten stijgen, indien de wanden van het bloedvaatstelsel en ook de bloedlichaampjes voor zouten en water volkomen impermeabel waren, krijgt het plasma uiterst spoedig zijn oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen terug.

a. Bij inspuiting van 5 liters eener Na_2SO_4-oplossing van 5 pCt., waardoor het wateraantrekkend vermogen van het plasma, in de zooeven gemaakte onderstelling, had moeten stijgen van 1.6 pCt. tot 2.29 pCt., is dit vermogen,

10	minuten	na	de	injectie	1.61
30	»	»	»	»	1.6
1	uur	»	»	»	1.55
$1^1/_2$	»	»	»	»	1.6 enz.

b. Bij inspuiting van 7 liter eener Na_2SO_4-oplossing van 5 pCt., waardoor het wateraantrekkend vermogen, in de bewuste onderstelling, zou hebben moeten stijgen van 1.65 tot 2.68, is dit vermogen:

10	minuten	na	de	injectie	1.75
30	»	»	»	»	1.70
2	uur	»	»	»	1.65

c. Bij inspuiting van 9 liter eener NaCl-oplossing van 3.3 pCt., waardoor het wateraantrekkend vermogen,

in de bewuste onderstelliug, zou hebben moeten stijgen van 1.76 tot 3.2 is dit vermogen:

10	min.	na	de	injectie	1.93
30	»	»	»	»	1.87
$1^1/_4$	uur	»	»	»	1.82
3	»	»	»	»	1.76
40	»	»	»	»	1.76

II. Bij inspuiting van een hypisotonische oplossing van $Na_2 S O_4$, die het wateraantrekkend vermogen van het plasma, in de bewuste onderstelling, had moeten doen dalen van 1.76 tot 1.4, blijkt dit vermogen reeds 10 minuten na de injectie weer geheel tot de oorspronkelijke waarde (1.76) te zijn teruggekeerd.

III. Bij injectie van hyperisotonische zoutoplossing bij paarden, heeft tijdens en spoedig na de inspuiting sterke secretie van nieren en darmwand plaats; bij injectie van hetzelfde volume eener hypisotonische oplossing niet. Voor de verklaring verwijzen wij naar pag. 393 en 394.

IV. Door het bloed te onderzoeken, ontlast, zeer kort na de injectie van hyper- en hypisotonische zoutoplossingen, kan men waarnemen, hoe de bestanddeelen van het plasma samenwerken om het herstel van het oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen tot stand te brengen. Terwijl toch door en na de injectie van hyperisotonische solutiën het wateraantrekkend vermogen van het plasma door het achtergebleven zout aanzienlijk zou moeten gestegen zijn, werken onmiddellijk Na Cl, $Na_2 C O_3$ en eiwitstoffen samen, om door hun uittreden uit het bloedvocht, de genoemde stijging zoo veel mogelijk te compenseeren. Ook het water heeft aan de compensatie een belangrijk aandeel en behoudt dit zelfs 2 uren en langer na de injectie. Wij verwijzen hieromtrent naar de proeven, waaruit gebleken is, dat het volume van het plasma 2 uren en langer na de injectie geringer is dan vóór dien tijd (tabel XI op p. 398, verder p. 399).

V. Ongeveeer te gelijk met het wateraantrekkend vermogen, ziet men het plasma ook zijn oorspronkelijke samenstelling weer bereiken, zoodat men allicht tot het denkbeeld zou komen,

het herstel van het wateraantrekkend vermogen als het *gevolg* daarvan aan te zien. Dit denkbeeld zou echter reeds daarom minder juist zijn, omdat op tijden, waarop het plasma zijn oorspronkelijke samenstelling nog niet heeft bereikt en nog afwijkingen daarin voorhanden zijn, die onze methode voor de bepaling van de wateraantrekkende kracht zeker zou hebben kunnen aantoonen, het wateraantrekkend vermogen *wel* tot de oorspronkelijke waarde is teruggekeerd.

Het schijnt dus omgekeerd, dat het wateraantrekkend vermogen het domineerende moment is, dat het plasma tot zijn vroegere samenstelling terugvoert. Misschien is dit te exclusief. Immers aan den eisch, dat het wateraantrekkend vermogen weer tot den norm terugkeert, kan langs zoo vele wegen voldaan worden, m. a. w. men kan zich een oneindige hoeveelheid van combinaties van eiwitstoffen, chloriden, carbonaten, sulfaten enz. denken, die allen te zamen een gelijke salpeterwaarde vertegenwoordigen. Van al die combinaties is er slechts ééne, die het lichaam wenscht en dat is die, welke het vóór de proef bezat. Wij kunnen dit bezwaarlijk op iets anders terugbrengen dan tot het electief vermogen, dat aan het protoplasma eigen is, en dat wij telkens en telkens in de physiologie terug vinden. Misschien staat hier met dit electief vermogen de wateraantrekkende kracht in een nauw verband. Dat het er mede samengaat, is zeker.

VI. Het spoedige herstel van het wateraantrekkend vermogen, bij het plasma van paarden uitvoerig onderzocht, wordt, voor zoover wij dit hebben nagegaan, bij honden volkomen bevestigd.

B. *Het bloedplasma bij hydraemie.*

Was door de voorgaande onderzoekingen gebleken, dat na opwekking van hydraemische plethora door injectie van hyper- en hypisotonische oplossingen, de bestanddeelen van het plasma zich zoodanig regelen, dat reeds spoedig het wateraantrekkend vermogen tot de oorspronkelijke grootte

is teruggekeerd, thans scheen het niet van belang ontbloot, na te gaan, in hoeverre dit ook bij hydraemie het geval was. De hydraemische toestand werd teweeggebracht door onttrekking van bloed.

Wij hebben twee reeksen van proeven verricht.

Proef I.

Bij een oud paard, wegende ongeveer 400 KG., werden achtervolgens ontlast:

1°.		$^3/_4$ liter	(tot onderzoek).
2°.	Onmiddellijk daarna	10 »	(het dier valt bijna, wegens duizeling.)
3°.	$2^1/_2$ uur na de vorige ontlasting	$^3/_4$ »	(tot onderzoek).
4°.	19 » » » » »	$^3/_4$ »	(tot onderzoek).
5°.	Onmiddellijk daarna	$4^1/_2$ »	
6°.	1 uur na de vorige ontlasting	$^3/_4$ »	(tot onderzoek).
7°.	1 uur na de 6e ontlasting wordt het paard door verbloeding afgemaakt en van het allerlaatste bloed wordt opgevangen	$^3/_4$ »	(tot onderzoek).

Het bloed van de 1e, 3e, 4e, 6e en 7e ontlasting wordt gedefibrineerd; het serum, door de centrifugaal-machine afgescheiden, is volkomen helder en vrij van bloedkleurstof.

Het wateraantrekkend vermogen van dit serum wordt bepaald door middel van bloedlichaampjes en wel door middel van de bloedlichaampjes der eerste ontlasting, die een uittreden van kleurstof vertoonen in een Na Cl-oplossing van 0.6 pCt., maar niet in eene van 0.59 pCt.

Het blijkt, dat een mengsel van 5 cM^3 serum (1) + 2.5 cM^3 water geen, maar van 5 cM^3 serum (1) + 2.75 water wel uittreden van eenige kleurstof bewerkt; zoodat het wateraantrekkend vermogen
van serum (1) gelijk is aan

$$\frac{5 + 2.625}{5} \times 0.595 \times \frac{101}{58.5} = 1.56$$

Van serum (3) gelijk is aan:

$$\frac{5 + 2.625}{5} \times 0.595 \times \frac{101}{58.5} = 1.56$$ ($2^1/_2$ uur na de ontlasting van 10 liter).

Van serum (4) gelijk is aan:

$$\frac{5 + 2.625}{5} \times 0.595 \times \frac{101}{58.5} = 1.56$$ (19 uur na ontlasting 3).

Van serum (6) gelijk is aan:

$$\frac{5 + 2.375}{5} \times 0.595 \times \frac{101}{58\ 5} = 1.51$$ (1 uur na ontlasting 4).

Van serum (7) gelijk is aan:

$$\frac{5 + 2.625}{5} \times 0.595 \times \frac{101}{58.5} = 1.56$$ (1 uur na ontlasting 6).

Het wateraantrekkend vermogen van het serum is dus onveranderd gebleven, in weerwil van de aanzienlijke vermindering van het eiwitgehalte, zooals deze uit de volgende tabel blijkt.

TABEL XII.

Eiwitgehalte en specifiek gewicht van het plasma na bloedonttrekking.

I. Nummer der ontlasting.	II. Gram eiwit in 100 cM³ serum.	III. Specifiek gewicht van het serum.	IV. Vermindering van het eiwitgehalte.
1	8.304	1031	
3	7.152	1026.5	15.3 pCt.
4	7.593	1028.5	8.5 »
6	7.011	1026.5	15.9 »
7	6.894	1026	17.57 »

Men ziet uit deze tabel, dat $2^1/_2$ uur na de ontlasting van 10 liter, het eiwitgehalte aanzienlijk gedaald is; 19 uren daarna heeft het verlies zich weer tot de helft hersteld. Bij een volgende ontlasting daalt het weer aanzienlijk en

bij de 7e nog sterker. Met de veranderingen in eiwitgehalte gaan die van het specifiek gewicht hand aan hand. Dit zijn feiten, die herhaaldelijk reeds door anderen zijn geconstateerd. Van de vermindering van het eiwitgehalte zou een daling van het wateraantrekkend vermogen van het serum zeker het gevolg geweest zijn, indien niet het gehalte aan NaCl ware vermeerderd. Dat dit het geval is, blijkt uit de volgende tabel, die tevens een overzicht geeft van de regeling van het wateraantrekkend vermogen van het serum.

TABEL XIII.

Regeling van het wateraantrekkend vermogen na bloedontlastingen (paard).

I. Nummer der ontlasting.	II. $cM^3 AgNO_3$ ($^1/_{10}$ n.), overeenkomende met de chloriden van 100 cM^3 serum.	III. Vermeerdering van het wateraantrekkend vermogen van het serum, teweeggebracht door vermeerdering van het gehalte aan NaCl.	IV. Vermindering van het wateraantrekkend vermogen van het serum, teweeggebracht door vermindering van het eiwitgehalte (zie tabel XII).
I. (vóór de groote ontlasting)	102.3		
II. (2½ uur na de ontl. van 10½ L).	106	0.037	0.034
III. (19 uur na de vorige ontl.)	104.3	0.02	0.017
IV. (1 uur, nadat weer 4½ L. dus in't geheel 15 L. ontlast zijn)	106.5	0.045	0.038
V. (op het einde der verbloeding, die een uur na de vorige ontlasting plaats had)	108.8	0.065	0.0426

Uit deze tabel blijkt, dat, terwijl door vermindering van het eiwitgehalte het wateraantrekkend vermogen van het plasma daalt, deze daling door vermeerdering van het gehalte van NaCl bijna geheel vergoed wordt. Het ligt voor de hand, dat ook andere stoffen van het plasma aan de compensatie zullen deel hebben, maar de voornaamste rol spelen toch de eiwitstoffen en chloriden.

Proef II.

Een 2e proef heeft bovenstaande resultaten volkomen bevestigd.

De ontlastingen geschiedden bij een paard, dat ongeveer 400 KG woog.

1e ontlasting. . . . . $^3/_4$ liter (tot onderzoek)
2e ontlast. onmiddellijk daarna 13 liter
3e ontlast., 2 uur na de vorige ontl., $^3/_4$ liter (tot onderzoek)
4e » 18 uur » » vorige (3e) » 5 liter
5e » 1 uur » » vorige (4e) » $^3/_4$ liter (tot onderzoek)

Het bloed der 1e, 3e en 5e ontlasting werd op de beschreven wijze onderzocht. Het wateraantrekkend vermogen bleek in de drie gevallen 1.7 te bedragen.

De analysen van eiwit en chloriden vatten wij in de volgende tabel samen.

TABEL XIV.

Regeling van het wateraantrekkend vermogen na bloedontlastingen (paard).

I. Nummer der ontlasting.	II. Specifiek gewicht van het serum.	III. Gram eiwit in 100 cM³ serum.	IV, Vermindering van het eiwitgehalte.	V. cM³ $^1/_{10}$ norm. $AgNO_3$, overeenkomende met de chloriden van 100 cM³ serum.	VI. Verhooging der salpeterwaarde van het serum, veroorzaakt door de vermeerdering van het gehalte aan NaCl (kol. V).	VII. Verlaging [illegible] salpeterwaarde van het serum, veroorzaakt door vermindering van het gehalte aan eiwitstoffen (kol. III en IV).
1. (Vóór de groote ontlasting).	1030.5	7.955		105.4		
3. (2 uren na de ontlasting van 13 $^1/_4$ Liter).	1026	6.563	17.5 pCt.	110.1	0.053	0.04
5. (1 uur nadat 19 $^1/_2$ Liter zijn ontlast).	1025	6.353	20 1 „	112.3	0.069	0.046

Het resultaat van proef 2 verschilt dus inderdaad weinig van dat van proef I. Het luidt:

Het oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen van het plasma wordt bij kunstmatige hydraemie volkomen bewaard, in weerwil van de aanzienlijke vermindering in specifiek gewicht, die het plasma ondergaat.

De compensatie wordt grootendeels daardoor tot stand gebracht, dat naast een daling van het eiwitgehalte een rijzing van het chloorgehalte plaats heeft.

Ongetwijfeld zullen ook andere stoffen in het serum een aandeel in deze compensatie hebben, doch zeker ieder voor zich in veel geringere mate dan de eiwitstoffen en de chloriden. Van de salpeterwaarde 1.7 van het geheele serum toch, komt 0.22 toe aan het eiwit en 1.06 ongeveer aan het Na Cl.

C. *Het bloedplasma bij anhydraemie.*

Bij een oud paard, wegende ongeveer 400 KG., wordt anhydraemie teweeggebracht door subcutane injectie van een mengsel van 62 5 cgr. pilocarpine en 6.25 cgr. eserine. Het dier speekselt; terwijl een zgn. mondspiegel den mond openhoudt en een helper het hoofd fixeert, wordt het speeksel opgevangen. De hoeveelheid bedraagt na $2^1/_2$ uur ongeveer 8 liter. Intusschen heeft het dier herhaalde malen geurineerd en zeer dunne faeces ontlast; zoodat veilig mag aangenomen worden, dat in die $2^1/_2$ uur minstens 10 liters vocht uit het lichaam zijn verwijderd. Daarna werd $^3/_4$ liter bloed uit de V. jugularis ontlast. Het wateraantrekkend vermogen van het bijbehoorende serum bedraagt $\frac{5 \times 33.75}{5} \times 0\,63 \times \frac{101}{58.5} = 1.8$ en is volkomen gelijk aan dat van het serum, dat afkomstig was van het bloed, vóór de injectie ontlast.

De volgende tabel bevat een overzicht der analysen van

het eiwit en de chloriden, aanwezig in het serum van de beide ontlastingen,

TABEL XV.

Anhydraemie door injectie van pilocarpine en eserine.

I. Tijd van ontlasting.	II. Gram eiwitstoffen in 100 cM^3 serum,	III. cM^3 $^1/_{10}$ norm $AgNO_3$, overeenkomende met de chloriden van 100 cM^3 serum.	IV. Verhooging der salpeterwaarde, veroorzaakt door de eiwitstoffen.	V. Vermindering der salpeterwaarde van het serum, veroorzaakt door Na Cl.
Vóór de injectie van pilocarpine en eserine . . .	7.78	108.54		
2½ uur na de injectie	8.56	102.5	0.016	0.06

Uit deze tabel blijkt, dat het eiwitgehalte van het serum is toegenomen en het Na Cl-gehalte afgenomen. In overeenstemming met de vermeerdering van het eiwitgehalte, was ook het specifiek gewicht gestegen van 1029.5 tot 1030.5. Het volume der bloedlichaampjes in 100 cM^3 serum bedroeg vóór de injectie 30, na de injectie 33 cM^3; hieruit volgt, dat het volume van het plasma, en dus ook het volume van het geheele bloed, is verminderd.

Proef 2.

Deze proef is slechts een herhaling van de vorige. De volgende tabel geeft de resultaten weer:

TABEL XVI.

Anhydraemie bij een paard.

I. Tijd van ontlasting.	II. Gram eiwitstoffen in 100 cM³ serum.	III. cM³ $^1/_{10}$ norm. $AgNO_3$, overeenkomende met de chloriden van 100 c M serum.	IV. Verhooging der salpeterwaarde, veroorzaakt door de eiwitstoffen.	V. Vermindering der salpeterwaarde van het serum, veroorzaakt door Na Cl.
Vóór de injectie van pilocarpine en eserine . . .	7.88	106.5		
2½ uur na de injectie	9.14	99.5	0.0368	0.07

Ook hier ziet men, dat met een rijzing van het eiwitgehalte, een daling van het chloornatrium-gehalte gepaard gaat.

Het wateraantrekkend vermogen van het serum was vóór en na de injectie gelijk en wel 1.76.

Uit beide proeven volgt dus, dat door het te voorschijn roepen van anhydraemie door middel van pilocarpine en eserine, het wateraantrekkend vermogen van het plasma geen verandering ondergaat, in weerwil van de onttrekking van een aanzienlijke hoeveelheid vocht.

De compensatie blijkt voor een deel daaraan te danken te zijn, dat terwijl het chloornatrium-gehalte van het plasma daalt, dat van het eiwit rijst. Uit beide tabellen ziet men echter, dat de daling een grooter wateraantrekkend vermogen vertegenwoordigt dan de rijzing. Er moeten dus nog andere stoffen in het plasma binnengekomen zijn; immers, de verschillen in salpeterwaarde van de bewuste daling en rijzing in beide gevallen zijn te groot, dan dat ze aan een fout in de methode voor de bepaling van het wateraantrekkend vermogen kunnen worden toegeschreven.

II. Regeling van de bestanddeelen der roode bloedlichaampjes.

A. *Permeabiliteit der roode bloedlichaampjes.*

In de inleiding maakten wij reeds de opmerking, dat de methode tot onderzoek van de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes van het gedefibrineerde bloed niet was aan te wenden voor het circuleerende bloed. Wij moesten dus naar een andere methode omzien en hebben getracht een stof te vinden, die aan de volgende eigenschappen voldeed.

1. Moest ze, in de circulatie gebracht, in de bloedlichaampjes van het circuleerende bloed in zeer geringe hoeveelheid zijn aan te toonen en wel met een reagens, waardoor het leven van het dier niet getroffen werd. Dit reagens zou bijv. de eiwitstoffen van het plasma niet mogen neêrslaan. De reactie zou dus moeten berusten op kleurverandering der bloedlichaampjes.

2. De stof mocht de bloedlichaampjes niet vernietigen.

3. De stof mocht in de bloedlichaampjes van het normale dier niet voorkomen.

Een stof, die aan deze drie eigenschappen geheel voldeed, hebben we helaas niet kunnen vinden. Een oplossing van NaI kwam onzen eischen nog het meest nabij.

Ad 1. Iodium is in uiterst geringe hoeveelheid aan te toonen door nitras palladiosus, waarmede het een bruin neerslag geeft. Echter kan men dit reagens niet in het bloedvaatstelsel spuiten; immers, het eiwit wordt door palladium neergeslagen; dit heeft natuurlijk den dood ten gevolge. Daarom lieten we, nadat de injectie van NaI was geschied, een droppel van het bloed in palladium-oplossing vallen.

Ad 2. NaI, in niet te hooge concentratie in de bloedbaan gespoten, brengt geen waarneembare verandering in de lichaampjes te weeg, noch in die van honden, noch in die van kikvorschen.

Ad 3. NaI komt in de bloedlichaampjes van normale honden en kikvorschen niet voor.

Wij zullen over de wijze van proefneming niet uitweiden,

maar alleen vermelden, dat de bloedlichaampjes, na de injectie van NaI, bij het onderzoek door middel van palladiumoplossing, *nu en dan* een bruine tint vertoonden. Dat de bruine tint slechts nu en dan optrad, bewijst niet, dat in het algemeen de bloedlichaampjes van het circuleerende bloed voor NaI niet permeabel zijn. Immers, uit ons vorig opstel is gebleken, dat bij het gedefibrineerde bloed de graad van permeabiliteit der bloedlichaampjes zeer wisselend was en blijkbaar afhankelijk van de concentratie en het volume der toegevoegde zoutoplossing *).

Hadden wij het in onze hand gehad, beiden ook voor het circuleerende bloed naar willekeur te regelen, dan zouden wij, in verband met de ervaringen, bij het gedefibrineerde bloed opgedaan, zooveel hebben geïnjicieerd, dat de bloedlichaampjes zooveel mogelijk van het zout eventueel hadden opgenomen. Maar uit de beschreven onderzoekingen over de regeling van de bestanddeelen van het plasma is gebleken, hoe spoedig het laatste weer de oorspronkelijke samenstelling bereikt; bovendien kan men de zoutsolutie niet in te geconcentreerden toestand inspuiten, indien men geen gevaar wil loopen, dat de bloedlichaampjes zwellen en kleurstof verliezen.

Het laatste is als argument te beschouwen voor het bestaan der permeabiliteit. Als voorbeeld kunnen we aanvoeren injecties van 1 cM^3 van matig sterke hyperisotonische oplossingen van NaI (3 pCt.), NaCl (1.16 pCt.) en rietsuiker (10 pCt.) in het bloedvaatstelsel van kikvorschen. Door deze oplossingen zagen wij vele lichaampjes zoozeer gezwollen, dat zij den bolvorm hadden aangenomen. De verklaring van dit feit is niet moeielijk te vinden: er treedt zout of suiker in de bloedlichaampjes; de hoeveelheid van deze stoffen is zoo aanzienlijk, dat de lichaampjes, om het wateraantrekkend vermogen van hun inhoud gelijk aan dat der omgeving te maken, water moeten opnemen en zwellen.

Een ander argument, dat men voor de permeabiliteit der

---

*) *Verslagen en Mededeelingen* enz. 3e Reeks. Deel VII, p. 19—21.

roode bloedlichaampjes in het circuleerende bloed kan aanvoeren, is de geringe verhooging in wateraantrekkend vermogen, die de bloedlichaampjes van het paard ondergaan, na injectie van 9 liter NaCl-oplossing van 3.3 pCt. en ook na herhaalde bloedonttrekkingen (zie tabel XVII). Vooral dit argument mag men in deze belangrijk noemen.

Voorts hebben de proeven van KLIKOWICZ *) bewezen, dat bij injectie van Na_2SO_4 in de bloedbaan van honden, soms aanzienlijke hoeveelheden sulfaat in de bloedlichaampjes achterblijven.

Een dergelijk resultaat hebben ook wij verkregen en wel na inspuiting van 7 liter Na_2SO_4-oplossing van 5 pCt. bij een paard. Merkwaardigerwijze vonden we, dat hierbij het sulfaat-gehalte der bloedlichaampjes niet *toe-* maar *af*genomen was. Iets dergelijks vonden wij ook in ons vorig opstel bij het gedefibrineerde bloed.

Wij kunnen ons niet ontveinzen, dat de argumenten, die we hebben aangevoerd voor de permeabiliteit der bloedlichaampjes van het circuleerende bloed, niet zoo streng overtuigend zijn als die, welke wij hebben kunnen aanwijzen bij het gedefibrineerde. Toch hebben wij voor ons de overtuiging verkregen, dat de bloedlichaampjes van het circuleerende bloed inderdaad voor zouten permeabel zijn.

B. *Het wateraantrekkend vermogen der roode bloedlichaampjes bij kunstmatige hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie.*

In aansluiting met het bovenstaande, wenschten wij te onderzoeken, of het bloed bij hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie, in dezelfde Na Cl-oplossingen een begin van kleurstof uittreding vertoonde als het oorspronkelijke bloed.

---

*) DU BOIS-REYMOND's *Archiv.* 1886. S. 518.

waarop de hydraemische plethora, h
teweeg gebracht, met verwijzing n
eerste hoofdstuk.

7 L. Na_2SO_4-opl. van 5 %

5 L. Na_2SO_4-opl. van 5 %

L. NaCl-opl. van 3 3 %

L. $NaNO_3$-opl. van 4 %

L. Na_2SO_4-opl. van 0.5 %

cM³ NaCl-opl. van 3 %

cM³ NaI-opl. van 3 %

cM³ Na_2SO_4-opl. van 10 %

Bloedontlasting (proef I, p

Bloedontlasting (proef II, p

van 65 cgr. pilocarpine en 6.5 c

van 65 cgr. pilocarpine en 6.5 c

De proeven werden verricht met paarden- en hondenbloed en wel gelijktijdig met de experimenten over het plasma. De proefdieren waren dan ook dezelfde als die, welke voor de laatstbedoelde onderzoekingen werden gebruikt. Dit was o. a. daarom zeer gewenscht, omdat wij dan met zekerheid wisten, in hoeverre de bloedlichaampjes, na de injecties en ontlastingen, werkelijk in een veranderd medium zich bevonden. In de nevenstaande tabel (XVII), die de resultaten der proeven bevat, is telkens naar de overeenkomstige proef van het eerste hoofdstuk verwezen.

Uit deze tabel blijkt, dat na inspuiting van hyper- en hypisotonische zoutoplossingen in de bloedbaan, de lichaampjes over het algemeen in dezelfde NaCl-oplossingen een begin van kleurstofverlies vertoonen als in het bloed, dat vóór de injectie werd ontlast. Slechts na inspuiting van een groote hoeveelheid eener geconcentreerde oplossing van Na_2SO_4 (2) en van NaCl (3), blijkt het uittreden van kleurstof in een eenigszins hoogere concentratie plaats te hebben dan vóór de injectie ; m. a. w. de bloedlichaampjes zijn een weinig in wateraantrekkend vermogen gestegen. Deze stijging is echter vrij spoedig hersteld ; in het eerste geval na 2, in het tweede geval na 4 uren.

Verder leert de tabel, dat door aanzienlijke bloedontlasting het wateraantrekkend vermogen der bloedlichaampjes een geringe verhooging ondergaat, om na eenigen tijd weer tot den norm terug te keeren, en dan weer te stijgen na een daaropvolgende bloedontlasting. Misschien staat deze verhooging van het wateraantrekkend vermogen wel in eenig verband met het feit, dat de compensatie der salpeterwaarde van het plasma zich niet geheel liet verklaren door vermindering van het eiwit- en vermeerdering van het chloorgehalte.

Bij anhydraemie blijkt het wateraantrekkend vermogen der bloedlichaampjes geheel onveranderd te zijn gebleven.

Het bovenstaande kan men aldus samenvatten :

Bij hydraemische plethora, teweeggebracht door hyperisotonische of door hypisotonische zoutsoluties, bij hydraemie en bij anhydraemie, hebben de roode bloedlichaampjes geen

verandering van wateraantrekkend vermogen ondergaan. Indien de bloedlichaampjes in het circuleerende bloed werkelijk voor zouten permeabel zijn, mag men dus aannemen, dat er een wisseling heeft plaats gehad tusschen de bestanddeelen van het plasma en die der bloedlichaampjes, en wel in isotonische verhouding.

Tegen deze conclusie schijnt de verhooging van het wateraantrekkend vermogen der lichaampjes, na injectie van groote hoeveelheden NaCl en Na_2SO_4, te pleiten. De verhoogingen zijn echter gering. Maar — zal men opmerken — wie geeft de verzekering, dat bij de proeven, waarbij het wateraantrekkend vermogen der bloedlichaampjes is gebleken volkomen onveranderd te zijn gebleven, dit resultaat niet daaraan is toe te schrijven, dat de inhoud der bloedlichaampjes hierbij een zoo onbeduidende verandering had ondergaan, dat deze door onze methode niet kon aangetoond worden? Onze conclusie is dus stricto sensu niet volkomen gerechtvaardigd. Dit was ze *wel* bij het gedefibrineerde bloed. En toch zijn wij geneigd, haar als juist aan te nemen: immers, is het niet onwaarschijnlijk, dat een zoo eenvoudige wet wél voor het gedefibrineerde en niet voor het circuleerende bloed zou gelden en dan, in hoeverre is het bloedlichaampje van het versche defibrineerde bloed *afgestorven*?

III. Résumé.

Het bovenstaande onderzoek samenvattende, komen wij tot de volgende resultaten.

1. De totale wateraantrekkende kracht van het serum hebben we teruggevonden in de som der wateraantrekkende krachten zijner bestanddeelen.

Meer dan de helft van het wateraantrekkend vermogen komt op rekening van het NaCl; verder een aanzienlijk deel op rekening der carbonaten en eiwitstoffen. Het aandeel der phosphaten en sulfaten en van de druivesuiker is gering.

2. Door bepaling van de hoeveelheid zuur, die noodig

is om het eiwit van albuminaten neer te slaan, zal men het moleculair gewicht van het bijbehoorende eiwit kunnen berekenen (zie pag. 380). Een eerste vereischte hierbij is natuurlijk, dat het albuminaat volkomen zuiver zij, liefst in kristalvorm verkeere.

Het verkregen cijfer kan gecontrôleerd worden door hetgeen men bij toepassing van de methode van HUGO DE VRIES verkrijgt *).

3. *a.* Na opwekking van hydraemische plethora bij paarden en honden, door inspuiting van sterke *hyperisotonische* oplossingen van Na_2SO_4, NaCl en $NaNO_3$ in zoo groote volumina, dat het wateraantrekkend vermogen van het plasma aanzienlijk zou hebben moeten stijgen, indien de bloedlichaampjes en de wanden van het bloedvaatstelsel volkomen impermeabel waren voor water en voor zouten, krijgt het plasma uiterst spoedig (in onze gevallen binnen 1 tot 2 uren) zijn oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen terug (zie p. 368, 382, 387, 390, 399, 400 en 401).

b. Na opwekking van hydraemische plethora bij paarden, door inspuiting van een zwakke *hypisotonische* oplossing van Na_2SO_4 en van NaCl, in zoo groote volumina, dat het wateraantrekkend vermogen van het plasma aanzienlijk zou moeten gedaald zijn, indien de bloedlichaampjes en de wanden van het bloedvaatstelsel volkomen impermeabel waren voor water en voor zouten, krijgt het plasma zeer spoedig (in onze gevallen binnen 10 minuten) zijn oorspronkelijk wateraantrekkend vermogen terug (zie p. 392).

c. Tot het herstel van het wateraantrekkend vermogen, bedoeld in *a* en *b*, blijken verschillende bestanddeelen, zoowel van het oorspronkelijke bloed als van de geïnjicieerde oplossing en van het weefselvocht saam te werken.

Terwijl namelijk door en na de injectie van hyperisotonische oplossingen het wateraantrekkend vermogen van het plasma wegens het achtergebleven zout aanzienlijk zou moe-

*) Zie o. a. de bepaling van het molec. gew. van raffinose, in het *Maandbl. v. Natuurwetensch.* 15e Jaarg. p. 8.

ten gestegen zijn en door injectie van hypisotonische oplossingen wegens het achtergebleven water gedaald, werken onmiddellijk na de injectie Na Cl, Na_2SO_4, Na_2CO_3, eiwit, water en waarschijnlijk ook andere stoffen, die wij niet onderzocht hebben, samen, om door onderlinge uitwisseling genoemde stijging, resp. daling te compenseeren.

Opmerkenswaardig is, dat het plasma, 2 uren na de injectie, minder water bevat dan vóór de injectie. Dit feit, in verband met de relatieve vermeerdering der roode bloedlichaampjes, rechtigt tot het besluit, dat, tengevolge van de injectie van hyper- en hypisotonische oplossingen, het geheele bloed-quantum van het dier voor eenigen tijd is afgenomen (zie p. 399).

d. Ongeveer tegelijk met het wateraantrekkend vermogen, ziet men het plasma zijn oorspronkelijke samenstelling weer bereiken; zoodat men allicht tot het denkbeeld zou komen, het herstel van het wateraantrekkend vermogen als het *gevolg daarvan* aan te zien. Dit denkbeeld zou echter reeds daarom minder juist zijn, omdat op tijden, waarop het plasma zijn oorspronkelijke samenstelling nog niet heeft bereikt en nog afwijkingen daarin voorhanden zijn, die onze methode voor de bepaling der wateraantrekkende kracht zeker zou hebben kunnen aantoonen, het wateraantrekkend vermogen *wel* tot de oorspronkelijke waarde is teruggekeerd (tab. I op p. 369; tab. VII op p. 385; tab. IX op p. 389; tab. X op p. 395).

e. De voorstelling van Cohnheim (*Vorl. über Allg. Path.* 2e Aufl. II. S. 443), als zou bij hydraemische plethora de vermeerdering van secretie en transsudatie veroorzaakt worden door volume-vergrooting van het bloed, zonder meer, moet, naar de resultaten onzer proeven, in den volgenden zin worden aangevuld.

Niet alleen de volume-vergrooting van het bloed heeft invloed op de secretie en transsudatie, maar ook de absolute hoeveelheid van het geïnjicieerde *zout*.

Immers, bij inspuiting van hyperisotonische zoutoplossingen, treedt onmiddellijk na, zelfs tijdens de injectie, aanzienlijke urine-secretie en dunne defaecatie op. Bij het gebruik van

hypisotonische oplossingen neemt men dit niet waar. Men kan 3 uren en langer na de injectie wachten; men ziet geen urineloozing, geen dunne defaecatie.

Daar nu het overvloedige vocht de bloedbaan toch heeft verlaten, moet het in de weefsels zijn getranssudeerd. Om het kort uit te drukken: na injectie van hyperisotonische oplossingen, verhoogde secretie; na injectie van hypisotonische soluties, verhoogde transsudatie. De oorzaak van dit verschil laat zich verklaren door de neiging van het plasma, zijn wateraantrekkend vermogen constant te houden (zie p. 393).

4. Bij *hydraemie*, teweeggebracht door aanzienlijke bloedontlastingen (paard), blijkt het wateraantrekkend vermogen van het plasma ten opzichte van dat van het oorspronkelijke plasma onveranderd te zijn gebleven, in weerwil van de aanzienlijke vermindering, die het specifiek gewicht van het plasma door die bloedontlastingen heeft ondergaan.

De compensatie der wateraantrekkende kracht wordt grootendeels tot stand gebracht, doordien naast een aanzienlijke daling van het eiwitgehalte, een rijzing van het chloorgehalte plaats heeft (zie tabel XIII en XIV).

5. Bij *anhydraemie*, teweeggebracht door subcutane injectie van pilocarpine en eserine (paard), blijkt het wateraantrekkend vermogen van het plasma ten opzichte van dat van het oorspronkelijke plasma onveranderd te zijn gebleven, in weerwil van de onttrekking van aanzienlijke hoeveelheid vocht. Deze onveranderlijkheid van het wateraantrekkend vermogen moet voor een deel daaraan worden toegeschreven, dat het gehalte van het eiwit toeneemt en dat der chloriden afneemt (zie tabel XV en XVI).

6. De bloedlichaampjes van het circuleerende bloed zijn voor zouten permeabel (p. 411 en 412).

7. Het wateraantrekkend vermogen der roode bloedlichaampjes ondergaat, door opwekking van hydraemische plethora (door hyper- en hypisotonische oplossingen), hydraemie en anhydraemie, weinig of geen verandering (tabel XVII); hetgeen, indien de permeabiliteit, bedoeld onder „5", aanzienlijk is, recht geeft tot het besluit, dat tusschen de

bestanddeelen der bloedlichaampjes en die van het plasma een uitwisseling heeft plaats gehad in isotonische verhoudingen (p. 414).

BESLUIT.

De meest belangrijke feiten, die het bovenstaande onderzoek heeft aan het licht gebracht, zijn :

1. *De wand van het vaatstelsel heeft de eigenschap, het wateraantrekkend vermogen van het plasma constant te houden.*

Of deze eigenschap aan de vaten van *alle* organen toekomt, en of hier de capillaria *alleen* in het spel zijn, enz., hebben we nog niet nagegaan. Zeker is het, dat de niervaten een belangrijke rol spelen en zeer waarschijnlijk, dat de vaatstelsels der verschillende organen zich ten opzichte van zoutoplossingen verschillend gedragen. Dit hebben injectie proeven van COHNHEIM aangetoond. Deze toch vond constant, dat bij injectie van groote hoeveelheden eener NaCl-oplossing in de bloedbaan van honden, in sommige organen geen, in andere wel transsudaat was ontstaan *).

2. *De bloedlichaampjes van het circuleerende bloed bezitten de eigenschap, hun wateraantrekkend vermogen constant te houden. Hetzelfde vonden we vroeger voor de lichaampjes van het gedefibrineerde bloed.*

Inderdaad mag het middel, waarvan de natuur zich blijkt te bedienen, om na ingrijpende veranderingen van het bloed, deszelfs bestanddeelen te regelen en weer tot de vroegere maat terug te brengen, hoogst doelmatig worden genoemd.

Bij een dergelijke uitspraak mag de wetenschap zich echter niet neerleggen. Zij wenscht een verklaring. Deze kan de physica of chemie ons op het oogenblik niet geven.

Wij mogen aannemen, dat we hier te doen hebben met een eigenschap van levende cellen, een eigenschap, die wij, wel is waar, niet doorgronden, maar waarvan de physiologie ons talrijke analoga aanbiedt.

*) VIRCHOW's *Archiv* B. LIX. (1877). S. 125.

Men denke slechts aan de merkwaardige eigenschappen van het glomerulus-epithelium; men denke slechts aan het vermogen van de epitheelcellen der tubuli contorti, om van den kant der tunica propria stoffen uit het bloed op te nemen, die te verzamelen als specifieke urinebestanddeelen en ze dan in het lumen van het buisje af te geven; men denke aan de eigenschap van maagepithelium, om aan den eenen kant bestanddeelen aan het alkalische bloed- of weefselvocht te onttrekken en aan den anderen kant zoutzuur af te geven; men denke aan de interessante proeven van HOFMEISTER, die aangetoond hebben, dat aan de *levende* mucosa van maag en darm de eigenschap toekomt, pepton tot eiwit te regenereeren en aan de daarop gevolgde proeven van SALVIOLI. Bracht deze pepton in den darm en voerde hij bloed door een tak der *a.* meseraïca, dan ging het pepton over in eiwit. Vermengde hij echter het pepton met het bloed en voerde het dan door de *a.* meseraica van den ledigen darm, dan werd het pepton niet omgezet *). Daaruit volgde, dat de levende cellen wel de genoemde functie verrichtten, wanneer het pepton zich bevond tegen het naar het darmlumen gekeerde gedeelte der cel, maar niet wanneer het pepton van de andere zijde werd aangevoerd. En eindelijk, om nog één voorbeeld te noemen. Welke omzettingen moeten al niet plaats hebben in de epitheliumcel der melkklier, zal deze het doelmatige secretum kunnen leveren, dat zoozeer in samenstelling van het bloed verschilt; hoe fijn moet die functie niet geregeld zijn, opdat het secretum steeds dezelfde samenstelling verkrijge.

En zoo zien wij, dat verschillende soorten van cellen, in verschillende lichaamsdeelen haar eigen functie hebben. De arbeid, noodig om het individu en de soort in stand te houden, is onder haar verdeeld. Hoe lager het organisme staat, des te minder verdeeling van arbeid, en zoo weet men, dat de hoogsteenvoudige ééncellige wezens aan hun

---

*) DU BOIS-REIJMOND'S *Archiv.* 1880. Suppel. S. 112.

vegetatieve functiën zelfs nog psychische processen verbinden *).

Wanneer men dit alles bedenkt, kan men dan nog verbaasd staan, wanneer het blijkt, dat aan het roode bloedlichaampje is opgedragen, zijn eigen wateraantrekkend vermogen, en aan den vaatwand, dat van het plasma constant te houden?

Physiol. Laborat. der Rijksveeartsenijschool,
Februari 1890.

---

*) Zie o. a. PFLÜG. *Archiv.* B. II. 1869 S. 307.

INHOUD.

Inleiding . . . . . pag. 364.

I. Regeling van de bestanddeelen van het plasma. " 366—410.

A. Hydraemische Plethora. . . . . " 366—402.

a. Injectie van hyperisotonische oplossingen. " 367.

b. Injectie van hypisotonische oplossingen . " 391.

c. Het totale volume bloed bij de proeven onder a en b . . . . . " 396.

d. Injecties bij honden . . . . . " 399.

B. Het bloedplasma bij Hydraemie . . . . " 402.

C. Het bloedplasma bij Anhydraemie . . . . " 407.

II. Regeling van de bestanddeelen der roode bloedlichaampjes. . . . . " 410—414.

A. Permeabiliteit der roode bloedlichaampjes . " 410.

B. Het wateraantrekkend vermogen der roode bloedlichaampjes bij kunstmatige hydraemische plethora, hydraemie en anhydraemie . " 412.

III. Résumé . . . . . " 414.

Besluit . . . . . " 418.

VERSLAG

OVER DE

VERHANDELING VAN **Dr. R. SISSINGH,**

GETITELD:

METINGEN OVER KERR'S VERSCHIJNSEL BIJ MAGNETISATIE EVENWIJDIG AAN HET SPIEGELEND OPPERVLAK.

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 Maart 1890).

De verhandeling van den Heer SISSINGH, die aan de Akademie ter plaatsing in hare werken is aangeboden, bevat het verslag van een proefondervindelijk onderzoek over het door KERR ontdekte verschijnsel, dat de magnetisatie van een spiegelend ijzeroppervlak invloed heeft op het daardoor teruggekaatste licht. De schrijver heeft zich thans tot de zoogenaamde aequatoriale reflectie bepaald en is met een onderzoek over de polaire terugkaatsing zoo ver gevorderd, dat hij de uitkomsten daarvan weldra zal kunnen mededeelen.

Ofschoon na KERR verscheidene natuurkundigen zich met het onderwerp hebben beziggehouden, laat onze kennis nog veel te wenschen over en is nog geene overeenstemming tusschen de theorie en de waarnemingen verkregen. Wij verheugen er ons daarom over, dat een nieuw onderzoek heeft plaats gehad, vooral nu dit verricht is door iemand, die door zijne vroegere metingen over de terugkaatsing door metalen geheel voorbereid was, het met goed gevolg ter hand te nemen.

Men kan rekenen, dat het verschijnsel bekend is, als men bij elken hoek van inval en bij elke wijze van magnetisatie van den spiegel de *sterkte* van de magnetische lichtcomponent en de *phase* heeft bepaald. De theorie van den tweeden ondergeteekende, door den Heer VAN LOGHEM uitgewerkt, geeft het middel aan de hand om beide grootheden à priori te berekenen. Met de aldus verkregen waarden waren echter de uitkomsten van Dr. KAZ, die het eerst bij de polaire reflectie intensiteit en phase experimenteel bepaalde, niet in overeenstemming. De Heer SISSINGH komt tot dezelfde slotsom, maar zijne metingen bij een tiental invalshoeken, van 86^0 tot 6^0, leeren, dat de afwijkingen zich hiertoe bepalen, dat de theorie de phase een bepaald constant bedrag fout levert. Mocht dit ook bij de polaire terugkaatsing bevestigd worden, dan zou dit voor de verbetering der theorie eene belangrijke vingerwijzing zijn.

Evenals de Heer KAZ, heeft ook de schrijver de gezochte grootheden uit het bedrag der minimum- en nuldraaiingen van den polarisator en den analysator afgeleid. Daarbij heeft hij eene groote nauwkeurigheid bereikt door eene methode, die ook reeds vroeger door hem werd gevolgd. Vóór den polarisator stond namelijk een collimator en achter den analysator een op oneindigen afstand ingestelde kijker; men neemt dan in het gezichtsveld een donkeren band waar, die zich bij elke verplaatsing der Nicols verschuift en dien men bij de meting der minimum- en nuldraaiingen zoo donker mogelijk trachtte te maken en in het midden van het veld bracht. Dat nu op deze wijze voor de kleine draaiingen, die hoogstens 4′ bedroegen, waarden verkregen konden worden, die tot op ongeveer $^1/_3$′ betrouwbaar zijn, is aan de nauwgezetheid te danken, waarmede de waarnemingsmethode werd onderzocht. Wat dit laatste betreft, stippen wij slechts één punt aan. Bij de definitieve proeven werden de nul- en minimumdraaiingen verkregen door eerst bij eene positieve en dan bij eene negatieve magnetisatie de standen der Nicols op te zoeken, voor welke de lichtsterkte 0 of een minimum wordt. De standverandering, die men dan bij den overgang van de eene magnetisatie tot de andere

aan de Nicols moet geven, zal het dubbel der gezochte draaiing zijn, indien men weet, dat deze bij omkeering der magnetisatie alleen van richting, maar niet in grootte verandert. Dit werd bewezen door een uitvoerig onderzoek bij één invalshoek, waarbij beurtelings de spiegel gemagnetiseerd en ontmagnetiseerd werd en in het laatste geval de uitdoovingsstanden der Nicols werden opgezocht. De ontmagnetisatie geschiedde door steeds zwakkere stroomen van afwisselende richting door de windingen van den electromagneet te leiden; dat het magnetisme voldoende was verdwenen werd hierdoor bewezen, dat dezelfde uitdoovingsstanden werden verkregen, welke richting ook de laatste zwakke stroom had. Bovendien bleken de uitdoovingsstanden der Nicols na de ontmagnetisatie overeen te stemmen met die, welke gevonden werden, als de ijzerspiegel door een zilverspiegel met denzelfden stand werd vervangen.

Het bovenstaande moge voldoende zijn om een denkbeeld te geven van de nauwgezetheid, waarmede de Heer SISSINGH heeft gewerkt. Wij achten zijn onderzoek in alle opzichten voortreffelijk en stellen gaarne voor, de verhandeling in de werken der Akademie op te nemen.

Voor zij gedrukt wordt, wenschen wij echter een paar opmerkingen omtrent de wijze, waarop de positieve en negatieve phase-verschillen gedefinieerd worden, aan den schrijver mede te deelen.

J. D. VAN DER WAALS.
H. A. LORENTZ.

VERSLAG

OVER DE

VERHANDELING VAN **Dr. J. DE VRIES,**

GETITELD:

„CYCLISCHE VEELHOEKEN OP VLAKKE KUBISCHE KROMMEN".

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN F. J. VAN DEN BERG.

Ingevolge de aan ons verstrekte opdracht hebben wij de eer u het volgende mede te deelen.

Schrijver neemt op eene vlakke kubische kromme drie collineaire buigpunten, en projecteert die op deze kromme uit een harer punten; dan ontstaan er de inflexie-tripels van KÜPPER; dat is, het tangentiaalpunt van elk dezer punten ligt op de verbindingslijn der beide andere. Evenzoo beschouwt schrijver in de kubische kromme beschreven veelhoeken met de eigenschap, dat elke zijde het tangentiaalpunt van het *naastgelegen* hoekpunt bevat (§ 1) of van het *voor-naast-gelegen* hoekpunt (§ 2) of van het *tegenover-liggend* hoekpunt (§ 3). De toppen van zulke *cyclische veelhoeken* behooren tot involutorische puntengroepen.

Om hiertoe te geraken gebruikt schrijver, volgens BOBEK, de betrekkingen in θ-functiën tusschen de homogeene coördinaten der kubische kromme. De parameters u van de $3n$ snijpunten der kromme met eene kromme van den n-den

graad, moeten, in verband met de argumenten ω en ω_1 der θ-functiën, voldoen aan

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_{3n} \equiv 0 \pmod{\omega, \omega'}.$$

Voor de bestaanbare buigpunten is dus

$$3u \equiv 0 \pmod{\omega},$$

zoodat de parameters zijn 0, $\frac{1}{3}\omega$, $\frac{2}{3}\omega$. Schrijver blijft nu telkens bij denzelfden tak, zoodat bij de twee-takkige kromme alleen de serpentine wordt beschouwd, doch niet het ovaal, waartoe echter de verkregen uitkomsten gemakkelijk kunnen worden uitgestrekt.

Schrijver leidt nu de voorwaarde af, dat twee punten v en w met het tangentiaalpunt van een derde punt op een rechte lijn liggen $2u \equiv v + w \pmod{\omega}$, en verder die, dat drie punten een cyclischen driehoek vormen. Hunne projectiën op de kromme uit een buigpunt vormen wederom een cyclischen driehoek; en de toppen van deze twee cyclische driehoeken vormen, te zamen met de buigpunten, eene bijzondere desmische conf. 9_3. Algemeen: bevatten $n-1$ zijden van een n-hoek in de kubische kromme elk het tangentiaalpunt van den voorgaanden top, zoo is dit ook met de laatste zijde het geval.

De voorwaarden der cyclische vierhoeken van dit opstel voeren tot eene osculatiegroep O_2 der tweede orde; en deze bepaalt weder vijf zulke vierhoeken.

De voorwaarden der cyclische vijfhoeken voeren tot eene osculatiegroep der vierde orde O_4; en deze levert elf paren van zulke vijfhoeken, die twee aan twee perspectief gelegen zijn ten opzichte van het tangentiaalpunt van het elfde punt der groep, en de diagonalen van den eenen vijfhoek bevatten de tangentiaalpunten van den anderen.

Uit de voorwaarden van de cyclische zeshoeken blijkt, dat er twee verschillende soorten zijn. De eerste soort bevat drie maal zeven zeshoeken met concurrente hoofddiagona-

len; die der tweede soort kunnen tot drietallen vereenigd worden, waarbij de drie figuren op cyclische wijze van elkander afhangen, en de tangentiaalpunten der toppen van elken zeshoek op de nevendiagonalen van een tweeden liggen, terwijl daarentegen zijne nevendiagonalen de tangentiaalpunten der toppen van den derden zeshoek bevatten.

Bij de voorwaarden van den cyclischen n-hoek voert schrijver de functie

$$\varrho(n) = \frac{1}{3}[2^n - (-1)^n]$$

in, waarbij

$$2\varrho(n-1) = \varrho(n+1) - \varrho(n)$$

is. Elke diagonaal van den cyclischen n-hoek snijdt de kromme in het tangentiaalpunt van een punt, dat tot dezelfde cyclische groep behoort; alleen is zulks niet het geval, wanneer een punt met zijn tangentiaalpunt zamenvalt tot een *plethorisch* punt. Uit den cyclischen n-hoek kan men een anderen afleiden, die, wanneer n deelbaar is, een aantal zijden kan hebben, gelijk aan een deeler van n; als n even is, kunnen alle hoofddiagonalen door een punt der kromme gaan. Is n het produkt van twee priemgetallen p en q, zoo zijn $\varrho(p)$ en $\varrho(q)$ eveneens priemgetallen, en deelers van $\varrho(n) = r\,\varrho(p)\,\varrho(q)$; de cyclische groep moet dan de toppen van cyclische p-hoeken en van cyclische q-hoeken bevatten. De cyclische groep bezit dan drie soorten van cyclische n-hoeken. Van de eerste soort behooren de toppen tot een r-puntige groep; van de tweede soort tot een groep van $\varrho(p\ \varrho(q)$ punten, zóó dat elk punt van een groep, overeenkomend met een p-hoek, wordt aangevuld tot een groep, die tot een q-hoek behoort, en omgekeerd; van de derde soort zijn zij niet in een dier groepen bevat.

Schrijver bewijst nu een stelling uit de getallenleer. Is p een priemgetal > 2, en $a + b$ een veelvoud van p^k, dan is $a^{p^l} + b^{p^l}$ altijd deelbaar door p^{k+l}. Daaruit leidt hij als voorbeelden af:

$(2^5)^{11} + 1$ is deelbaar door 11^2; er zijn dus cyclische 55-

hoeken, waarvan de toppen behooren tot een groep, gevormd uit elf osculatiegroepen O_4.

$(2^3)^5 + 1$ en $\frac{1}{3}(2^{20}-1)$ zijn deelbaar door 5^2.

$(2^3)^{3k-1} + 1$ is deelbaar door 3^{k+1}. Er zijn dus, in het bijzonder, cyclische negenhoeken, waarvan de toppen uit drie inflexie-tripels bestaan.

Wanneer men met EULER het aantal getallen, kleiner dan en ondeelbaar met $\varrho(n)$, voorstelt door $\varphi[\varrho(n)]$, dan behoort elk punt eener kubische kromme tot $\varphi[\varrho(n)]$ onderscheidene cyclische n-hoeken, welker toppen een involutorische groep vormen, die *of* een osculatiegroep, *of* een centraalgroep is, *of* uit zulke groepen is zamengesteld.

In § 2 gaat schrijver over tot het tweede geval.

Bij een vierhoek komt de vorige cyclische vierhoek terug.

Bij een vijfhoek dier *tweede orde* verkrijgt men vier cyclische vijfhoeken, die echter twee aan twee zamenvallen.

Bij een n-hoek der tweede *orde* voert schrijver de functie $\sigma(p) = \frac{1}{5}[4^p - (-1)^p]$ in, en verkrijgt dan, dat het aantal punten der cyclische groep wordt aangewezen,

voor een $4p$-hoek door $5\ \sigma(p)$;
voor een $(4p+1)$-hoek door $2\ \sigma(2p) + (-1)^p 2\ \sigma(p) + 1$;
voor een $(4p+2)$-hoek door $2\ \sigma(2p) + 1$;
voor een $(4p+3)$-hoek door $2\ \sigma(2p+1) + (-1)^{p+1} 2\sigma(p+1)$.

Hierbij valt op te merken, dat een cyclische $(4p+2)$-hoek der tweede orde slechts van een parameter afhangt, terwijl de drie andere soorten twee parameters bezitten.

Wat de cyclische n-hoeken van hooger orde betreft, merkt schrijver in § 3 op, dat de behandeling in het algemeen op onoverkomelijke bezwaren schijnt te stuiten, behalve alleen bij die n-hoeken, welke schrijver noemt *tegenveelhoeken*, en waarbij elke top van den veelhoek zijn tangentiaalpunt heeft *of* op de overstaande zijde bij n oneven, *of* bij n even op een der zijden, die elkander alsdan in het tegenoverliggende hoekpunt snijden.

Bij een $(2n + 1)$-hoek behoort elk punt der kromme tot $\frac{1}{2}\varphi(2n + 1)$ onderscheidene tegen- $(2n + 1)$-hoeken.

Bij een $2n$-hoek voert schrijver de functie

$$\chi(n) = \frac{1}{2}\{3^n + (-1)^n\}$$

in, en vindt dan, dat alle door diagonalen afgeleide veelhoeken het snijpunt der hoofddiagonalen met den gegeven veelhoek gemeen hebben. Elk punt der kromme behoort tot $\varphi[\chi(n)]$ onderscheidene tegen-n-hoeken; bij elke daarvan komen de hoofddiagonalen in een punt der kromme te zamen.

In deze belangrijke verhandeling gebruikt schrijver uitkomsten en methoden vroeger door hem behandeld, en sluit zij zich dus aan de vorige. Wij aarzelen dan ook niet de Afdeeling aan te raden, ook dit opstel in hare Verslagen en Mededeelingen op te nemen.

Leiden en *Hilversum*,
Maart 1890.

D. BIERENS DE HAAN.
F. J. VAN DEN BERG.

CYCLISCHE VEELHOEKEN

OP

VLAKKE KUBISCHE KROMMEN.

DOOR

Dr. JAN DE VRIES.

Worden drie collineaire buigpunten eener vlakke kubische kromme uit een punt dier kromme op haar geprojecteerd, dan verkrijgt men drie punten, welke de eigenschap bezitten, dat elke verbindingslijn van twee hunner het tangentiaalpunt van het derde punt bevat *).

In de volgende bladzijden beschouw ik meer algemeen veelhoeken, welke zoodanig in eene kubische kromme zijn beschreven, dat elke zijde het tangentiaalpunt van het voorgaande hoekpunt insnijdt; daarbij blijkt, dat de toppen van zulk eenen *cyclischen* veelhoek tot bekende involutorische groepen behooren. De tweede § bevat een onderzoek naar cyclische veelhoeken, waarvoor het tangentiaalpunt van het i^{de} hoekpunt gelegen is op de lijn, welke het $(i + 2)^{de}$ en $(i + 3)^{de}$ hoekpunt verbindt, terwijl in § 3 de gevallen worden nagegaan, dat het tangentiaalpunt op de overstaande zijde, of, voor een even aantal zijden, op eene der beide overstaande zijden ligt.

*) Eene uitvoerige beschouwing van zulke drietallen van punten vindt men in DURÈGE's werk *Die ebenen Curven dritter Ordnung* (TEUBNER, 1871); zij worden daar „inflexietripels" genoemd en als vinding van KÜPPER vermeld (blz. 286 enz.).

§ 1.

1. De homogene coördinaten van elk punt der kubische kromme met de kanonische vergelijking

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = c\,x_1\,x_2\,x_3 \ldots\ldots\ldots (1)$$

kunnen als volgt worden voorgesteld door dubbel periodieke functies van een reëelen parameter u *):

$$\left.\begin{aligned}
\varrho x_1 &= \Theta_1\left(u-\frac{2}{3}\omega\right)\Theta_1\left(u-\frac{1}{3}(2\omega+\omega')\right)\Theta_1\left(u-\frac{1}{3}(2\omega-\omega')\right)\\
\varrho x_2 &= \Theta_1\left(u+\frac{2}{3}\omega\right)\Theta_1\left(u+\frac{1}{3}(2\omega+\omega')\right)\Theta_1\left(u+\frac{1}{3}(2\omega-\omega')\right)\\
\varrho x_3 &= \Theta_1(u)\,\Theta_1\left(u-\frac{1}{3}\omega'\right)\Theta_1\left(u+\frac{1}{3}\omega'\right)
\end{aligned}\right\} \ldots (2)$$

Tengevolge van deze substitutie moeten de parameters $u_i (i = 1 \text{ tot } 3n)$, welke bij de snijpunten der kromme met eene kromme van den graad n behooren, de volgende congruentie bevredigen †):

$$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{3n} \equiv 0 \pmod{\omega,\ \omega'} \ldots (3)$$

Voor de bestaanbare buigpunten heeft men dus $3u \equiv 0$ (mod. ω), zoodat zij door de parameters $0, \frac{1}{3}\omega, \frac{2}{3}\omega$ worden aangewezen.

Daar ik elk punt der kromme alleen met de overige punten van denzelfden tak in verband wil brengen, vergelijk ik de parameters enkel met den modulus ω, zoodat bij de tweetakkige kromme enkel de serpentine beschouwd wordt; de verkregen uitkomsten kunnen gemakkelijk tot de punten van het ovaal worden uitgebreid.

---

*) Zie BOBEK *Einleitung in die Theorie der elliptischen Funktionen* (TEUBNER, 1884), S. 249.

†) Verg. BOBEK, S. 253, waar ook de omkeering dezer eigenschap wordt aangetoond.

De parameter u' van het tangentiaalpunt van u hangt met dezen samen door de congruentie

$$2u + u' \equiv 0 \pmod{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Daar verder door

$$u' + v + w \equiv 0 \pmod{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

de collineaire ligging der punten u', v, w wordt aangewezen, is

$$2u \equiv v + w \pmod{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

de voorwaarde, welke vervuld moet zijn, wanneer de punten v en w in eene rechte liggen met het tangentiaalpunt van u.

2. Is nu

$$\begin{cases} 2u_1 \equiv u_2 + u_3 \\ 2u_2 \equiv u_3 + u_1 \end{cases}$$

derhalve

$$2u_1 + 2u_2 \equiv 2u_3 + u_1 + u_2.$$

dan heeft men ook

$$2u_3 \equiv u_1 + u_2$$

en de punten u_1, u_2, u_3 vormen eenen cyclischen driehoek.

Uit de beide eerste congruenties volgt

$$3u_3 \equiv 3u_1$$

dus

$$u_3 \equiv u_1 + \frac{1}{3}\alpha\omega \quad (\alpha \equiv 1, 2)$$

en dan uit de derde

$$u_2 \equiv u_1 + \frac{2}{3}\alpha\omega$$

Elk punt u_1 levert dus slechts eenen reëelen cyclischen driehoek; immers de verwisseling van $\alpha = 1$ met $\alpha = 2$ heeft alleen tengevolge, dat u_2 door u_3 wordt vervangen.

Voor de parameters v_1, v_2, v_3 der punten, welke door projectie van u_1, u_2, u_3 uit het buigpunt $u \equiv 0$ worden gevonden, heeft men blijkbaar ($\alpha = 2$),

$$v_1 \equiv -u_1,\ v_2 \equiv -u_1 - \frac{1}{3}\omega,\ v_3 \equiv -u_1 - \frac{2}{3}\omega;$$

de drie nieuwe punten vormen dus mede een cyclischen driehoek. Verder is

$$\begin{cases} u_1 + v_2 + \frac{1}{3}\omega \equiv 0,\ u_2 + v_3 + \frac{1}{3}\omega \equiv 0,\ u_3 + v_1 + \frac{1}{3}\omega \equiv 0 \\ u_1 + v_3 + \frac{2}{3}\omega \equiv 0,\ u_2 + v_1 + \frac{2}{3}\omega \equiv 0,\ u_3 + v_2 + \frac{2}{3}\omega \equiv 0, \end{cases}$$

d. w. z. de punten u_1, u_2, u_3 worden uit de buigpunten $\frac{1}{3}\omega$ en $\frac{2}{3}\omega$ achtereenvolgens in de punten v_2, v_3, v_1 en v_3, v_1, v_2 geprojecteerd (KÜPPER; verg. DURÈGE l. c.); de toppen der beide cyclische driehoeken vormen met de buigpunten eene bijzondere desmische configuratie 9_3 *).

3. Voldoen de parameters u_1, u_2, u_3, u_4 aan de congruenties :

$$\begin{cases} 2u_1 \equiv u_2 + u_3 \\ 2u_2 \equiv u_3 + u_4 \\ 2u_3 \equiv u_4 + u_1 \\ 2u_4 \equiv u_1 + u_2, \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

waarvan de vierde een gevolg is van de overige, omdat de som der vier congruenties eene identiteit levert, dan vormen de vier punten, 1, 2, 3, 4, waartoe die parameters behooren, eenen vierhoek, waarvan de zijden 12, 23, 34, 41 achtereenvolgens de tangentiaalpunten van 4, 1, 2, 3 dragen. Dat de vier congruenties een afhankelijk stelsel moeten

*) Zie J. DE VRIES, Over de desmische configuratie 9_3 (*Versl. en Med.* Deel. VI, bl. 175).

vormen, blijkt hieruit: de vier zijden kunnen als eene kromme van den vierden graad beschouwd worden, hetgeen eveneens geldt voor het stelsel der raaklijnen in de hoekpunten; snijden nu de rechten 23, 34 en 41 de tangentiaalpunten 1', 2' en 3' in, zoodat de beide krommen van den vierden graad elf punten der kubische kromme gemeen hebben, dan moeten zij deze in hetzelfde twaalfde punt ontmoeten, m. a. w. het tangentiaalpunt 4' ligt op de lijn 12.

Evenzoo bewijst men de algemeene eigenschap:

Bevatten $n-1$ *zijden van eenen in de kubische kromme beschreven n-hoek elk het tangentiaalpunt van den voorgaanden top, dan geldt dit ook voor de laatste zijde.*

4. Om het stelsel (7) op te lossen, stel ik

$$u_2 \equiv u_1 + t,$$

dan wordt

$$u_3 \equiv u_1 - t$$

en

$$u_4 \equiv u_1 + 3t,$$

zoodat de derde congruentie overgaat in

$$2u_1 - 2t \equiv 2u_1 + 3t.$$

Derhalve is $t \equiv \frac{1}{5}\alpha\omega$ $(\alpha = 1, 2, 3, 4)$, en heeft men voor u_2 de keus tusschen vier punten. Door substitutie vindt men:

$$\begin{cases} u_2 \equiv u_1 + \frac{1}{5}\alpha\omega \\ u_3 \equiv u_1 + \frac{4}{5}\alpha\omega \\ u_4 \equiv u_1 + \frac{3}{5}\alpha\omega \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Nu rijst de vraag naar de beteekenis van het punt $u_5 \equiv u_1 + \frac{2}{5}\alpha\omega$. Uit (8) volgt

$$u_1 + u_3 \equiv u_2 + u_4 \equiv 2\,u_1 + \frac{4}{5}\,\alpha\,\omega \equiv 2\,u_5,$$

d. w. z. het tangentiaalpunt van u_5 is het snijpunt der diagonalen van vierhoek $u_1\ u_2\ u_3\ u_4$.

Verder blijkt uit $u_2 \equiv u_1 + \frac{1}{5}\,\alpha\,\omega$, dat $5\,u_2 \equiv 5\,u_1$; stelt men $5\,u_1 + r \equiv 0$, waar r het punt aanwijst, dat de kubische kromme gemeen heeft met de kegelsnede, welke haar in u_1 vijfpuntig osculeert, dan is ook $5\,u_2 + r \equiv 0$, zoodat de vier door u_1 bepaalde punten met dit punt tot eene *osculatiegroep der tweede orde* O_2 vereenigd zijn. *)

De vijf punten der O_2 *vormen nu de volgende cyclische vierhoeken, waarvan het snijpunt der diagonalen telkens met het tangentiaalpunt van het overblijvende punt samenvalt.*

$$\left.\begin{array}{llll} u_1 & u_1 + \frac{1}{5}\omega & u_1 + \frac{4}{5}\omega & u_1 + \frac{3}{5}\omega \\ u_1 & u_1 + \frac{2}{5}\omega & u_1 + \frac{3}{5}\omega & u_1 + \frac{1}{5}\omega \\ u_1 & u_1 + \frac{3}{5}\omega & u_1 + \frac{2}{5}\omega & u_1 + \frac{4}{5}\omega \\ u_1 & u_1 + \frac{4}{5}\omega & u_1 + \frac{1}{5}\omega & u_1 + \frac{2}{5}\omega \\ u_1 + \frac{1}{5}\omega & u_1 + \frac{3}{5}\omega & u_1 + \frac{4}{5}\omega & u_1 + \frac{2}{5}\omega \end{array}\right\} \quad . . \quad (9)$$

5. Voor eenen cyclischen vijfhoek geldt:

$$\left.\begin{array}{l} 2\,u_1 \equiv u_2 + u_3 \\ 2\,u_2 \equiv u_3 + u_4 \\ 2\,u_3 \equiv u_4 + u_5 \\ 2\,u_4 \equiv u_5 + u_1 \\ 2\,u_5 \equiv u_1 + u_2 \end{array}\right\} \quad . . . . . \quad (10)$$

*) Zie J. DE VRIES, Over vlakke configuraties, welke uit de osculatiegroepen der kubische kromme kunnen gevormd worden. (*Versl. en Med.* Deel VI, bl. 236).

Wordt als boven $u_2 \equiv u_1 + t$ gesteld, dan komt

$$\begin{aligned} u_3 &\equiv u_1 - t \\ u_4 &\equiv u_1 + 3t \\ u_5 &\equiv u_1 - 5t, \end{aligned}$$

waardoor de vierde congruentie overgaat in $2u_1 + 6t \equiv 2u_1 - 5t$ of $11t \equiv 0$, dus

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + \frac{1}{11}\alpha\omega \\ u_3 &\equiv u_1 + \frac{10}{11}\alpha\omega \\ u_4 &\equiv u_1 + \frac{3}{11}\alpha\omega \\ u_5 &\equiv u_1 + \frac{6}{11}\alpha\omega \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

De elf punten u, welke men voor $\alpha = 0$ tot 10 uit $u_1 + \frac{1}{11}\alpha\omega$ verkrijgt, voldoen aan de betrekking $11u + r \equiv 0$; zij vormen derhalve eene osculatiegroep der vierde orde.

Uit (11) vindt men:

$$\left.\begin{aligned} u_1 + u_3 &\equiv 2\left(u_1 + \frac{5}{11}\alpha\omega\right) \equiv 2u_{13} \\ u_2 + u_4 &\equiv 2\left(u_1 + \frac{2}{11}\alpha\omega\right) \equiv 2u_{24} \\ u_3 + u_5 &\equiv 2\left(u_1 + \frac{8}{11}\alpha\omega\right) \equiv 2u_{35} \\ u_4 + u_1 &\equiv 2\left(u_1 + \frac{7}{11}\alpha\omega\right) \equiv 2u_{41} \\ u_5 + u_2 &\equiv 2\left(u_1 + \frac{9}{11}\alpha\omega\right) \equiv 2u_{52} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (12)$$

d. w. z. de diagonalen van een cyclischen vijfhoek snijden

de kromme in de tangentiaalpunten van een tweeden tot dezelfde O_4 behoorenden cyclischen vijfhoek.

Dat de betrekking tusschen deze beide vijfhoeken wederkeerig is, blijkt uit:

$$\left.\begin{aligned}
u_{13} + u_{35} &\equiv 2u_1 + \frac{2}{11}\alpha\omega \equiv 2u_2 \\
u_{24} + u_{41} &\equiv 2u_1 + \frac{9}{11}\alpha\omega \equiv 2u_3 \\
u_{35} + u_{52} &\equiv 2u_1 + \frac{6}{11}\alpha\omega \equiv 2u_4 \\
u_{41} + u_{13} &\equiv 2u_1 + \frac{1}{11}\alpha\omega \quad 2u_5 \\
u_{52} + u_{24} &\equiv 2u_1 + \alpha\ \omega \equiv 2u_1
\end{aligned}\right\} \ldots . \quad (13)$$

Ten slotte wordt de samenhang der beide vijfhoeken met het elfde punt der O_4, d. i. $u_0 \equiv u_1 + \frac{4}{11}\alpha\omega$, duidelijk uit:

$$\left.\begin{aligned}
u_{13} + u_4 &\equiv 2u_1 + \frac{8}{11}\alpha\omega \equiv 2u_0 \\
u_{24} + u_5 &\equiv 2u_1 + \frac{8}{11}\alpha\omega \equiv 2u_0 \\
u_{35} + u_1 &\equiv 2u_1 + \frac{8}{11}\alpha\omega \equiv 2u_0 \\
u_{41} + u_2 &\equiv 2u_1 + \frac{8}{11}\alpha\omega \equiv 2u_0 \\
u_{52} + u_3 &\equiv 2u_1 + \frac{8}{11}\alpha\omega \equiv 2u_0
\end{aligned}\right\} \ldots . \quad (14)$$

Elke osculatiegroep der vierde orde bevat dus elf paren van cyclische vijfhoeken; van elk paar liggen de beide vijfhoeken perspectief t. o. v. het tangentiaalpunt van het elfde punt der groep, terwijl de diagonalen van den eenen vijfhoek de tangentiaalpunten van den anderen insnijden.

6. Voor eenen cyclischen zeshoek levert de boven gebezigde handelwijze het stelsel:

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + \frac{1}{21}\,\alpha\,\omega \\ u_3 &\equiv u_1 + \frac{20}{21}\,\alpha\,\omega \\ u_4 &\equiv u_1 + \frac{3}{21}\,\alpha\,\omega \\ u_5 &\equiv u_1 + \frac{16}{21}\,\alpha\,\omega \\ u_6 &\equiv u_1 + \frac{11}{21}\,\alpha\,\omega \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

De 21 punten $u \equiv u_1 + \frac{1}{21}\,\alpha\,\omega$, $(\alpha = 0 \text{ tot } 20)$, vormen blijkbaar zeven cyclische driehoeken met toppen

$$u_1 + \frac{1}{21}\,\beta\,\omega,\ u_1 + \frac{1}{21}\,(\beta + 7)\,\omega,\ u_1 + \frac{1}{21}\,(\beta + 14)\,\omega \quad (\beta = 0 \text{ tot } 6)$$

Zij kunnen ook gerangschikt worden in drie gesloten groepen van zeven punten, n. l.

$$\left.\begin{aligned} &u_1 + \frac{1}{21}\,\gamma\,\omega \\ &u_1 + \frac{1}{21}\,(\gamma + 3)\,\omega \\ &u_1 + \frac{1}{21}\,(\gamma + 6)\,\omega \\ &u_1 + \frac{1}{21}\,(\gamma + 9)\,\omega \\ &u_1 + \frac{1}{21}\,(\gamma + 12)\,\omega \\ &u_1 + \frac{1}{21}\,(\gamma + 15)\,\omega \\ &u_1 + \frac{1}{21}\,(\gamma + 18)\,\omega \end{aligned}\right\} \quad (\gamma = 0,\ 1,\ 2) \quad \ldots (16)$$

De punten van elke dezer drie groepen voldoen aan de betrekking $7\,u \equiv 7\,u_1 + \frac{1}{3}\gamma\,\omega$; stelt men nu $7u + v + w \equiv 0$ en $s + v + w \equiv 0$, dan is s de parameter van het centrum der involutie, welke op de gegeven kromme wordt ingesneden door de kubische krommen, die haar in u zevenpuntig osculeeren; voor elke waarde van γ duidt (16) derhalve eene centraalgroep der derde orde, S_3, aan *).

De boven gevonden groep van 21 punten ontstaat dus als men de punten eener S_3 aanvult tot inflexietripels, (verg. de eerste noot).

7. Nu volgt uit (15)

$$\begin{cases} u_1 + u_4 \equiv 2\,(u_1 + \frac{12}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{14} \\ u_2 + u_5 \equiv 2\,(u_1 + \frac{19}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{25}. \\ u_3 + u_6 \equiv 2\,(u_1 + \frac{5}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{36} \end{cases} \quad \ldots \quad (17)$$

Daar $u_{36} \equiv u_{25} + \frac{1}{3}\,\omega \equiv u_{14} - \frac{1}{3}\,\omega$, vormen deze drie punten een inflexietripel, en geldt dit ook voor hunne tangentiaalpunten, welke door de hoofddiagonalen van den cyclischen zeshoek worden bepaald. Is evenwel $\alpha = 3\,\beta$, dan vereenigen zich de punten u_{14}, u_{25}, u_{36}, wegens de betrekkingen $u_{14} \equiv u_1 + \frac{5}{7}\,\beta\,\omega \equiv u_{25} \equiv u_{36}$, tot één punt u_0, en snijden de hoofddiagonalen elkander in het tangentiaalpunt van u_0. Het punt u_0 behoort dan met de hoekpunten van den zeshoek tot de door u_1 aangewezen centraalgroep.

Er zijn derhalve twee soorten van cyclische zeshoeken: de 3×7 zeshoeken met concurrente hoofddiagonalen, welke uit de puntengroep $u \equiv u_1 + \frac{1}{21}\,\alpha\,\omega$ ($\alpha = 0,\ 1$ tot 20) kunnen gevormd worden, noem ik *zeshoeken der eerste soort.*

*) Zie het laatst aangehaalde opstel, bl. 238.

8. Uit (15) volgt verder:

$$\left.\begin{aligned}
u_1 + u_3 &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{10}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{13}\\
u_2 + u_4 &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{2}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{24}\\
u_3 + u_5 &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{18}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{35}\\
u_4 + u_6 &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{7}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{46}\\
u_5 + u_1 &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{8}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{51}\\
u_6 + u_2 &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{6}{21}\,\alpha\,\omega) \equiv 2\,u_{62}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots . \quad (18)$$

De zes diagonalen $\overline{u_i\ u_{i+2}}$ snijden derhalve de kromme in de tangentiaalpunten van de punten $u_{i,\,i+2}$, die blijkbaar tot dezelfde groep behooren en weer een cyclischen zeshoek vormen. Voor dezen nieuwen zeshoek is nu:

$$\left.\begin{aligned}
u_{13} + u_{35} &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{14}{21}\,\alpha\,\omega)\\
u_{24} + u_{46} &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{15}{21}\,\alpha\,\omega)\\
u_{35} + u_{51} &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{13}{21}\,\alpha\,\omega)\\
u_{46} + u_{62} &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{17}{21}\,\alpha\,\omega)\\
u_{51} + u_{13} &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{9}{21}\,\alpha\,\omega)\\
u_{62} + u_{24} &\equiv 2\,(u_1 + \tfrac{4}{21}\,\alpha\,\omega)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots . \quad (19)$$

Past men op den nu gevonden cyclischen zeshoek dezelfde

handelwijze toe, dan komt weêr de oorspronkelijke zeshoek van (15) te voorschijn, en wel in de volgorde $u_4\, u_5\, u_6\, u_1\, u_2\, u_3$.

Voor $\alpha = 3\beta$ gaat (18) over in:

$$\left.\begin{aligned} u_{13} &\equiv u_1 + \frac{3}{7}\beta\omega \equiv u_4 \\ u_{24} &\equiv u_1 + \frac{2}{7}\beta\omega \equiv u_5 \\ u_{35} &\equiv u_1 + \frac{4}{7}\beta\omega \equiv u_6 \\ u_{46} &\equiv u_1 + \beta\omega \equiv u_1 \\ u_{51} &\equiv u_1 + \frac{1}{7}\beta\omega \equiv u_2 \\ u_{62} &\equiv u_1 + \frac{6}{7}\beta\omega \equiv u_3 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (20)$$

d. w. z. de afgeleide zeshoek is met den oorspronkelijken identiek; dit geeft een nieuw middel om de beide soorten van zeshoeken te onderscheiden, daar immers de zeshoeken der tweede soort tot drietallen kunnen vereenigd worden, zoodat de drie figuren op cyclische wijze van elkander afhangen.

Voor $\alpha = 3\beta \pm 1$ wordt $u_2 \equiv u_1 + \frac{1}{7}\beta\omega \pm \frac{1}{21}\omega$ en $u_3 \equiv u_1 + \frac{6}{7}\beta\omega \mp \frac{1}{21}\omega$, zoodat drie opvolgende hoekpunten tot verschillende S_3 behooren; wegens $u_4 \equiv u_1 + \frac{1}{7}\alpha\omega$, $u_5 \equiv u_2 + \frac{5}{7}\alpha\omega$ en $u_6 \equiv u_3 + \frac{4}{7}\alpha\omega$ zijn overstaande hoekpunten steeds in dezelfde S_3 begrepen.

Van de 20 verschillende punten, welke als u_2 aan het willekeurig gekozen punt u_1 kunnen toegevoegd worden, bepalen er twee ($\alpha = 7$ en $\alpha = 14$) met u_1 een cyclischen driehoek, zes andere ($\alpha = 3\beta$, $\beta = 1$ tot 6) elk een zes-

hoek der eerste soort, de twaalf overige elk een zeshoek der tweede soort. Samenvattende heeft men dus:

9. *Uit de puntengroep, welke ontstaat, als men de punten eener centraalgroep der derde orde tot inflexietripels aanvult, kunnen* 21 *cyclische zeshoeken der eerste soort en* 42 *cyclische zeshoeken der tweede soort gevormd worden.*

Van een zeshoek der eerste soort behooren de toppen tot dezelfde centraalgroep en komen de hoofddiagonalen samen in het tangentiaalpunt van het zevende punt dier groep, terwijl de overige diagonalen de tangentiaalpunten der toppen insnijden.

Van een zeshoek der tweede soort behooren de drie overstaande puntenparen tot drie verschillende centraalgroepen en snijden de hoofddiagonalen de toppen van een cyclischen driehoek in. Elke zeshoek der tweede soort vormt met twee zeshoeken derzelfde soort eene gesloten groep, waarin de tangentiaalpunten der toppen van elken zeshoek op de nevendiagonalen van een tweeden liggen, terwijl zijne nevendiagonalen de tangentiaalpunten der toppen van den derden zeshoek dragen.

10. Uit de congruentie $2\,u_1 \equiv u_2 + u_3$ volgt

$$u_3 - u_2 \equiv (-2)\,(u_2 - u_1).$$

Wordt als boven $u_2 - u_1 \equiv t$ gesteld, dan levert het stelsel van congruenties, dat de voorwaarden bevat voor een *cyclischen n-hoek*, achtereenvolgens

$$\left.\begin{array}{llll} u_3 & -u_2 & \equiv (-2) & t \\ u_4 & -u_3 & \equiv (-2)^2 & t \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \\ u_{p-1} & -u_{p-2} & \equiv (-2)^{p-3} & t \\ u_p & -u_{p-1} & \equiv (-2)^{p-2} & t \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (21)$$

Door optelling volgt hieruit

$$u_p - u_2 \equiv \frac{2}{3}\left[(-2)^{p-2} - 1\right] t,$$

dus

$$u_p \equiv u_1 + \frac{1}{3}\left[1 - (-2)^{p-1}\right] t. \ldots\ldots (22)$$

Met het oog op deze congruentie vindt men nu uit

$$2\,u_{n-1} \equiv u_n + u_1$$

voor t de voorwaarde:

$$2\,u_1 + \frac{1}{3}(2-2\,(-2)^{n-2})\,t \equiv 2\,u_1 + \frac{1}{3}(1-(-2)^{n-1})\,t,$$

of, na eenvoudige herleiding,

$$\frac{1}{3}(2^n-(-1)^n)\,t \equiv 0 \pmod{\omega} \quad \ldots\ldots (23)$$

Wordt ter bekorting gesteld

$$\frac{1}{3}(2^n-(-1)^n) = \varrho\,(n), \quad \ldots\ldots\ldots (24)$$

dan heeft men voor den cyclischen n-hoek

$$\left.\begin{array}{l} u_2 \equiv u_1 + \alpha\,\omega : \varrho\,(n) \\ u_3 \equiv u_1 - \alpha\,\omega : \varrho\,(n) \\ u_4 \equiv u_1 + 3\,\alpha\,\omega : \varrho\,(n) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ u_i \equiv u_1 + (-1)^i\,\varrho\,(i-1)\,\alpha\,\omega : \varrho\,(n) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ u_n \equiv u_1 + (-1)^n\,\varrho\,(n-1)\,\alpha\,\omega : \varrho\,(n) \end{array}\right\} \quad \ldots (25)$$

De $\varrho\,(n)$ verschillende punten, die voor $\alpha = 0$ tot $\varrho\,(n)-1$ door (23) bepaald zijn, vat ik samen door de benaming *cyclische groep*.

11. Krachtens de betrekking

$$2\,u_i \equiv u_{i+1} + u_{i+2}$$

is, wanneer ter bekorting gesteld wordt

$$\alpha\,\omega : \varrho\,(n) = v,$$

$$2u_1+(-1)^i.2v\varrho(i-1)\equiv 2u_1+(-1)^{i+1}v\varrho(i)+(-1)^{i+2}v\varrho(i+1),$$

derhalve:

$$2\,\varrho\,(i-1) = \varrho(i+1) - \varrho\,(i) \ldots\ldots (26)$$

hetgeen ten overvloede door rechtstreeksche substitutie bevestigd wordt.

In het algemeen snijdt elke diagonaal van een cyclischen n-hoek de kromme in het tangentiaalpunt van een tot dezelfde cyclische groep behoorend punt. Immers:

$$u_i + u_{i+k} \equiv 2u_1 + (-1)^i v\{\varrho(i-1) + (-1)^k \varrho(i+k-1)\} \ldots (27)$$

derhalve, wederom met behulp van de notatie $u_i + u_{i+k} \equiv 2u_{i,\,i+k}$

$$2\,u_{i,\,i+k} \equiv 2\,u_1 \pm 2\,\beta\,\omega : \varrho\,(n)$$

waar

$$0 < \beta < \varrho\,(n).$$

Deze regel gaat alleen dan niet door, wanneer het punt $u_{i,\,i+k}$ met zijn tangentiaalpunt samenvalt; in dat geval is $u_i + u_{i+k} + u_{i,\,i+k} \equiv 0$, waaruit gereedelijk volgt, dat u_1 congruent is met een veelvoud van een deel der periode ω, dus tot een plethorisch punt behoort; de cyclische veelhoek gaat dan over in een tangentiaalveelhoek *).

12. De punten $u_{i,\,i+k}$, welke voor eene bepaalde waarde van k uit den cyclischen n-hoek der punten u_i worden afgeleid, vormen weder een dergelijken veelhoek. Uit

$$2\,u_{i,\,i+k} \equiv 2\,u_1 + (-1)^i v\{\varrho\,(i-1) + (-1)^k \varrho\,(i+k-1)\} \ldots (28)$$

volgt toch:

$$2\,u_{i,\,i+k} + 2\,u_{i+1,\,i+k+1} \equiv 4\,u_1 + (-1)^{i+1} v\{[\varrho(i) - \varrho(i-1)] + (-1)^k\,[\varrho\,(i+k)\,\varrho\,(i+k-1)]\}$$

---

*) Verg. het laatst aangehaalde opstel, en A. SCHOENFLIES „Ueber regelmässige Configurationen n_3 auf den Curven dritter Ordnung" (*Göttinger Nachrichten* 1889, N°. 12), waar verdere litteratuur over dit onderwerp genoemd wordt.

of, met het oog op (26),

$$\equiv 4\,u_1 + 2(-1)^{i+1}\,v\{\varrho\,(i-2) + (-1)^k\,\varrho\,(i+k-2)\},$$

dus volgens (28),

$$u_{i,\,i+k} + u_{i+1,\,i+k+1} \equiv 2\,u_{i-1,\,i+k-1}.$$

Hierbij valt op te merken, dat de nieuwe veelhoek een aantal zijden kan bezitten, dat een deeler van n is, terwijl voor even waarden van n de mogelijkheid bestaat, dat alle hoofddiagonalen door één punt der kromme gaan.

13. Is n het produkt van twee priemgetallen p en q, dan moet de cyclische groep $u_1 + \alpha\,\omega : \varrho\,(n)$ ook de toppen van cyclische p-hoeken en van cyclische q-hoeken bevatten; m. a. w. $\varrho\,(n)$ moet deelbaar zijn door de getallen $\varrho\,(p)$ en $\varrho\,(q)$, die beide om dezelfde reden priemgetallen moeten wezen. Zoo is b.v.

$$\varrho\,(15) = 10923 = 3 \times 11 \times 331 = 331\,\varrho\,(3)\,\varrho\,(5).$$

Voor

$$\alpha = \beta\,\varrho\,(n) : \varrho\,(p)$$

wordt nu

$$u_2 \equiv u_1 + \beta\,\omega : \varrho\,(p),$$

derhalve, zie (25),

$$u_{p+1} \equiv u_1 + (-1)^{p+1}\,\beta\,\omega,$$

d. w. z. de punten u_1 tot u_p vormen eenen cyclischen p-hoek.

Is verder $\alpha = \beta\,\varrho\,(p)\,\varrho\,(q)$ en $\varrho\,(n) = \varrho\,(p)\,\varrho\,(q)\,r$, dan wordt $u_2 \equiv u_1 + \beta\,\omega : r$ en de door u_2 aangewezen n-hoek behoort tot eene gesloten groep van r punten, overeenkomstig de congruentie $r\,u \equiv r\,u_1$.

Voor $r = 3\,s-1$ is er een punt met parameter v, zoodat $(3\,s-1)\,u + v \equiv 0$; de bedoelde groep is dan eene osculatiegroep der orde s.

Voor $r = 3\,s-2$ en $(3\,s-2)\,u + x + y \equiv 0$ bepalen de krommen van den graad s, welke in u de gegeven kromme $(3\,s-2)$-puntig osculeeren, eene centrale involutie

met puntenparen x, y; is t de parameter van het centrum der involutie, dus $x + y + t \equiv 0$, dan hebben de punten der bedoelde groep, blijkens $(3s - 2)\ u \equiv t$, het punt t gemeen, en vormen eene centraalgroep der orde s. *)

Uit het voorafgaande volgt, dat r grooter moet zijn dan n; dit geldt ook voor het produkt $\varrho\ (p)\ \varrho\ (q)$; immers, stelt men $\alpha = \beta r$, zoodat $u_2 \equiv u_1 + \beta\omega : \varrho\ (p)\ \varrho\ (q)$, dan moet u_2 een eigenlijken n-hoek leveren, hetgeen alleen mogelijk is, als $\varrho\ (i)$ minstens $n - 1$ verschillende waarden kan verkrijgen, welke naar den modulus $\varrho\ (p)\ \varrho\ (q)$ incongruent zijn.

De cyclische groep zal derhalve, daar r steeds van 1 verschilt, drie soorten van cyclische n-hoeken bevatten, n. l. n-hoeken, waarvan de toppen tot eene r-puntige groep behooren, n-hoeken met toppen uit eene groep van $\varrho\,(p)\,\varrho\,(q)$ punten, welke in de cyclische groep bepaald wordt door elk punt van eene met een p-hoek overeenkomende groep aan te vullen tot eene bij een q-hoek behoorende groep (of omgekeerd) — en eindelijk n-hoeken, welke niet geheel en al zijn opgesloten in eene dier groepen.

14. Van belang is het geval, waarin $\varrho\ (n)$ de tweede macht bevat van $\varrho\ (p)$, en p een enkelvoudige faktor is van n. Stelt men $\varrho\,(n) = c\,\varrho^2\,(p)$, en $\alpha = \beta\,c$, dan wordt $u_2 \equiv u_1 + \beta\,\omega : \varrho^2\ (p)$, en het punt u_2 bepaalt een n-hoek, waarvan de toppen behooren tot eene groep van $\varrho^2\ (p)$ punten, welke uit $\varrho\ (p)$ cyclische groepen is samengesteld; dit wordt duidelijk, als men β door $\gamma\,\varrho\,(p) + \delta$ vervangt waardoor $u_2 \equiv u_1 + \gamma\,\omega : \varrho\,(p) + \delta\,\omega : \varrho^2\ (p)$ met $\gamma = 1$ tot $\varrho\ (p)$ en evenzeer $\delta = 1$ tot $\varrho\ (p)$. Voor eene bepaalde waarde van δ verkrijgt men dan, door de verschillende waarden van γ, eene cyclische groep behoorende bij den p-hoek.

Om aan te toonen, dat het genoemde geval werkelijk voorkomt, lasch ik hier het bewijs in voor eene algemeene eigenschap der getallenleer.

---

*) Wat hier omtrent de groep van r punten gezegd werd, geldt natuurlijk ook voor de groepen van $\rho\ (p)$ en $\rho\ (q)$ punten.

Is p een priemgetal > 2, dan heeft men

$$a^p + b^p = (a+b)^p - pab(a^{p-2} + b^{p-2}) - p\frac{p-1}{2}a^2b^2(a^{p-4} + b^{p-4})$$

$$\ldots - \binom{p}{\frac{1}{2}(p-1)} a^{\frac{p-1}{2}} b^{\frac{p-1}{2}} (a+b),$$

of daar alle binomiaalcoefficienten door p deelbaar zijn,

$$a^p + b^p = (a+b)^p - p\,z\,(a+b). \ldots . \quad (29)$$

Wanneer nu $a + b$ door p deelbaar is, dan kan $a^p + b^p$ blijkbaar gedeeld worden door p^2. Meer algemeen:

Is $a + b$ een veelvoud van p^k, dan heeft $a^p + b^p$ den deeler p^{k+1}.

Wegens $2^5 + 1 = 3 \times 11$ zal dus $(2^5)^{11} + 1$ door 11^2 kunnen gedeeld worden; wegens $\varrho\,(55) = \frac{1}{3}(2^{55} + 1)$ zijn er derhalve cyclische 55-hoeken, waarvan de toppen behooren tot eene uit elf O_4 gevormde groep.

Zoo volgt verder uit $2^2 + 1 = 5$, dat $(2^2)^5 + 1$, dus ook $\varrho\,(20) = \frac{1}{3}(2^{20} - 1)$ een deeler 25 bezit.

Ten slotte is $2^3 + 1 = 3^2$, bijgevolg kan

$$\varrho\,(3^k) = \frac{1}{3}\left\{ (2^3)^{3^{k-1}} + 1 \right\}$$

gedeeld worden door 3^k.

Er zijn dus, in het bijzonder, cyclische negenhoeken, waarvan de toppen uit drie inflexietripels bestaan. Dit blijkt ook gemakkelijk uit $u_2 \equiv u_1 + \frac{1}{9}\,\alpha\,\omega$; men vindt n. l. $u_1 + u_4 \equiv 2\,u_7$, $u_4 + u_7 \equiv 2\,u_1$, $u_7 + u_1 \equiv 2\,u_4$.

Bij uitbreiding volgt uit het bovenstaande nog:

Wanneer $a + b$ een veelvoud is van p^k, dan bevat

$$a^{p^l} + b^{p^l}$$

$(k + l)$ faktoren p.

15. De lijn, welke de punten u_{i+1} en u_{i+m+1} van een cyclischen $2m$-hoek vereenigt, ontmoet de kromme in een punt w, waarvoor

$$w \equiv -2u_1 + \frac{(-1)^i}{3}(2^i - (-1)^i)v + \frac{(-1)^{i+m}}{3}(2^{i+m} - (-1)^{i+m})v,$$

$(v = \alpha\omega : \varrho(n))$, of na eene eenvoudige herleiding,

$$w \equiv -2u_1 - \frac{2}{3}\alpha\omega : \varrho(2m) + \frac{1}{3}(-1)^{i+m}\, 2^i (2^m + (-1)^m)\alpha\omega : \varrho(2m). \quad (30)$$

Daar $\varrho(2m) = (2^m + (-1)^m)\varrho(m)$, zal men voor α slechts een veelvoud van $\varrho(m)$ behoeven te nemen, om het rechter lid der congruentie onafhankelijk te maken van de waarde van i, d. w. z. *in elke cyclische groep voor een $2m$-hoek komen veelhoeken voor, waarvan de hoofddiagonalen elkander in een punt der kromme snijden.*

Convergeeren de hoofddiagonalen van een $2m$-hoek niet naar één punt, dan snijden zij de toppen van een cyclischen m-hoek uit, wanneer m ondeelbaar is, of in het tegengestelde geval α onderling ondeelbaar is met $\varrho(m)$; is bijvoorbeeld m een veelvoud van q, dus $\varrho(m)$ een veelvoud van $\varrho(q)$, dan kan men voor α steeds zoodanige waarden kiezen, dat de hoofddiagonalen een cyclischen q-hoek bepalen.

16. *Elk punt der kromme behoort als hoekpunt tot*

$$\varphi\left(\frac{1}{3}(2^n - (-1)^n)\right) \text{ *)}$$

verschillende cyclische n-hoeken, en vormt met hunne toppen eene involutorische groep, die òf eene osculatiegroep, òf eene centraalgroep is, òf uit zoodanige groepen is samengesteld.

Er zijn evenveel soorten van cyclische n-hoeken als het getal $\frac{1}{3}(2^n - (-1)^n)$ *verschillende faktoren bezit.*

---

*) φ is de EULER'sche functie, d. w. z. het aantal getallen kleiner dan en ondeelbaar met het argument. SYLVESTER noemt haar het *totient*.

Voor veelhoeken met een even aantal zijden worden die soorten het gemakkelijkst onderscheiden door den aard der figuren, welke de hoofddiagonalen op de kromme bepalen.

17. De punten eenèr in de kubische kromme beschreven regelmatige configuratie $(3\,n)_3$ met de lijnen $a_i\ b_i\ c_{i+1}$, $b_i\ c_i\ a_{i+1}$ en $c_i\ a_i\ b_{i+1}$ vormen steeds drie cyclische n-hoeken, die in het bijzonder ook tangentiaal-n-hoeken kunnen wezen. Immers uit

$$\left\{\begin{array}{ccc} a_i & b_i & c_{i+1} \\ a_i & c_i & b_{i+1} \\ \alpha_i & a_{i+1} & a_{i+2} \end{array}\right\}$$

(waar elke regel en elke kolom de punten van eene lijn bevat), blijkt, dat het tangentiaalpunt α_i van a_i gelegen is op de lijn $\overline{a_{i+1}\ a_{i+2}}$.

Eene cf. der genoemde soort zal dus geconstrueerd kunnen worden door de toppen van een cyclischen n-hoek te verbinden met de toppen van een tweeden cyclischen n-hoek, en uit de n^2 snijpunten dier lijnen met de kromme n punten te kiezen, welke een derden cyclischen n-hoek bepalen. Immers, zijn u, v, w de parameters van drie collineaire punten der kromme, dan moeten voor elk drietal collineaire toppen de getallen α, β, γ voldoen aan de congruentie

$$(u + \alpha\,\omega : \varrho(n)) + (v + \beta\,\omega : \varrho(n)) + (w + \gamma\,\omega : \varrho(n)) \equiv 0 \;..\; (31)$$

---

§ 2.

18. Het ligt voor de hand, te vragen naar veelhoeken, die zoodanig op de kromme rusten, dat het tangentiaalpunt van het hoekpunt u_i gelegen is op de zijde $\overline{u_{i+2}\ u_{i+3}}$. Vierhoeken van zoodanige samenstelling verschillen natuurlijk niet van de cyclische vierhoeken der vorige §.

Voor een *cyclischen vijfhoek der tweede orde*, (zooals ik dezen ter onderscheiding van de tot dusver behandelde cyclische vijfhoeken zal noemen), geldt het stelsel congruenties:

$$\left.\begin{aligned} 2\,u_1 &\equiv u_3 + u_4 \\ 2\,u_2 &\equiv u_4 + u_5 \\ 2\,u_3 &\equiv u_5 + u_1 \\ 2\,u_4 &\equiv u_1 + u_2 \\ 2\,u_5 &\equiv u_2 + u_3 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

waarvan weer elke congruentie een gevolg is van de overige vier, in overstemming met den in N°. 3 gegeven algemeenen regel.

Hieruit volgt gemakkelijk:

$$u_2 \equiv u_1 + \frac{1}{5}\,\alpha\,\omega,$$

zoodat eene osculatiegroep der tweede orde op vier verschillende wijzen ($\alpha = 1$ tot 4) aanleiding geeft tot de vorming van een cyclischen vijfhoek der tweede orde. Daar evenwel de zijde $u_3\,u_4$ over den top u_1 staat, zullen deze vier rangschikkingen der vijf punten paarsgewijze denzelfden veelhoek opleveren. Dit blijkt ook uit het volgende schema, waar de punten u_i telkens vervangen zijn door den faktor van $\frac{1}{5}\,\omega$.

$$\left.\begin{array}{ccccc} 0, & 1, & 2, & 3, & 4 \\ 0, & 2, & 4, & 1, & 3 \\ 0, & 3, & 1, & 4, & 2 \\ 0, & 4, & 3, & 2, & 1 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (33)$$

19. Het stelsel

$$\left.\begin{aligned} 2\,u_1 &\equiv u_3 + u_4 \\ 2\,u_2 &\equiv u_4 + u_5 \\ 2\,u_3 &\equiv u_5 + u_6 \\ &\ldots\ldots\ldots \\ 2\,u_{n-1} &\equiv u_1 + u_2 \\ 2\,u_n &\equiv u_2 + u_3 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (34)$$

bevat de voorwaarden voor een *cyclischen n-hoek der tweede orde.*

Uit de eerste dezer congruenties volgt

$$u_4 - u_1 \equiv -(u_3 - u_1),$$

uit de tweede

$$u_5 - u_1 \equiv 2\,(u_2 - u_1) - (u_4 - u_1).$$

Wordt nu ter bekorting

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + t \\ u_3 &\equiv u_1 + v \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

gesteld, dan is

$$\left.\begin{aligned} u_4 &\equiv u_1 - v \\ u_5 &\equiv u_1 + 2\,t + v \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Door het dubbel van de tweede congruentie van (34) af te trekken van het dubbel der eerste, en bij de uitkomst te voegen de derde congruentie van dat stelsel, vindt men

$$u_6 + 4\,u_2 \equiv u_5 + 4\,u_1.$$

Derhalve is algemeen

$$u_{4+k} + 4\,u_k \equiv u_{4+l} + 4\,u_l \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

dus

$$u_{4+k} - u_{4+l} \equiv (-4)\,(u_k - u_l)$$

en

$$u_{4p+k} - u_{4p+l} \equiv (-4)^p\,(u_k - u_l).$$

Wordt nu l door 1, k achtereenvolgens door 2, 3, 4, 5 vervangen, dan volgt hieruit, met het oog op de boven ingevoerde bekortingen,

$$\left.\begin{aligned} u_{4p+2} &\equiv u_{4p+1} + (-4)^p\,t \\ u_{4p+3} &\equiv u_{4p+1} + (-4)^p\,v \\ u_{4p+4} &\equiv u_{4p+1} - (-4)^p\,v \\ u_{4p+5} &\equiv u_{4p+1} + (-4)^p\,(2\,t + v) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

De laatste congruentie levert blijkbaar

$$u_{4p+1} \equiv u_1 - \frac{1}{5}[(-4)^p - 1](2t + v).$$

Met behulp van de notatie

$$\sigma(p) = \frac{1}{5}[4^p - (-1)^p] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

heeft men dus

$$u_{4p+1} \equiv u_1 - (-1)^p \sigma(p)(2t + v). \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

20. Voor den cyclischen $4p$-hoek der tweede orde is $u_{4p+1} \equiv u_1$, dus volgens (40)

$$\sigma(p)(2t + v) \equiv 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Tevens is dan $u_{4p+2} \equiv u_2$, dus, met het oog op (38) en (35),

$$(-4)^p t \equiv t \pmod{\omega},$$

waaruit

$$t \equiv \alpha\omega : 5\sigma(p). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Nu levert (41)

$$2t + v \equiv \beta\omega : \sigma(p),$$

derhalve is

$$v \equiv (5\beta - 2\alpha)\omega : 5\sigma(p) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Voor een cyclischen $4p$-hoek der tweede orde heeft men dus:

$$\left.\begin{array}{l}
u_2 \equiv u_1 + \alpha\omega : 5\sigma(p) \\
u_3 \equiv u_1 + (5\beta - 2\alpha)\omega : 5\sigma(p) \\
u_4 \equiv u_1 - (5\beta - 2\alpha)\omega : 5\sigma(p) \\
u_5 \equiv u_1 + \beta\omega : \sigma(p) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
u_{4k+1} \equiv u_1 - (-1)^k \sigma(k)\beta\omega : \sigma(p) \\
u_{4k+2} \equiv u_1 + [(-4)^k\alpha - 5(-1)^k\sigma(k)\beta]\omega : 5\sigma(p) \\
u_{4k+3} \equiv u_1 + [(-4)^k(5\beta - 2\alpha) - 5(-1)^k\sigma(k)\beta]\omega : 5\sigma(p) \\
u_{4k+4} \equiv u_1 - [(-4)^k(5\beta - 2\alpha) + 5(-1)^k\sigma(k)\beta]\omega : 5\sigma(p) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (44)$$

21. Voor een cyclischen $(4p+1)$-hoek is $u_{4p+2} \equiv u_1$ en $u_{4p+3} \equiv u_3$, dus volgens (38) en (40),

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{5}((-4)^p - 1)(2t + v) + (-4)^p t &\equiv 0\,; \\ -\frac{1}{5}((-4)^p - 1)(2t + v) + (-4)^p v &\equiv t. \end{aligned}\right\} \quad . \quad (45)$$

Worden deze beide congruenties achtereenvolgens vermenigvuldigd met de onderling ondeelbare getallen $\frac{1}{5}(4^{p+1} - (-1)^{p+1})$ en $\frac{1}{5}(4^p - (-1)^p)$, dan verdwijnt door aftrekking v en men vindt:

$$\frac{1}{5}(2^{4p+1} + (-1)^p \,.\, 2^{2p+1} + 1)\, t \equiv 0 \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

De cyclische groep bestaat dus uit

$$\tau(p) = \frac{1}{5}(2^{4p+1} + (-1)^p \,.\, 2^{2p+1} + 1)$$

punten, terwijl

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + \alpha\omega : \tau(p) \\ u_3 &\equiv u_1 + (4^p + (-1)^p)\,\alpha\omega : \tau(p) + \beta\omega : 4^p. \end{aligned}\right\} \quad . \quad (47)$$

De argumenten der overige hoekpunten worden hieruit gemakkelijk gevonden.

22. De voorwaarden $u_{4p+3} \equiv u_1$ en $u_{4p+4} - u_{4p+3} \equiv t$, welke voor een cyclischen $(4p + 2)$-hoek moeten vervuld worden, geven:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{5}(4^p - (-1)^p)(2t + v) + 4^p v &\equiv 0 \\ -2(-4)^p v &\equiv t \end{aligned}\right\} \quad . \quad (4$$

waaruit gemakkelijk volgt:

$$\frac{1}{5}(4^{2p+1} + 1)\, v \equiv 0\,,$$

dus

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + (-1)^{p+1}\, 2^{2p+1}\, \alpha\, \omega : \frac{1}{5}\,(4^{2p+1}+1) \\ u_3 &\equiv u_1 + \alpha\, \omega : \frac{1}{5}\,(4^{2p+1}+1) \end{aligned}\right\} \ldots (49)$$

De cyclische groep van den $(4p+2)$-hoek wordt derhalve door $\frac{1}{5}(4^{2p+1}+1)$ punten gevormd.

23. Voor den cyclischen $(4p+3)$-hoek is ten slotte

$$u_{4p+4} \equiv u_1 \quad \text{en} \quad u_{4p+5} - u_{4p+4} \equiv u_2 - u_1$$

dus:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{5}\,((-4)^p - 1)\,(2t+v) + (-4)^p\, v \equiv 0 \\ &(-4)^p\,(2t+2v) \equiv t \end{aligned}\right\} \ldots (50)$$

Worden deze beide congruenties achtereenvolgens vermenigvuldigd met $2(-4)^p$ en $\frac{1}{5}(6(-4)^p - 1)$, dan levert eene aftrekking

$$\frac{1}{5}(2^{4p+3} + (-4)^{p+1} + 1)\, t \equiv 0$$

waardoor:

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + \alpha\, \omega : \frac{1}{5}\,(2^{4p+3} + (-4)^{p+1} + 1) \\ u_3 &\equiv u_1 - (2^{2p+1} + (-1)^{p+1})\, \alpha\, \omega : \\ &\quad \frac{1}{5}\,(2^{4p+3} + (-4)^{p+1} + 1)\, 2^{2p+1} + \beta\, \omega : 2^{2p+1} \end{aligned}\right\} \ldots (51)$$

Merkwaardig is het, dat de cyclische $(4p+2)$-hoek der tweede orde na de keuze van een hoekpunt, evenals de veelhoeken der eerste orde, slechts van *een* parameter α afhangt, terwijl voor de bepaling der overige veelhoeken van de tweede orde nog over den faktor β naar willekeur kan beschikt worden.

24. Voor de cyclische veelhoeken der tweede orde gelden, ten opzichte van hunne verdeeling in soorten, de opmerkingen, welke bij de veelhoeken der eerste orde zijn gemaakt.

Heeft de veelhoek b. v. een aantal zijden gelijk aan een deelbaar getal, dan bevat zijn cyclische groep de cyclische groepen overeenkomende met de deelers van dat getal. Het aantal punten der groep van den twaalfhoek is b. v.

$$\sigma(3) = 4^3 - (-1)^3 = 65 = 5 \times 13;$$

zij bestaat dus uit 5 cyclische groepen voor den zeshoek, maar tevens uit 13 groepen voor den vierhoek; de deeler 3 blijft buiten aanmerking, daar er geen cyclische driehoeken der tweede orde mogelijk zijn.

De boven gevonden functies voor het aantal punten der cyclische groepen kunnen allen worden uitgedrukt in de functie σ. Men heeft dan den regel:

25. *Voor de cyclische veelhoeken der tweede orde wordt het aantal punten, waaruit de cyclische groep bestaat, voorgesteld door*

$5\,\sigma\,(p) = 4^p - (-1)^p$	*voor den* $4p$*-hoek,*
$2\,\sigma(2p) + (-1)^p \,.\, 2\,\sigma\,(p) + 1$	*voor den* $(4p+1)$*-hoek,*
$4\,\sigma(2p) + 1$	*voor den* $(4p+2)$*-hoek,*
$2\,\sigma(2p+1) + (-1)^{p+1} .\, \sigma\,(p+1)$	*voor den* $(4p+3)$*-hoek.*

---

§ 3.

26. De samengesteldheid der voor cyclische veelhoeken der tweede orde verkregen uitkomsten voorspelt weinig goeds voor het onderzoek naar cyclische veelhoeken der orde i; voor $i = 3$ ben ik reeds niet meer geslaagd in het vinden van algemeene uitdrukkingen voor het aantal punten der cyclische groep. Daarentegen kan het geval, waar elke top van een veelhoek met een oneven aantal zijden zijn tangentiaalpunt op de overstaande zijde heeft, en het geval, dat

dit punt bij een even aantal zijden op eene door het overstaande hoekpunt begrensde zijde ligt, volkomen algemeen behandeld worden; ik zal deze veelhoeken aanduiden als *cyclische tegenveelhoeken.*

27. Wanneer van een $(2n+1)$-hoek de zijde $u_i\ u_{i+1}$ het tangentiaalpunt van u_{i-n} draagt, is er voldaan aan het stelsel:

$$\left.\begin{array}{ll} 2u_1 & \equiv u_{n+1} + u_{n+2} \\ 2u_2 & \equiv u_{n+2} + u_{n+3} \\ \cdots & \cdots\cdots \\ 2u_k & \equiv u_{n+k} + u_{n+k+1} \\ \cdots & \cdots\cdots \\ 2u_{2n+1} & \equiv u_n + u_{n+1} \end{array}\right\} \cdots\cdots, \cdots\cdots (52)$$

Wordt nu $u_{n+1} \equiv u_1 + t$ gesteld, dan levert de eerste congruentie

$$u_{n+2} \equiv u_1 - t,$$

de $(n+2)^{de}$ congruentie

$$u_2 \equiv 2\,u_{n+2} - u_1 \equiv u_1 - 2\,t,$$

de 2de congruentie

$$u_{n+3} \equiv 2\,u_2 - u_{n+2} \equiv u_1 - 3\,t,$$

de $(n+3)^{de}$

$$u_3 \equiv 2\,u_{n+3} - u_2 \equiv u_1 - 4\,t.$$

Dus algemeen voor $k \leq n$

$$\left.\begin{array}{ll} u_{n+k} & \equiv u_1 - (2k-3)\,t \\ u_k & \equiv u_1 - (2k-2)\,t \end{array}\right\}.$$

Derhalve vindt men

$$u_{2n} \equiv u_1 - (2n-3)\,t \text{ en } u_n \equiv u_1 - (2n-2)\,t.$$

Uit de laatste congruentie van (52) volgt dan

$$2\,u_{2n+1} \equiv 2\,u_1 - (2n-3)\,t$$

en uit de n^{de}

$$u_{2n+1} \equiv u_1 - (2n-1)\,t;$$

derhalve

$$2\,u_1 - (2n-3)\,t \equiv 2\,u_1 - (4n-2)\,t,$$

d. i.

$$(2n+1)\,t \equiv 0 \pmod{\omega}$$

en

$$t \equiv \alpha\,\omega : (2n+1),$$

dus algemeen

$$u_k \equiv u_1 - (2k-2)\,\alpha\,\omega : (2n+1). \quad \ldots \quad (53)$$

Nu is

$$u_{2n+1} \equiv u_1 - 4n\,\alpha\,\omega : (2n+1) \equiv u_1 + 2\,\alpha\,\omega : (2n+1).$$

Men vindt denzelfden veelhoek, in tegengestelde richting doorloopen, door den faktor β, waarvoor

$$u_1 + 2\,\alpha\,\omega : (2n+1) \equiv u_1 + \beta\,\omega : (2n+1),$$

zoodat

$$\beta \equiv 2\,\alpha \pmod{2n+1}.$$

Het aantal verschillende eigenlijke $(2n+1)$-hoeken (immers voor het geval dat $2n+1$ deelbaar is, levert de cyclische groep ook veelhoeken van kleiner aantal zijden) bedraagt derhalve voor elk punt der groep $\frac{1}{2}\varphi(2n+1)$.

Elk punt der kromme behoort tot $\frac{1}{2}\varphi(2n+1)$ *verschillende cyclische* $(2n+1)$*-hoeken, waarin telkens het tangentiaalpunt van elken top op de overstaande zijde ligt.*

28. Zal van een $2n$-hoek de zijde $u_{n+i-1}\,u_{n+i}$ door het tangentiaalpunt van u_i gaan, dan moet er voldaan zijn aan:

$$\left.\begin{array}{lll}
2\,u_1 & \equiv u_n & + u_{n+1} \\
2\,u_2 & \equiv u_{n+1} & + u_{n+2} \\
\ldots & \ldots & \ldots \\
2\,u_{n+1} & \equiv u_{2n} & + u_1 \\
2\,u_{n+2} & \equiv u_1 & + u_2 \\
\ldots & \ldots & \ldots \\
2\,u_{2n} & \equiv u_{n-1} & + u_n
\end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (54)$$

Wordt $u_{n+1} \equiv u_1 + t$ gesteld, dan levert de eerste congruentie van dit stelsel:

$$u_n \equiv u_1 - t,$$

de $(n+1)^{ste}$

$$u_{2n} \equiv u_1 + 2t,$$

de $2\,n^{de}$

$$u_{n-1} \equiv u_1 + 5t,$$

de n^{de}

$$u_{2n-1} \equiv u_1 - 4t,$$

de $(2n-1)^{ste}$

$$u_{n-2} \equiv u_1 - 13t,$$

de $(n-1)^{ste}$

$$u_{2n-2} \equiv u_1 + 14t.$$

Met het oog op de reeks van verschillen:

$$\begin{aligned} u_{2n} - u_n &\equiv 3t \\ u_{2n-1} - u_{n-1} &\equiv -9t \\ u_{2n-2} - u_{n-2} &\equiv 27t \end{aligned}$$

is er aanleiding tot de onderstelling:

$$\left.\begin{aligned} u_{n-k} &\equiv u_1 + \tfrac{1}{2}(1 + (-3)^{k+1})\,t \\ u_{2n-k} &\equiv u_1 + \tfrac{1}{2}(1 - (-3)^{k+1})\,t \end{aligned}\right\}.$$

Door substitutie in de $(2n-k)^{de}$ en de $(n-k)^{de}$ congruentie verkrijgt men dan:

$$\left.\begin{aligned} u_{n-k-1} &\equiv u_1 + \tfrac{1}{2}(1 + (-3)^{k+2})\,t \\ u_{2n-k-1} &\equiv u_1 + \tfrac{1}{2}(1 - (-3)^{k+2})\,t \end{aligned}\right\}$$

waardoor de juistheid der onderstelling blijkt.

Worden de hiermede overeenkomende uitdrukkingen voor u_2 en u_{n+2} in de $(n+2)^{de}$ congruentie gesubstitueerd, dan komt er na herleiding:

$$\tfrac{1}{2}(1 + (-3)^n)\,t \equiv 0 \pmod{\omega}. \quad \ldots\ldots \quad (55)$$

Stelt men ter bekorting

$$\tfrac{1}{2}(3^n + (-1)^n) = \chi(n) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

dan volgt uit het bovenstaande

$$\left.\begin{aligned} u_i &\equiv u_1 + (-1)^{n-i+1}\,\chi(n-i+1) \qquad \alpha\omega : \chi(n) \\ u_{n+i} &\equiv u_1 + [(-1)^{n-i}\,\chi(n-i+1)+1]\alpha\omega : \chi(n) \end{aligned}\right\} \ldots (57)$$

(waar $i = 1$ tot n).

29. Zal de cyclische groep voor een tegen-2 n-hoek ook tegen-2 v-hoeken leveren, dan moet de zijde $\overline{u_v\, u_{v+1}}$ van den 2 v-hoek als n^{de} zijde kunnen beschouwd worden van een m maal doorloopen v-hoek; derhalve moet $v + m \,.\, 2\,v = n$, of $v = n : (2\,m + 1)$ zijn. De groep voor den tegen-achthoek omvat dus geen vierhoeken; wel komen deze voor in de groep voor den twaalfhoek.

30. Is $u_{i,\ n+i}$ de parameter van het punt der cyclische groep, waarvan het tangentiaalpunt op de hoofddiagonaal $\overline{u_i\, u_{n+i}}$ van eenigen tegen-2 n-hoek ligt, dan is naar (57):

$$2\,u_{i\ n+i} \equiv 2\,u_1 + \alpha\,\omega : \chi(n) \ldots\ldots (58)$$

d. w. z. de hoofddiagonalen komen samen in een punt der kromme.

31. Evenals voor de cyclische veelhoeken der eerste orde bewijst men gemakkelijk voor de tegenveelhoeken de eigenschap, dat de diagonalen $\overline{u_i\, u_{i+k}}$ de tangentiaalpunten insnijden van de toppen van een nieuwen, tot dezelfde groep behoorenden, veelhoek. Het snijpunt der hoofddiagonalen van den afgeleiden veelhoek is het tangentiaalpunt van het punt v waarvoor:

$$2\,v \equiv u_{1,\,1+k} + u_{n+1,\,n+1+k},$$

terwijl

$$2\,u_{1,\,1+k} \equiv u_1 + u_{1+k}$$

en

$$2\,u_{n+1,\,n+1+k} \equiv u_{n+1} + u_{n+1+k},$$

zoodat:

$$4\,v \equiv (u_1 + u_{n+1}) + (u_{1+k} + u_{n+1+k});$$

dus naar (58)

$$2\,v \equiv 2\,u_1 + \alpha\,\omega : \chi(n) \ldots\ldots\ldots (59)$$

$$\left.\begin{array}{l} 2\,u_1 \equiv u_3 + u_4 \\ 2\,u_2 \equiv u_4 + u_5 \\ 2\,u_3 \equiv u_5 + u_1 \\ 2\,u_4 \equiv u_1 + u_2 \\ 2\,u_5 \equiv u_2 + u_3 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

waarvan weer elke congruentie een gevolg is van de overige vier, in overstemming met den in N°. 3 gegeven algemeenen regel.

Hieruit volgt gemakkelijk:

$$u_2 \equiv u_1 + \frac{1}{5}\,\alpha\,\omega,$$

zoodat eene osculatiegroep der tweede orde op vier verschillende wijzen ($\alpha = 1$ tot 4) aanleiding geeft tot de vorming van een cyclischen vijfhoek der tweede orde. Daar evenwel de zijde $u_3\,u_4$ over den top u_1 staat, zullen deze vier rangschikkingen der vijf punten paarsgewijze denzelfden veelhoek opleveren. Dit blijkt ook uit het volgende schema, waar de punten u_i telkens vervangen zijn door den faktor van $\frac{1}{5}\,\omega$.

$$\left.\begin{array}{lllll} 0, & 1, & 2, & 3, & 4 \\ 0, & 2, & 4, & 1, & 3 \\ 0, & 3, & 1, & 4, & 2 \\ 0, & 4, & 3, & 2, & 1 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (33)$$

19. Het stelsel

$$\left.\begin{array}{l} 2\,u_1 \equiv u_3 + u_4 \\ 2\,u_2 \equiv u_4 + u_5 \\ 2\,u_3 \equiv u_5 + u_6 \\ \ldots\ldots\ldots \\ 2\,u_{n-1} \equiv u_1 + u_2 \\ 2\,u_n \equiv u_2 + u_3 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (34)$$

bevat de voorwaarden voor een *cyclischen n-hoek der tweede orde.*

Uit de eerste dezer congruenties volgt

$$u_4 - u_1 \equiv -(u_3 - u_1),$$

uit de tweede

$$u_5 - u_1 \equiv 2\,(u_2 - u_1) - (u_4 - u_1).$$

Wordt nu ter bekorting

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + t \\ u_3 &\equiv u_1 + v \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

gesteld, dan is

$$\left.\begin{aligned} u_4 &\equiv u_1 - v \\ u_5 &\equiv u_1 + 2\,t + v \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Door het dubbel van de tweede congruentie van (34) af te trekken van het dubbel der eerste, en bij de uitkomst te voegen de derde congruentie van dat stelsel, vindt men

$$u_6 + 4\,u_2 \equiv u_5 + 4\,u_1.$$

Derhalve is algemeen

$$u_{4+k} + 4\,u_k \equiv u_{4+l} + 4\,u_l \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

dus

$$u_{4+k} - u_{4+l} \equiv (-4)\,(u_k - u_l)$$

en

$$u_{4p+k} - u_{4p+l} \equiv (-4)^p\,(u_k - u_l).$$

Wordt nu l door 1, k achtereenvolgens door 2, 3, 4, 5 vervangen, dan volgt hieruit, met het oog op de boven ingevoerde bekortingen,

$$\left.\begin{aligned} u_{4p+2} &\equiv u_{4p+1} + (-4)^p\,t \\ u_{4p+3} &\equiv u_{4p+1} + (-4)^p\,v \\ u_{4p+4} &\equiv u_{4p+1} - (-4)^p\,v \\ u_{4p+5} &\equiv u_{4p+1} + (-4)^p\,(2\,t + v) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

De laatste congruentie levert blijkbaar

$$u_{4p+1} \equiv u_1 - \frac{1}{5}[(-4)^p - 1](2t + v).$$

Met behulp van de notatie

$$\sigma(p) = \frac{1}{5}[4^p - (-1)^p] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

heeft men dus

$$u_{4p+1} \equiv u_1 - (-1)^p \sigma(p)(2t + v). \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

20. Voor den cyclischen $4p$-hoek der tweede orde is $u_{4p+1} \equiv u_1$, dus volgens (40)

$$\sigma(p)(2t + v) \equiv 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Tevens is dan $u_{4p+2} \equiv u_2$, dus, met het oog op (38) en (35),

$$(-4)^p t \equiv t \pmod{\omega},$$

waaruit

$$t \equiv \alpha\omega : 5\sigma(p). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Nu levert (41)

$$2t + v \equiv \beta\omega : \sigma(p),$$

derhalve is

$$v \equiv (5\beta - 2\alpha)\omega : 5\sigma(p) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Voor een cyclischen $4p$-hoek der tweede orde heeft men dus:

$$\left.\begin{array}{l}
u_2 \equiv u_1 + \alpha\omega : 5\sigma(p) \\
u_3 \equiv u_1 + (5\beta - 2\alpha)\omega : 5\sigma(p) \\
u_4 \equiv u_1 - (5\beta - 2\alpha)\omega : 5\sigma(p) \\
u_5 \equiv u_1 + \beta\omega : \sigma(p) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
u_{4k+1} \equiv u_1 - (-1)^k \sigma(k)\beta\omega : \sigma(p) \\
u_{4k+2} \equiv u_1 + [(-4)^k\alpha - 5(-1)^k\sigma(k)\beta]\omega : 5\sigma(p) \\
u_{4k+3} \equiv u_1 + [(-4)^k(5\beta - 2\alpha) - 5(-1)^k\sigma(k)\beta]\omega : 5\sigma(p) \\
u_{4k+4} \equiv u_1 - [(-4)^k(5\beta - 2\alpha) + 5(-1)^k\sigma(k)\beta]\omega : 5\sigma(p) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (44)$$

21. Voor een cyclischen $(4p+1)$-hoek is $u_{4p+2} \equiv u_1$ en $u_{4p+3} \equiv u_2$, dus volgens (38) en (40),

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{5}((-4)^p - 1)(2t + v) + (-4)^p t &\equiv 0 ; \\ -\frac{1}{5}((-4)^p - 1)(2t + v) + (-4)^p v &\equiv t. \end{aligned}\right\} \quad . . (45)$$

Worden deze beide congruenties achtereenvolgens vermenigvuldigd met de onderling ondeelbare getallen $\frac{1}{5}(4^{p+1} - (-1)^{p+1})$ en $\frac{1}{5}(4^p - (-1)^p)$, dan verdwijnt door aftrekking v en men vindt:

$$\frac{1}{5}(2^{4p+1} + (-1)^p \cdot 2^{2p+1} + 1)\, t \equiv 0 . . . . (46)$$

De cyclische groep bestaat dus uit

$$\tau(p) = \frac{1}{5}(2^{4p+1} + (-1)^p \cdot 2^{2p+1} + 1)$$

punten, terwijl

$$\left.\begin{aligned} u_2 &\equiv u_1 + \alpha\omega : \tau(p) \\ u_3 &\equiv u_1 + (4^p + (-1)^p)\,\alpha\omega : \tau(p) + \beta\omega : 4^p. \end{aligned}\right\} \quad . . (47)$$

De argumenten der overige hoekpunten worden hieruit gemakkelijk gevonden.

22. De voorwaarden $u_{4p+3} \equiv u_1$ en $u_{4p+4} - u_{4p+3} \equiv t$, welke voor een cyclischen $(4p + 2)$-hoek moeten vervuld worden, geven:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{5}(4^p - (-1)^p)(2t + v) + 4^p v &\equiv 0 \\ -2(-4)^p v &\equiv t \end{aligned}\right\} \quad . . (48)$$

waaruit gemakkelijk volgt:

$$\frac{1}{5}(4^{2p+1} + 1)\, v \equiv 0,$$

OVERZICHT

VAN DE

BOEKEN, KAARTEN, PENNINGEN, ENZ.,

INGEKOMEN BIJ DE

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN

TE AMSTERDAM.

VAN APRIL 1889 TOT EN MET MAART 1890.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1889.

GEDRUKT BIJ DE ERVEN KRÖBER-BAKELS.

OVERZICHT

VAN DE

BOEKWERKEN

DOOR DE

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN

ONTVANGEN EN AANGEKOCHT.

1889—1890.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN APRIL, MEI EN JUNI 1889.

NEDERLAND.

Verslag van den toestand der Gemeente Amsterdam gedurende het jaar 1888. Amsterdam 1889. roy. 8°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1889. 2e Année. Livr. 9—11. 4°.

H. Y. Groenewegen. Paulus van Hemert, als godgeleerde en als wijsgeer. Amsterdam 1889. Academisch Proefschrift. 8°.

Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem. 1889. Tome XXIII. Livr. 2. 8°.

Verhandelingen uitgegeven door Teylers tweede Genootschap. Haarlem 1889. Nieuwe Reeks. Deel III. St. 1—2. 2 Dl. 8°.

Inhoud:

J. Dirks. Beschrijving der Nederlandsche of op Nederland en Nederlanders betrekking hebbende penningen, geslagen tusschen November 1813 en November 1863.

Archives du Musée Teyler. Haarlem 1889. 2e Série. Vol. III. Part. 3. roy. 8°.

J. Ritzema Bos. L'anguillule de la tige (Tylenchus devastatrix Kühn) et les maladies des plantes dues à ce Nematode. Haarlem 1889. Part. 2. roy. 8°.
(Extrait des Archives Teyler. 2e Série. Tome III.)

Tijdschrift van de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1889. April—Juni. 8°.

S. J. Fockema Andreae. Bijdragen tot de Nederlandsche Rechtsgeschiedenis. Haarlem 1889. 2e Bundel. 8°.

Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas. Leide 1889. Tome VIII. N°. 3. 8°.

G. Schlegel. Nederlandsch-Chineesch Woordenboek in het Tsiang-Tsiu dialekt. Leiden 1889. Deel IV. Afl. 2. roy. 8°.

Handelingen en Mededeelingen van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, over het jaar 1888. Leiden 1888. 8°.

Si-Benteng (Dr. C. L. van der Burg). Opleiding van geneeskundigen voor Nederlandsch-Indië. Leiden 1889. 8°.

Annales de l'Ecole polytechnique de Delft. Leide 1889. Tome IV. Livr. 4. 4°.

M. F. A. G. Campbell. Annales de la typographie Néerlandaise au XVe siècle. la Haye 1889. 3e Supplément. 8°.

Verslag aan den Koning van de bevindingen en handelingen van het geneeskundig staatstoezicht in het jaar 1887. 's Gravenhage 1888. 4°.

Catalogus van de boeken en kaarten uitmakende de Bibliotheek van het Departement van Koloniën. 's Gravenhage 1889. Tweede Vervolg. 8°.

Jaarboek van de koninklijke Nederlandsche Zeemacht, 1887—1888. 's Gravenhage 1889. 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs. 's Gravenhage 1889. Afl. 3. 1ste Gedeelte. Afl. 4. 2de Gedeelte. 4°.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1889. 5de Reeks. Deel IV. Afl. 2. 8°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1889. Deel XXXII. Afl. 2. 8°.

Archief voor Nederlandsche kerkgeschiedenis. 's Gravenhage 1889. Deel III. Afl. 4. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1889. Jaarg. VI. N°. 3—5. 4°.

K. F. H. Langen. Handleiding voor de beoefening der Atjehsche taal. 's Gravenhage 1889. 8°.
(Uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van N. I.).

——————— Woordenboek der Atjehsche taal. 's Gravenhage 1889. 8°.
(Uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van N. I.).

Bijdragen voor vaderlandsche geschiedenis en oudheidkunde. 's Gravenhage 1889. 3e Reeks. Deel V. Afl. 3. 8°.

Nederlandsch meteorologisch Jaarboek voor 1888, uitgegeven door het koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut. Utrecht 1889. Jaarg. 40. 4°. Oblong.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. Utrecht 1889. 3e Reeks. Dl. XI. 8°.

Het jubileum van professor F. C. Donders gevierd te Utrecht op 27 en 28 Mei 1888. Gedenkboek uitgegeven door de Commissie. Utrecht 1889. roy. 8°.

W. G. Brill. Betwiste bijzonderheden op het gebied der studie van de geschiedenis van ons vaderland. Utrecht 1889. 8°.

K. H. M. van der Zande. Over eenige asymmetrische dialkylurea en di-isopropylamine. Arnhem 1889. Academisch Proefschrift. 8°.

Mededeelingen en Berichten der Geldersch-Overijsselsche Maatschappij van Landbouw over 1889. Arnhem 1889. N°. 1. 8°.

Catalogus van het Museum van Oudheden te Nijmegen. 1ste Gedeelte. Gedenkteekenen van vóór-Germaanschen, Germaanschen en Romeinschen oorsprong. Nijmegen 1889. 3e druk. 8°.

60ste Verslag der handelingen van het Friesch Genootschap van geschied-, oudheid- en taalkunde te Leeuwarden, over het jaar 1887—1888. 8°.

De vrije Fries. Mengelingen uitgegeven door het Friesch Genootschap van geschied-, oudheid- en taalkunde. Leeuwarden 1888. 3e Reeks. Deel V. Afl. 2—3. 8°.

G. J. P. J. Bolland. Het objectiveerend standpunt van natuuropvatting en zijne eenzijdigheid. 8°. (Theologisch Tijdschrift 1889).

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden Maart-April 1889. 's Gravenhage 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maanden November-December 1888. Januari 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten volgens de zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maanden November-December 1888. Januari 1889. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor Indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kun-

sten en Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXXII. Afl. 5—6. 8°.

Notulen van de algemeene en bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXVI. Afl. 3—4. 8°.

Algemeen Reglement en Reglement van Orde voor het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen opgericht op den 24 April 1778 onder de zinspreuk: »Tot nut van 't algemeen". Batavia 1889. 8°.

Dagh-Register gehouden int Casteel Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlants-India. Anno 1659. Batavia 1889. roy. 8°.
(Uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. Deel XXVIII. Afl. 5. Deel XXIX. Afl. 1. 8°.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1889. Deel XXXVIII. Afl. 2. 8°.

P. H. VAN DER KEMP. Bijdragen tot de wordingsgeschiedenis van het reglement op de particuliere landerijen bewesten de Tji-Manoek. Batavia 1889. 8°.

BELGIE.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1889. 3e Série. Tome XVII. N°. 3—5. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. 4e Série. Tome III. N°. 2—5. 8°.

F. DE POTTER en J. BROECKAERT. Geschiedenis van de gemeenten in de provincie Oost-Vlaanderen. Gent 1889. Dl. XLIII. 8°.

C. UBAGHS. Le crane de Chelone Hoffmanni. Bruxelles 1889. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société belge de Géologie. Tome II).

Verslagen en Mededeelingen der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1889. N°. 1—2. 8°.

SLEECKX. De patriottentijd. Gent 1889. 8°.
(Volksboekje uitgegeven door het Willemsfonds. N°. 6).

FRANKRIJK.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1889. Tome CVIII. N°. 16—24. 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1889. 4e Série. Tome XVI. Novembre-Décembre. Tome XVII. Janvier-Février. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1889. 3e Série. Tome XXI. N°. 12—24. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1889. Tome XVII. N°. 1. 8°.

Bulletin de la Société philomatique de Paris. 1889. 8e Série. Tome I. N°. 1—3. 8°.

Comptes rendus des séances de la Société philomatique de Paris. 1889. N°. 4—9. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie. Paris 1889. 9e Série. Tome I. N°. 10—23. 8°.

Publications de l'Ecole des langues orientales vivantes. Paris 1883—1889. 1e Série. Tome XI, XX. 2e Série. V, XII. 1e Partie. XVI. 3e Série. Tome II, IV. 8 Dl. roy. 8°.

Inhoud:

a. H. Cordier. Bibliotheca Sinica. Tome II. Fasc. 1—4.
b. E. Legrand. Ephémérides daces ou chronique de la guerre de quatre ans (1736—1739).
c. A. C. Barbier de Meynard. Dictionnaire Turc-Francais. Supplément. Vol II. Livr 2—3.
d. H. Derenbourg. Ousâma ibn Mounkidh. Un Emir Syrien au prémier siècle des croisades. 1e Partie.
e. O. Houdas. Nozhet-Elhâdi. Histoire de la dynastie Saadienne au Maroc. (1511—1670).
f. A. Dozon. Histoire du Khanat de Khokand.
g. L. de Rosny. Histoire des dynasties divines.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1889. 5e Année. Tome VIII. N°. 76—84. roy. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1889. 15e Année. Vol. XIV. N°. 654—666. 4°.

Le Galilée. Revue des Sciences cosmologiques. Paris 1889. N°. 1—2. roy. 8°.

R. Bonaparte. Les premiers voyages des Néerlandais dans l'Insulinde (1595—1602), Versailles 1884. 4°.

——————— Les récents voyages des Néerlandais à la Nouvelle-Guinée. Versailles 1885. 4°.

——————— Les derniers voyages des Néerlandais à la Nouvelle-Guinée. Versailles 1885. 4°.

——————— Note on the Lapps of Finmark. Paris 1886. 4°.

F. Escard. Le Prince Roland Bonaparte en Laponie. Paris 1886. 4°.

H. G. van de Sande Bakhuyzen. Mesure des clichés d'après la méthode des coordonnées rectangulaires. 4°. (Extrait du Bulletin pour l'exécution photographique de la carte du ciel. 1889).

GROOT-BRITTANNIË en IERLAND.

Philosophical Transactions of the royal Society. London 1889. Vol. CLXXIX. 4°.

Inhoud:

H. Tomlinson. The influence of stress and strain on the physical properties of matter.

G. D. Liveing and I. Dewar On the spectrum of the oxyhydrogen flame.

A. B. Basset. On the motion of a sphere in a viscous liquid.

J. J. Sylvester. On Hamilton numbers. Part 2.

W. N. Shaw. Report on hygrometric methods; Part 1, including the saturation method and the chemical method and dew-point instruments.

J. J. Walker. On the diameters of a plane cubic.

S. Bidwell. On the changes produced by magnetisation in the dimensions of rings and rods of iron and of some other methods.

G. D. Liveing and J. Dewar. On the ultra-violet spectra of the elements. Part 3.

V. H. Veley. The conditions of the evolution of gases from homogeneous liquids.

S. H. Burbury. The induction of electric currents in conducting shells of small thickness.

J. A. Ewing and G. C. Cowan. Magnetic qualities of nickel.

Ch. Roberts-Austen. On certain mechanical properties of metals considered in relation to the periodic law.

R. T. Glazebrook and T. C. Fitzpatrik. On the specific resistance of mercury.

A. R. Forsyth. Invariants, covariants and quotient derivatives associated with linear differential equations.

A. E. H. Love. The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell.

Abney and Festing. Colour photometry.

H. B. Baker. Combustion in dried oxygen.

V. Horsley. A record of experiments upon the functions of the cerebral cortex.

W. C. Williamson. On the organisation of the fossil plants of the coal measures. Part XIV.

H. G. Seeley. Researches on the struction, organization and classification of the fossil reptilia. Part II.

J. Y. Mackay. The development of the branchial arterial arches in birds, with special reference to the origin of the subclavians and carotids.

F. G. Heathcote. The post-embryonic development of Julus terrestris.

R. Owen. On parts of the skeleton of Meiolania platyceps (Ow.).

S. J. Hickson. On the sexual cells and the early stages in the development of Millepora plicata.

Ch. E. Beevor and V. Horsley. A further minute analysis by

electric stimulation of the so-called motor region of the cortex cerebri in the monkey (Macacus sinicus).

H. Bury. The early stages in the development of Antedon rosacea.

S. Brown and E. A. Schäfer. An investigation into the functions of the occipital and temporal lobes of the monkey's brain.

F. Gotch. Further observations on the electromotive properties of the electrical organ of Torpedo marmorata.

C. B. Lockwood. The early development of the pericardium, diaphragm, and great veins.

W. Kitchen-Parker. On the structure and development of the wing in the common fowl.

J. C. Ewart. The electric organ of the skate.

J. B. Sanderson. On the electromotive properties of the leaf of Dionaea in the excited and unexcited states.

H. Gadow. On the modifications of the first and second visceral arches, with especial reference to the homologies of the auditory ossicles.

E. T. Newton. On the skull, brain, and auditory organ of a new species of Pterosaurian (Scaphognathus Purdoni) from the Upper Lias near Whitby, Yorkshire.

Proceedings of the royal Society. London 1889. Vol. XLV. N°. 277—279. 8°.

List of the royal Society. 1888. 4°.

Proceedings of the royal Institution of Great Britain. London 1888. Vol. XII. Part 2. 8°.

List of the members of the royal Institution of Great Britain. London 1888. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1889. New Series. Vol. XI. N°. 4—6. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1889. Vol. XLIX. N°. 5—7. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1889. Part 2—3. 8°.

Transactions of the sanitary Institute of Great Britain. London 1888. Vol. IX. 8°.

Transactions of the zoological Society of London. 1889. Vol. XII. Part 8. 4°.

Inhoud:

J. H. Scott and T. J. Parker. On a specimen of Ziphius recently obtained near Dunedin.

Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society for 1888. London 1888. Part 4. 8°.

Meteorological Observations of the Rousdon Observatory, Devon for the year 1888. London 1889. Vol. V. 4°.

J. W. Moll. Intracellular Pangenesis. 8°.
(From the botanical Gazette. Vol. XIV).

Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Cambridge 1889. Vol. VI. Part 5. 8°.

Reports from the Laboratory of the royal College of Physicians. Edinburgh 1889. Vol. I. 8°.

OOSTENRIJK.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1889. N°. 3—6. 4°.

A. R. v. Miller-Hauenfels. Richtigstellung der in bisheriger Fassung unrichtigen mechanischen Wärmetheorie und Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Aetherbewegungen. Wien 1889. 8°.

O. Benndorf und G. Niemann. Reisen in Lykien und Karien. Wien 1884. fol.

E. Petersen und F. von Luschau. Reisen in Lykien, Milyas und Kibyratis. Wien 1889. 2 Dln. fol.

O. Benndorf und G. Niemann. Das Heroon von Gjölbaschi-Trysa. Wien 1889. Theil I. fol. Met atlas.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft. Wien 1889. Band XIX. Heft 1—2. 4°.

Mittheilungen aus dem Jahrbuche der kön. ungarischen geologischen Anstalt. Budapest 1889. Band VIII. Heft 7—8. roy. 8°.

Földtani Közlöny (Geologische Mittheilungen). Zeitschrift der ungarischen geologischen Gesellschaft. Budapest 1889. Kötet XIX. Füzet 1—6. roy. 8°.

Jahresbericht der kön. ungarischen geologischen Anstalt für 1887. Budapest 1889. roy. 8°.

L. Petrik. Der Hollohazaer (Radvanyer) Rhyolith-Kaolin. Budapest 1889. roy. 8°.

Bollettino della Societa Adriatica di Scienze naturali. Trieste 1889. Vol XI. 8°.

Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie. 1889. N°. 1—5. 8°.

DUITSCHLAND.

Sitzungsberichte der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1888. N°. 38—52. 1889. N°. 1—21. roy. 8°.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1889. Band CXVI. Heft 1—3. 8°.

G. Studemund. Anecdota varia graeca musica metrica grammatica. Berolini 1886. roy. 8°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1889. Jahrg. VI. N°. 1—15. 4°.

Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande. Bonn 1888. Heft LXXXVI. 8°.

Nachrichten von der kön. Gesellschaft der Wissenschaften aus dem Jahre 1888. Göttingen 1888. 8°.

72 und 73 Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft in Emden. 1889. 8°.

J. Thikötter. Halleluja. Lateinische und Deutsche Hymnen. Bremen 1888. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1889. Jahrg. 24. Heft 1—2. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1889. Jahrg. XII. N°. 306—310. 8°.

G. A. von Peschka., Freie Perspektive (centrale Projektion) in ihrer Begründung und Anwendung mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse höherer Lehranstalten und das Selbststudium. Leipzig 1888—1889. 2 Bd. 8°.

Zeitschrift für Naturwissenschaften, herausgegeben im Auftrage des naturwissenschaftlichen Vereins für Sachsen und Thüringen. Halle a/S. 1888. 5te Folge. Band VII. Heft 1—6. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1889. Band XXXV. Heft 3—6. Ergänzungsheft N°. 93. 4°.

H. de Vries. Intracellulare Pangenesis. Jena 1889. 8°.

R. von Jhering. Der Besitzwille. Zugleich eine Kritik der herrschenden juristischen Methode. Jena 1889. 8°.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1889. Band XXIII. Heft 2—3. 8°.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 3. 1889. Heft 1. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1889. Jahr 1888. Band II. Heft 3. Jahr 1889. Heft 1. 8°.

E. Maass. De Attali Rhodii fragmentis arateis commentatio. Gryphiswaldiae 1888. 4°.

F. Susemihl. Analectorum Alexandrinorum chronologicorum Particula 2. Gryphiswaldiae 1888. 4°.

H. Almann. Kaiser Maximilian's I Absichten auf das Papstthum in den Jahren 1507—1511. Stuttgart 1888. 8°.

G. Pescatore. Die Glossen des Irnerius. Greifswald 1888. 8°.

M. Lewis und E. Haupt. Kaiser Wilhelm I und Kaiser Friedrich. Greifswald 1888. 8°.

O. Blümcke. Beitrag zur Statistik der Echinococcen-Krankheit in Vorpommern. Greifswald 1888. 8°.

P. Boshamer. Ueber die fäulniswidrige Kraft concentrierter Salzlösungen. Greifswald 1888. 8°.

F. Braun. Ueber Enblocreposition mit Beschreibung eines durch Operation geheilten Falles. Greifswald 1888. 8°.

J. Bremer. Ueber Conjunctivitis traumatica und Fremdkörper im Conjunctivalsack einschl. der Hornhautoberfläche. Greifswald 1888. 8°.

P. Buchholtz. Ueber Verbesserung von Exartikulationsstümpfen. Greifswald 1888. 8°.

E. Büge. Beitrag zur Casuistik der von den Knochen ausgehenden Beckensarcome. Greifswald 1888. 8°.

H. Coburg. 2 Fälle von Resection des Sternum. Greifswald 1888. 8°.

F. C. Colley. Ueber abnorm niedrige Körpertemperaturen. Greifswald 1888. 8°.

C. Cyrus. Beitrag zur Lehre der Lymphosarcome. Greifswald 1888. 8°.

A. Dieckmann. Beitrag zur Casuistik der Gehirn-Schussverletzungen. Greifswald 1888. 8°.

M. Dreyling. Zur Pathologie und Therapie des Furunkels. Greifswald 1888. 8°.

F. Ehm. Ueber die operative Behandlung der ectopischen Schwangerschaft. Greifswald 1888. 8°.

P. Fischer. Beitrag zur Statistik der Echinococcenkrankheit in Pommern in den jahren 1886—1887. Greifswald 1888. 8°.

M. Fritsche. Ueber die während der Jahre 1885 – 1888 behandelten Fälle von Keratitis phlyctaenulosa mit Berücksichtigung der Perforationen. Greifswald 1888. 8°.

N. Golliner. Zwei Fälle von Ileus. Greifswald 1888. 8°.

C. Gottwald. Beitrag zur Casuistik der circulären Darm-Resectionen. Greifswald 1888. 8°.

A. Grimm. Ueber den Wert der Colotomie bei Rectumcarcinom. Greifswald 1888. 8°.

B. Hegge. Ueber den Zusammenhang zwischen Chorea minor mit der Polyarthritis rheumatica acuta und der Endocarditis. Greifswald 1888. 8°.

L. Henneberg. Beiträge zur Kenntniss der Santoninwirkung. Greifswald 1888. 8°.

A. Hennewig. Ueber die Bedeutung der Wundbehandlung unter dem feuchten Blutschorf nach Schede für die Fälle von Necrosis ossium. Greifswald 1888. 8°.

E. Hennies. Zur Kenntniss der Fälle von tuberkulöser Caries der Symphyse auf Grund klinischer Beobachtung. Greifswald 1888. 8°.

W. Hiltrop. Beiträge zur Magenchirurgie. Greifswald 1887. 8°.

P. Hoffmann. Zur Casuistik der Knochenerkrankungen nach Typhus abdominalis. Greifswald 1887.

G. Hohensee Statistik über die im Jahre 1887 in Bärwalde aufgetretenen Infectionskrankheiten. Greifswald 1888. 8°.

F. Holtmeyer. Ueber Arthrodesis nebst Beschreibung einiger neuer Fälle. Greifswald 1888. 8°.

W. Jacob. Alkalimetrische Untersuchungen des Blutes bei Gesunden und Kranken. Greifswald 1888. 8°.

J. Joppich. Beitrag zur Kenntniss der angeborenen Luxation des Capitulum radii. Greifswald 1888. 8°.

F. Koch. Ein Beitrag zur Casuistik der Uterusfibrome. Greifswald 1888. 8°.

H. Kracht. Experimentelle und statistische Untersuchungen über die Ursachen der Brustfellentzündung. Greifswald 1888. 8°.

R. Krause. Zur operativen Behandlung der Nabelhernien. Greifswald 1888. 8°.

M. Metz. Ueber Verwendbarkeit des Salols zu diagnostischen Zwecken bei Prüfung der Magenfunction. Greifswald 1888. 8°.

J. Neumann. Ptosis congenita und ihre Behandlung. Greifswald 1888. 8°.

O. Nimsch. Beitrag zur Casuistik der Geschwülste an der Portio vaginalis uteri. Greifswald 1888. 8°.

R. Oenicke. Ein Fall von Compressionsfractur des oberen Tibiaendes. Greifswald 1888. 8°.

C. Pfeiffer. Ueber den Wert der Aspiration bei Hydrocephalus chronicus. Greifswald 1888. 8°.

L. Philipp. Fälle von primärem Carcinom der Leber und der Gallenblase mit Abcessbildung. Greifswald 1888. 8°.

P. Radeke. Ueber die Behandlung chronischer Conjunctivitis granulosa mit starker Sublimatlösung. Greifswald 1888. 8°.

F. Reiche. Zur Therapie der Inversio vesicae. Greifswald 1888. 8°.

P. Scharff. Ein Beitrag zur Stielbildung der Dermoidcysten des Ovariums. Greifswald 1888. 8°.

G. Schemmel. Ueber das Vorkommen von Tetanus im Zusammenhang mit antiseptisch behandelten Wunden. Greifswald 1888. 8°.

E. Schmidt. Beitrag zur Amputation des Penis bei Carcinom. Greifswald 1888. 8°.

G. Schmidt. Beiträge zur Casuistik der Cataracta traumatica. Greifswald 1888. 8°.

J. E. Schoene. Zwei Fälle von Hebephrenie. Greifswald 1888. 8°.

O. Schoenermarck. Ueber die Einlagerung von Nerven in Knochencallus bei Fracturen. Greifswald 1888. 8°.

R. Schömann. Zur Casuistik der Arthrektomia genu. Greifswald 1888. 8°.

F. Schubert. 6 Fälle von Episio-Perineoraphie nach Sänger (Lawson Tait). Greifswald 1888. 8°.

A. Seidel. Ueber die Behandlung der Hydrocele mit Punction und nachfolgender Injection von reiner Carbolsäure. Greifswald 1888. 8°.

C. Seidler. Ueber Carcinoma mammae. Greifswald 1888. 8°.

H. Seligsohn. Zur Diagnose der Ovarialcysten. Greifswald 1888. 8°

E. Setzke. Die Befestigung aneinanderpassender Knochenflächen mittelst pfriemenartiger Stahlnadeln. Greifswald 1888. 8°.

R. Seyffert. Zur Pathologie der Gallengänge. Greifswald 1888. 8°.

H. Sinell. Indikation und Applikation des Atropins bei Iritis. Greifswald 1888. 8°.

A. Smierzchalski. Behandlung der Fibrome des Uterus. Greifswald 1888. 8°.

F. J. Sonnenschein. Zur Aetiologie der Orbitalphlegmone bei Neugeborenen. Greifswald 1888. 8°.

P. Stoewer. Drei Fälle von Phlegmone orbitae. Greifswald 1888. 8°.

E. Strahl. Wesen und Bedeutung der Durchwachsung von Sequestern. Greifswald 1888. 8°.

H. Taube. Ein Beitrag zur Wirkung der Aqua amygdalarum amararum. Greifswald 1888. 8°.

G. Thurmann. Die Antisepsis im Dienste der Staar-Extraction. Greifswald 1888. 8°.

E. Unruh. Ueber die Behandlung der Unterschenkel-Geschwüre mit Circumcisio. Greifswald 1888. 8°.

E. Weber. Ueber biliöses Typhus-Recidiv. Greifswald 1888. 8°.

H. Witting. Ueber Resection von Harnröhrenstrikturen. Greifswald 1888. 8°.

H. Zühlke. Ueber die Gewebsveränderungen der in Salzlaken conservierten Präparate. Greifswald 1888. 8°.

P. Hauptfleisch. Zellmembran und Hüllgallerte der Desmidiaceen. Greifswald 1888. 8°.

A. Gülzow. Die Temperatur-Verhältnisse von Putbus auf Rügen auf Grund 23 jähriger Beobachtungen. Greifswald 1888. 8°.

A. Koch. Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von verschiedenen Metalldrähten. Greifswald 1888. 8°.

R. Kussérow. Ueber Derivate der Brom- und Anilidobernsteinsäure und über die Constitution der Fumar- und Maleinsäure. Greifswald 1888. 8°.

C. la Roche. Untersuchungen über die Magnetisierung elliptischer und rechteckiger Platten von weichem Eisen. Greifswald 1888. 8°.

K. Schreber. Ueber die elektromotorischen Kräfte dünner Schichten von Superoxydhydraten. Greifswald 1888. 8°.

K. Schulze. Ueber Derivate des m-Nitro-und-m-Amidobenzamids nebst einer krystallographischen Untersuchung über das m-Amidobenzamid. Greifswald 1888. 8°.

E. Tummeley. Ueber Azoverbindungen des Salicylaldehyd, des Salicylamid und des Salicylalkohol. Greifswald 1888. 8°.

J. B. von Ulatowski. Ueber Sulfazide. Greifswald 1888. 8°.

M. Borheck. Ueber Strophen- und Vers-Enjambement im Mittelhochdeutschen. Greifswald 1888. 8°.

L. Czischke. Die Perfektbildung der starken Verba der si-Klasse im Französischen (XI—XVI Jahrhundert). Greifswald 1888. 8°.

M. Dembski. Montaigne und Voiture. Ein Beitrag zur Geschichte der Entwickelung der französischen Syntax des XVI und XVII S. Greifswald 1888. 8°.

W. Dittmer. Die Pronomina possessiva im Altfranzösischen. Greifswald 1888. 8°.

K. Ganzlin. Die Pronomina demonstrativa im Altfranzösischen. Greifswald 1888. 8°.

K. Körner. Beiträge zur Geschichte des Geschlechtswechsels der englischen Substantiva. Greifswald 1888. 8°.

O. Leichsenring. De metris graecis quaestiones onomatologae. Gryphiswaldensiae 1888. 8°.

M. Schaper. Die Sachsenhäuser Appellation von 1324. Berlin 1888. 8°.

G. Scharff. Die Lehre vom Gewährerlass (pactum de non praestanda evictione) nach römischem Recht. Greifswald 1888. 8°.

O. Stock. Descartes' Grundlegung der Philosophie. Greifswald 1888. 8°.

H. Wehlitz. Die Congruenz des Participii Praeteriti in activer Verbalconstruction im Französischen. Greifswald 1887. 8°.

Verhandlungen des naturhistorischen Vereins zu Heidelberg. 1889. Neue Folge. Band IV. Heft 2. 8°.

Archiv des Vereins der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg. Güstrow 1889. Jahr. 42. 8°.

GRUNERT's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1889. 2te Reihe. Theil VII. Heft 4. 8°.

Abhandlungen herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine. Bremen 1889. Band X. Heft 3. 8°.

Schriften der naturforschenden Gesellschaft. Danzig 1889. Neue Folge. Band VII. Heft 2. 8°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1888. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. IV. Fasc. 11—12. Vol. V. Fasc. 1. 3—5. 4°.

Bollettino delle Opere moderne straniere. Roma 1889. Vol. IV. N°. 2. 8°.

Bollettino delle Pubblicazioni italiane. Firenze 1889. N°. 78—83. 8°.

Pubblicazioni del real Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento. Firenze 1883—1885. roy. 8°.

Inhoud:

a. G. PELLIZZARI. Archivio della Scuola d' Anatomia patologica. Vol. II.

b. A. FILIPPI. Esegesi medico legale sul methodus testificandi di G. B. Codronchi.

c. A. ROITI ed L. PASQUALINI. Osservazioni continue della elettricita atmosferica istituite a Firenze.

d. L. Luciani. Linee generali della fisiologia del cervelletto.
e. G. Rondoni. I piu antichi frammenti dell costituto fiorentino.
f. A. del Vecchio. Le seconde nozze del coniuge superstite.

Archivio per l'Antropologia e la Etnologia. Firenze 1888. Vol XVIII. Fasc. 3. 8°.

Atti della reale Accademia delle Scienze. Torino 1889. Vol XXIV. Disp. 6—12. 8°.

Bollettino dell' Osservatorio della regia Universita di Torino. 1889. Anno XXII. 4°.

Atti del reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Venezia 1888. Serie 6. Tomo VI. Disp. 10. Tomo VII. Disp. 1—2. 8°.

Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Berlin 1889. Band IX. Heft 1. 8°.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Processi Verbali. Vol. VI. Adunanza del 13 Gennaio 1889. 8°.

Commemorazione di G. Meneghini. Pisa 1889. 8°.

SPANJE EN PORTUGAL.

Anuario de la real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid 1889. 8°.

Historia e Memorias da Academia real das Sciencias de Lisboa 1882—1887. Nova Serie. Tomo V. Parte 2. Tomo VI. Parte 1—2. 4°.

Inhoud, Tome V. Parte 2.

J. M. Latino Coelho. Panegyrico de Luiz de Camoës.
Ticalho. Flora dos Lusiadas.
L. Garrido. Elegio historico de Thiers.

I. S. Ribeiro. Luiza Sigéa.
S. P. M. Estacio da Veiga. A tabula de bronze de Aljustrel lida, deduzida e commentada em 1876.
L. Garrido. L' Histoire romaine au septième siécle 622—677.

Vol. VI.

J. P. d'Oliveira Martins. A circulaçao fiduciaria.
M. Carreras y Gonzalez. El movimiento contemporaneo de las doctrinas y las practicas economico-estadisticas en Espana.
De Figanière. Memoria sobre o valor da expressao „Aquas Aquarum" dos diplomas antigos.
W. T. Hiern. Memoria sobre algumas plantas da Africa central.
J. M. Rodrigues. Memoria sobre a theoria da balistica.
M. E. da Veiga. Orchideas de Portugal.
A. Furtado. Sur une nouvelle espèce de Céphalopode appartenant au genre Ommatostrephes.
E. Cesaro. Forme poliedriche regolari e semi-regolari in tutti gli spazii.

Jornal de Sciencias mathematicas physicas y naturaes. Lisboa 1882—1888. N°. XXIX—XLVIII. 8°.

Portugaliae Monumenta historica. Olisipone 1888. Inquisitiones. Vol. I. Fasc. 1—2. fol.

Corpo diplomatico Portuguez contendo os actos e relaçoes politicas e diplomaticas de Portugal. Lisboa 1884—1886. Tomo VI—IX. 4°.

Cartas de Alfonse de Albuquerque. Lisboa 1884. Tomo I. 4°.

Documentos remettidos da India ou livros das Monçoes. Lisboa 1884—1885. Tomo II—III. 4°.

De Benalcanfor. Elogio historico de sua magestade el rei o senhor D. Fernando II. Lisboa 1886. 4°.

C. Roma du Bocage. Origem do condado de Portugal. Lisboa 1887. 4°.

A. L. Lopes. A moderna cirurgia pulmonar. Lisboa 1888. 4°.

J. S. Ribeiro. Historia dos estabelecimentos scientificos litterarios e artisticos. Lisboa 1882—1888. Tomo X—XV. 8°.

J. de Andrade Corvo. Roteiro de Lisboa a Goa por D. J. de Castro. Lisboa 1882. 8°.

——————— Estudos sobre as provincias ultramarinas. Lisboa 1883—1887. Vol. I—IV. 8°.

A. X. P. Coutinho. Curso de silvicultura. Lisboa 1886—1887. 2 Vol. 8°.

V. Machado. A electricidade. Estudo de algumas das suas principaes applicaçoes. Lisboa 1887. 8°.

E. A. Motta. Licoes de pharmacologia e therapeutica geraes. Lisboa 1888. 8°.

DENEMARKEN.

Mémoires de la Société royale des Antiquaires du Nord. Copenhague 1888. Nouvelle Série. Année 1888. 8°.

Aarböger for nordisk oldkyndighet og historie, udgivne af det kongelige nordiske Oldskrift-Selskab. Kjobenhavn 1889. 2e Raekke. Bind IV. Hefte 1—2. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

Runa. Minnesblad fran Nordiska Museet. Stockholm 1888. 4°.

Afbildningar af föremäl i Nordiska Museet. Stockholm 1888. I. Smaland. 4°.

Minnen fran Nordiska Museet. Stockholm 1888. Bandet 1—2. 4°.

Samfundet for Nordiska Museets främjande ar 1881—1887. Stockholm 1883—1889. 8°.

Le Musée d'Ethnographie Scandinave a Stockholm fondé et dirigé par le Dr. A. Hazelius. Notice historique par J. H. Kramer. Stockholm 1879. 8°.

A. Hazelius. Bidrag till vär oldlings häfder. Stockholm 1885. 8°.

G. Retzius. Finnland im Nordischen Museum. Berlin 1885. 8°.

Das Nordische Museum in Stockholm. Stimmen aus der Fremde. Stockholm 1888. 8°.

Führer durch die Sammlungen des Nordischen Museums in Stockholm. 1888. 8°.

Programme pour la construction d'un édifice destiné au Musée du Nord. Stockholm 1883. 8°.

Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. 1888—89. Vol. XX. 4°.

Acta Universitatis Lundensis. Lund 1887—88. Tomus XXIV. 4°.

RUSLAND.

Matériaux pour servir à l'archéologie de la Russie. N°. 3. Antiquités Sibériennes par W. Radloff. St. Pétersbourg 1888. Tome I. Livr. 1. gr. 4°.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1889. Deel XXIV. N°. 4—5. 8°. (In het Russisch).

Sitzungsberichte der Naturforscher Gesellschaft. Dorpat 1889. Band VIII. Heft 3. 8°.

Archiv für die Naturkunde Liv-, Ehst- und Kurlands, herausgegeben von der Naturforscher Gesellschaft. Dorpat 1889. 1ste Serie. Band IX. Lief 5. 8°.

Fennia. Bulletins de la Société de Géographie Finlandaise. Helsingfors 1889. N°. 1. 8°.

Sitzungsberichte der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst aus dem Jahre 1888. Mitau 1889. 8°.

AZIË.

Journal of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1889. New Series. Vol. LVII. Part 2. N°. 4—5. 8°,

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1889. Year 1888. N°. 9—10. 8°.

Indian meteorological Memoirs. Calcutta 1889. Vol. IV. Part 6. 4°.

Report on the meteorology of India in 1887. Calcutta 1887. Year 13. fol.

Meteorological Observations recorded at seven stations in India, October-November 1888. fol.

Meteorological Observations made at the magnetic and meteorological Observatory at Simla during the years 1841—45. London 1877. 4°.

A Catalogue of the moths of India. Calcutta 1888. Part 4 (Geometries) Part 5. (Pyrales) Part 6. (Crambites, Tortrices and Addenda). 8°.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur-und Völkerkunde Ostasiens. Yokohama 1889. Heft 41 und Supplement Heft. 4°.

Journal of the College of Science, Imperial University of Japan. Tokio 1889. Vol. II. Part 5. 4°.

AMERIKA.

Report of the Commissioner of Education for the year 1886—87. Washington 1888. 8°.

Bureau of Education. Circular N°. 5—6. Washington 1888. 8°.

Annals of the astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge 1889. Vol. XVIII. N°. 7—8. Vol. XX. Part 1. 4°.

Inhoud. Vol XVIII.

7. A photographic determination of the brightness of the stars.
8. Index to observations of variable stars.

Vol XX. Part 1.

A. L. Rotch. Observations made at the Blue Hill meteorological Observatory in the year 1887.

3d Annual Report of the photographic study of stellar spectra. Cambridge 1889. 4°.

Bulletins of the United States coast and geodetic Survey. N°. 1—8. 4°.

E. Loomis. Contributions to Meteorology. New Haven 1889. Chapter 3. 4°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1889. Vol. XII. N°. 11—23. 4°.

A. J. Hall. A grammar of the Kwagiutl language. Montreal 1889. 4°.

Annual Report of the Canadian Institute. Session 1887—1888. Toronto 1889. 8°.

Proceedings of the Canadian Institute. Toronto 1889. 3d Series. Vol. VI. Fasc. 2. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888—1889. Tomo I. N°. 11. Tomo II. N°. 1, 6—8. 8°.

Boletin mensual. Mexico 1888. Tomo I. N°. 11—12. fol.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1889. N°. 2—4. roy. 8°.

Annales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1888—1889. Tomo XXVI. Entr. 4—6. Tomo XXVII. Entr. 1. 8°.

AUSTRALIË.

Transactions of the royal Society of Victoria. Melbourne 1885. Vol. XXII. 8°.

F. von Mueller. Iconography of Australian species of Acacia. Melbourne 1888. Decade 12—13. 4°.

Prodromus of the zoology of Victoria. Melbourne 1888. Decade XVII. 8°.

AANGEKOCHT.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1889. Jaarg. VII. Afl. 1. 4°.

De Navorscher. Nijmegen 1889. Nieuwe Serie. Jaarg. 22. N°. 4—6. 8°.

Ch. Daremberg et E. Saglio. Dictionnaire des antiquités grecques et romaines. Paris 1889. Fasc. 13. 4°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1889. Livr. 176—188. 4°.

Journal des Savants. Paris, Mars—Mai 1889. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1829—1889. 1e Série. Tome XVI. 7e Série. Botanie. Tome VIII. Supplément. 8°.

Archives de Zoologie expérimentale et génerale. Paris 1888. 2e Série. Tome VI. N°. 4. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1889. 2e Série. Tome XII. Mars-Juin. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1889. 6e Série. Tome XVI. Avril. Tome XVII. Mai-Juin. 8°.

Revue générale de Botanique. Paris 1889. Tome I. N°. 4—5. 8°.

A. Laporte. Histoire littéraire du dix-neuvième Siècle. Paris 1889. Tome VI. Livr. 1—2. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1889. 5th Series. Vol XXVII. N°. 168—169. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1889. 6th Series. Vol III. N°. 16—18. 8°.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. London 1889. Vol XXIII. Part 3. 8°.

The zoological Record for 1887. London 1888. Vol. XXIV. 8°.

L. Stephen. Dictionary of national Biography. London 1889. Vol XVIII. (Esdaile-Finan). 8°.

Official Yearbook of the scientific and learned Societies of Great Britain and Ireland. London 1889. 6th Issue. 8°.

Astronomische Nachrichten. 1889. N°. 2885—2904. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1889. N°. 7—13. 8°.

Arbeiten aus dem kais. Gesundheitsamte. Berlin 1889. Band V. Heft 2. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1889. Jahrg. XIII. N°. 13—25. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1889. Jahrg. VII. Heft 2—4. 8°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1888. Jahrg. 54. Band I. Heft 3. Jahrg. 55. Band I. Heft 1. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXVII. Heft 1—2. 8°.

Namenregister zum 1—35 Band der Annalen der Physik und Chemie. Neue Folge. Leipzig 1889. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1889. Band III. Heft 4—5. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1889. 4e Folge. Band XVII. Heft 1. 8°.

Allgemeine deutsche Biographie. Leipzig 1889. Band XXVIII. (Reinbeck-Rodbertus). 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a.M. 1889. Jahrg. 30. N°. 3—5. 8°.

Museum Senckenbergianum. Abhandlungen von Mitgliedern der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Frankfurt a/M. 1834—1845. Band I—III. 4°.

Dingler's polytechniches Journal. Stuttgart 1889. Band CCLXXI. N°. 13. Band CCLXXII. N°. 1—12. 8°.

Bibliographie géodésique par O. Boersch. Neuchatel 1889. 4°.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1889. 3e Période. Tome XLI. N°. 123—125. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1889. 3e Période. Tome XXI. N°. 4—6. 8°.

A. de Gubernatis. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1889. Livr 7. (Com-Czo). 8°.

Journal de Sciencias mathematicas, physicas y naturaes. Lisboa 1868—1873. Tomo I—III. 8°.

Transactions and Proceedings of the New-Zealand Institute. Wellington 1870. Vol II. 8°.

TEN GESCHENKE ONTVANGEN VAN DEN HEER J. C. G. BOOT.

G. CUPER. Lettres de Critique, de Littérature, d'Histoire. Amsterdam 1743. 4°.

J. BALDE. Carmina selecta. Turici 1805. 8°.

F. C. DE SCHEYB. Tabula itineraria Peutingeriana primum aeri incisa et edita. Lipsiae 1824. fol.

R. HUGO. Lehrbuch der Geschichte des römischen Rechts bis auf Justinian. Berlin 1826. 2 Dl. 8°.

J. ROSSII Carmina. Faventiae 1859. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN JULI, AUGUSTUS EN SEPTEMBER 1889.

NEDERLAND.

Bijdragen van het statistisch Instituut. 1889. N°. 2. roy. 8°.

Jaarcijfers over 1888 en vorige jaren. N°. 8. Afl. 1. roy. 8°.

Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië. Amsterdam 1889. Jaarg. 1889. Wetenschappelijk Gedeelte. 8°.

Verslag over het jaar 1888 en Naamlijst van de leden der Maatschappij »Arti et Amicitiae" gevestigd te Amsterdam. 8°.

B. F. Matthes. Supplement op het Boegineesch-Hollandsch Woordenboek. Amsterdam 1889. roy. 8°.

H. Blink. Nederland en zijne bewoners. Afl. 2—5. 8°.

J. de Bruin. Bijdrage tot de leer der geelzucht met het oog op de vergiftige werking der bilirubine. Amsterdam 1889. Academisch proefschrift. 8°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1889. 2e Année. Livr. 12. 3e Année. Livr. 1—2. 4°.

Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem. 1889. Tome XXIII. Livr. 3—4. 8°.

Oeuvres complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société Hollandaise des Sciences. la Haye 1889. Tome II. 4°.

Tijdschrift. Orgaan der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1889. N°. 2—4. 8°.

A. H. van der Weerd. Ueber einen Fall von Fistula uretero-uterina. Haarlem 1889. Academisch Proefschrift. 8°.

Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas. Leide 1889. Tome VIII. N°. 4—5. 8°.

Flora Batava. Leiden 1889. Afl. 285—286. 4°.

Tijdschrift der Nederlandsche dierkundige Vereeniging. Leiden 1889. 2e Serie. Deel II. Afl. 3. 8°.

Handelingen van het 2e Nederlandsch natuur- en geneeskundig Congres, gehouden te Leiden op den 26sten en 27sten April 1889. Leiden 1889. 8°.

Verslag aan den Koning van de bevindingen en handelingen van het veeartsenijkundig Staatstoezicht in het jaar 1888. 's Gravenhage 1889. 4°.

J. G. H. Fynje. Nota over de boschbeplantingen op de duinen langs de Golf van Gascogne. 's Gravenhage 1889. 4°.

Verslag aangaande een onderzoek in Duitschland en Oostenrijk naar Archivalia belangrijk voor de geschiedenis van Nederland, door Dr. P. J. Blok. 's Gravenhage 1889. 8°.

Rapport over het onderhoud der monumenten in België, aan de Nederlandsche Regeering uitgebracht door Jhr. Mr. H. van Weede. 8°.

Catalogus van de Pamfletten-verzameling berustende in de koninklijke Bibliotheek, bewerkt door Dr. W. P. C. Knuttel. 's Gravenhage 1889. Deel I. 2 Dl. kl. 4°.

Verslag van de aanwinsten der koninklijke Bibliotheek gedurende het jaar 1888. 's Gravenhage 1889. 8°.

Catalogus der Bibliotheek van het Ministerie van Marine. 's Gravenhage 1889. 8°.

E. G. Lagemans. Recueil des traités et des conventions conclus par le royaume des Pays-Bas avec les puissances étrangères, depuis 1813 jusqu'à nos jours. La Haye 1889. Tome X. Livr. 1. 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs 1888—89. 's Gravenhage 1889. Afl. 4. 1ste Gedeelte. Afl. 5. 2de Gedeelte. 4°.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1889. 5e Reeks. Deel IV. Afl. 3. 8°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1889. Deel XXXII. Afl. 3. 8°.

A. J. F. Fokker. Een nieuwe vijand onzer zeeweringen. 's Gravenhage 1889. 8°.

Berichten en Mededeelingen der Vereeniging voor Lijkverbranding. 's Gravenhage 1889. N°. 1—3. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde enz. 's Gravenhage 1889. Jaarg. 6. N°. 6—8. 4°.

Sepp's Nederlandsche Insecten. 's Gravenhage 1889. 2e Serie. Deel IV. N°. 37—38. 4°.

J. P. N. Land. Inleiding tot de wijsbegeerte. 's Gravenhage 1889. 8°.

Koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut. Waarnemingen in den Indischen Oceaan over de maanden December, Januari en Februari. Utrecht 1889. Plano.

Rijkslandbouwschool te Wageningen. Programma van het onderwijs voor het jaar 1889—90. 8°.

Verslag der Commissie ter verzekering eener goede bewaring van gedenkstukken van geschiedenis en kunst te Nijmegen, over het jaar 1888. 8°.

Verslag van den toestand der provincie Friesland in 1888. Leeuwarden 1889. 8°.

W. B. S. Boeles. Frieslands Hoogeschool enz. Leeuwarden 1889. Deel II. Laatste Gedeelte. 8°.

J. A. Worp. Jani Broukhusii epistolae selectae aliarumque epitomae et fragmenta. Groningae 1889. 8°.

A. P. Fokker. De grondslag der bacteriologie. Groningen 1889. 8°.

A. J. Flament. Inventaris der atlassen en van de kaarten zoo gedrukte, als geteekende, die op het hertogdom Limburg betrekking hebben, zich bevindend op het rijksarchief in Limburg. Maastricht 1888. 8°.

2de Verslag over den toestand en de werkzaamheden der Zuiderzee-Vereeniging. 8°.

C. A. J. A. Oudemans. Contributions à la flore mycologique des Pays-Bas. N°. XII—XIII. 8°.
(Overgedrukt uit het Nederl. kruidkundig Archief. Dl. V).

J. G. Boerlage. Matériaux pour la flore de Buitenzorg. N°. 1. roy. 8°.
(Extrait des Annales du Jardin botanique de Buitenzorg. Vol. VIII).

Koninkrijk der Nederlanden. Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar 1888. 's Gravenhage 1888. 1ste Gedeelte. fol.

Statistiek van het Koninkrijk der Nederlanden. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden Mei—Augustus 1889. 'sGravenhage 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maanden Februari—April 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maanden Februari—April 1889. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor Indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen Batavia 1889. Deel XXXIII. Afl. 1. 8°.

Notulen van de algemeene- en bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXVII. Afl. 1. 8°.

Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de koninklijke natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. Deel XLVIII. 8°.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1889. Deel XXXVIII. Afl. 3. Deel XXXIX. Afl. 1. 8°.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. Dl. XXIX. Afl. 2—3. 8°.

Reglement van de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. 8°.

Annales du Jardin botanique de Buitenzorg. Leide 1889. Vol. VIII. Part 1. roy. 8°.

Verslag omtrent den staat van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg over het jaar 1888. Batavia 1889. roy. 8°.

1ste Supplement op den Catalogus der Bibliotheek van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg. Batavia 1889. roy. 8°.

G. J. P. J. Bolland. Het objectiveerend standpunt van natuuropvatting en zijne eenzijdigheid. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1889. 3e Série. Tome XVII. N°. 6. Tome XVIII. N°. 7—8. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. 4e Série. Tome III. N°. 6—7. 8°.

Procès-Verbaux des séances de la Commission royale des anciennes lois et ordonnances de la Belgique. Bruxelles 1889. Vol. VII. Cahier 2. 8°.

Annuaire statistique de la Belgique. Bruxelles 1889. Tome XIX. 8°.

G. VAN DER MENSBRUGGHE. Sur les propriétés physiques de la couche superficielle libre d'un liquide et de la couche de contact d'un liquide et d'un solide. Bruxelles 1889. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. Tome XVII. 3e Série).

——————— Sur un genre particulier d'expériences capillaires. Bruxelles 1889. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. Tome XVIII. 3e Série).

Verslagen en Mededeelingen der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1889. Juni en Juli. 8°.

K. STALLAERT. Van den VII Vroeden van binnen Rome. Een dichtwerk der XIVe eeuw. Gent 1889. gr. 8°.
(Uitgegeven door de koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde).

L. SIMONS. Het Roermondsch dialect getoetst aan het Oud-Saksisch en Oud-Nederfrankisch. Gent 1889. roy. 8°.
(Uitgegeven door de koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde).

SLEECKX. De Jacobijnen in België. Gent 1889. 8°.
(Uitgegeven door het Willems-Fonds).

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1889. Tome CVIII. N°. 25. Tome CIX. N°. 1—12. 4°.

Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1889. 4e Série. Tome XVII. Mars-Avril. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1889. 3e Série. Tome XXI. N°. 25—37. 8°.

Comptes rendus des séances de la Société de Biologie. Paris 1889. 9e Série. Tome I. N°. 24—30. 8°.

Compte rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris. 1889. N°. 10—13. 8°.

Bulletin de la Société philomatique de Paris. 1889. 8e Série. Tome I. N°. 2. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1889. 15e Année. Vol. XIV. N°. 667—679. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1889. 5e Année. Vol. IX. N°. 85—90. roy. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1889. Vol. XLVI. N°. 280—281. 8°.

R. von Lendenfeld. A monograph of the horny sponges. London 1889. 4°.
(Published by the royal Society).

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1889. Vol. XLIX. N°. 8. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1889. New Series. Vol. XI. N°. 7—9. 8°.

Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society of London for the year 1889. London 1889. Part 1. 8°.

Transactions of the Linnean Society of London. London 1889. 2d Series. Zoology. Vol. IV. Part 3. Vol. V. Part 1—3. 4°.

Inhoud. Vol. IV. Part 3.

TH. DAVIDSON. A monograph of recent Brachiopoda. Part 3.

Vol. V. Part 1—3.

M. M. HARTOG. The morphology of Cyclops and the relations of the Copepoda.

L. WALSINGHAM. Description of a new genus and species of Pyralidae, from the Kangra valley, Punjab.

J. E. T. AITCHISON. The zoology of the Afghan delimitation commission.

Journal of the Linnean Society. London 1888—1889. Zoology. Vol. XX. N°. 119—121. Vol. XXI. N°. 132. Vol. XXII. N°. 140. Botany. Vol. XXIII. N°. 156—157. Vol. XXIV. N°. 163—164. Vol. XXV. N°. 165—170. Vol. XXVI. N°. 173. 8°.

General Index to the first twenty volumes of the Journal (Botany) and the botanical portion of the Proceedings, November 1838 to June 1886, of the Linnean Society. London 1888. 8°.

List of the Linnean Society of London. Session 1888—89. London 1888. 8°.

Journal of the anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1889. Vol. XVIII. N°. 4. Vol. XIX. N°. 1. 8°.

Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger during the years 1873—76. London 1888—1889. Zoology. Vol. XXVIII—XXXI. 7 Dl. 4°.

Catalogue of the Sanskrit Manuscripts in the Library of the India Office. Part 2. Sanskrit Literature by J. Eggeling. London 1889. 4°.

Memoirs and Proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Manchester 1888. 4th Series. Vol. I. 8°.

Proceedings of the royal physical Society. Edinburgh 1888. Vol. IX. Part 3. 8°.

Transactions and Proceedings of the botanical Society. Edinburgh 1888. Vol. XVII. Part 2. 8°.

Transactions of the royal Irish Academy. Dublin 1889. Vol. XXIX. Part 6—11. 4°.

Inhoud:

6. B. Mac Carthy. The tripartite life of St. Patrick. New textual studies.
7. S. Haughton. Geometrical illustrations of Newland's and Mendelejeff's periodic law of the atomic weights of the chemical elements.
8. R. S. Ball. The eight memoir on the theory of screws, showing how plane geometry illustrates general problems in the dynamics of a rigid body with three degrees of freedom.
9. Ch. Graves. The focal circles of spherical conics.
10. W. S Mc. Cay. On three similar figures, with an extension of Fauerbach's theorem.
11. T. Preston. On the motion of a particle, and the equilibrium of flexible strings on a spherical surface.

The scientific Transactions of the royal Dublin Society. Dublin 1889. 2d Series. Vol. IV. N°. 2—5. 4°.

Inhoud:

2. A. M. Norman. A monograph of the marine and freshwater Ostracoda of the north Atlantic and of north-western Europe.
3. O. Boeddicker. Observations of the planet Jupiter, made with the reflector of three feet aperture, at Birr Castle Observatory, Parsonstown.
4. A. A. Rambaut. A new determination of the latitude of Dunsink Observatory.
5. A. C. Haddon. A revision of the British Actiniae. Part 1.

The scientific Proceedings of the royal Dublin Society. Dublin 1888. New Series. Vol. VI. Part 3—6. 8°.

J. Henry. Aeneidea, or critical, exegetical, and aesthetical remarks on the Aeneis. Dublin 1881—1889. Vol. III. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Wien 1888. Band LIV. 4°.

Inhoud:

von Hauer. Die Cephalopoden des bosnischen Muschelkalkes von Han Bulog bei Sarajevo.

von Langer. Ueber das Verhalten der Darmschleimhaut an der Iliocoecalklappe nebst Bemerkungen über ihre Entwicklung.

von Oppolzer. Zum Entwurf einer Mondtheorie gehörende Entwicklung der Differentialquotienten.

von Ettingshausen. Beiträge zur Erforschung der atavistischen Formen an lebenden Pflanzen und ihrer Beziehungen zu den Arten ihrer Gattung.

——————— Ueber Myrica lignitum Ung. und ihre Beziehungen zu den lebenden Myrica-Arten.

——————— Die fossile Flora von Leoben in Steiermark.

F. von Kerner. Untersuchungen über die Schneegrenze im Gebiete des mittleren Innthales.

Mahler. Astronomische Untersuchung über die angebliche Finsterniss unter Thakelath II von Aegypten.

Igel. Ueber einige algebraïsche Reciprocitäts-Sätze.

Grünfeld. Ueber die Integration eines Systems linearer Differentialgleichungen erster Ordnung mit einer unabhängig veränderlichen Grösse.

Blaschke. Ueber die Ausgleichung von Wahrscheinlichkeiten, welche Functionen einer unabhängig Variabeln sind.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Wien 1888. Abth. 1. Band XCVII. Heft 1—5. Abth. 2^a. Band XCVII. Heft 1—7. Abth. 2^b. Band XCVII. Heft 1—7. Abth. 3. Band XCVII. Heft 1—5. 8^0.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Classe. Wien 1888. Band CXVI. 8^0.

Archiv für oesterreichische Geschichte, herausgegeben von der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1888. Band LXXII. 2te Hälfte. Band LXXIII. 8^0.

Almanach der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1888. Jahrg. 38. 8^0.

Jahrbuch der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1889. Band XXXVIII. Heft 4. 4^0.

Verhandlungen der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1889. N^0. 9. 4^0.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft. Wien 1889. Band XIX. Heft 3. 4^0.

Verhandlungen der kais. kön. zoologisch-botanischen Gesellschaft. Wien 1889. Band XXXIX. Heft 1—2. 8^0.

Verhandlungen des naturforschenden Vereines. Brünn 1888. Band XXVI. 8°.

VI. Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereines in Brünn. Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1886. Brunn 1888. 8°.

Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark. Graz 1889. Jahrg. 1888. 8°.

Mittheilungen des Vereines der Aerzte in Steiermark. Graz 1889. Vereinsjahr XXV. 8°.

Abhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1888. 7e Folge. Band II. 4°.

Inhoud:

Ph. Pocta. Die Anthozoën der böhmischen Kreideformation.
O. Novak. Studien an Echinodermen der böhmischen Kreideformation.
K. Küpper. Die Flächen F^4 und F^3.
St. Kostlivy. Ueber die Temperatur von Prag.
F. J. Studnicka. Resultate der ombrometrischen Beobachtungen in Böhmen während des Jahres 1887.
W. Matzka. Natürlichste Berechnung musikalischer Tonleitern.
F. Augustin. Ueber den jährlichen Gang der meteorologischen Elemente zu Prag.
J. Velenovsky. Die Farne der böhmischen Kreideformation.
M. Lerch. Ueber Functionen mit beschränktem Existenzbereiche.
K. Küpper. Zur Geometrie der Flächen dritter und vierter Ordnung.
A. Stolc. Monografie ceskych Tubificidu.
M. Hermite. Sur la transformation de l'intégrale elliptique de seconde espèce.

Abhandlungen der Classe für Philosophie, Geschichte und Philologie der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1888. 7e Folge. Band II. 8°.

Sitzungsberichte der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1888. 2 Dl. 8°.

Jahresbericht der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften für das Jahr 1887, 1888. Prag 1888—1889. 8°.

J. Theuhlar. Manualnik M. Vacslava Korandy. Praze 1888. 8°.

Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1888. Jahrg. 49. Prag 1889. 4°.

Casopis pro pestovani mathematiky a fysiky, vydava Jednota ceskych mathematiku. Praze 1888. Rocnik XVIII. Cislo 1—6. 8°.

Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie. 1889. N°. 6—7. 8°.

DUITSCHLAND.

Abhandlungen der kön. Akademie der Wissenschaften aus dem Jahre 1888. Berlin 1889. 4°.

Inhoud:

Schulze. Ueber die inneren Kiemen der Batrachierlarven.
Möbius. Bruchstücke einer Rhizopodenfauna der Kieler Bucht.
Waldeyer. Das Gorilla-Rückenmark.
Sachau. Indo-Arabische Studien zur Aussprache und Geschichte des Indischen in der ersten Hälfte des XI Jahrhunderts.
Weiszäcker. Die Urkunden der Approbation König Rupprecht's.
Weber. Ueber den zweiten grammatischen, Pârasiprakâça des Krishnadâsa.
Wattenbach. Ueber das Handbuch eines Inquisitors in der Kirchenbibliothek St. Nicolai in Greifswald.
Koken. Eleutherocercus, ein neuer Glyptodont aus Uruguay.
Schneider. Ueber Eisen-Resorption in thierischen Organen und Geweben.

KAYSER und RUNGE. Ueber die Spectren der Elemente.

MEISSEL. Tafel der Bessel'schen Functionen I^0_k und 1_k von $k = 0$ bis $k = 15.5$.

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1887 und 1889, herausgegeben von dem kön. preussischen meteorologischen Institut. Berlin 1889. 2 Dl. gr. 4°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1889. Jahrg. 6. N°. 16—37. 4°.

Mittheilungen der internationalen kriminalistischen Vereinigung. Berlin 1889. Jahrg. 1. Heft 1. 8°.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1889. Band CXVII. Heft 1—2. 8°.

6ster Bericht der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel, für die Jahre 1887 bis 1889. Berlin 1889. Heft 1. fol.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1889. Jahrg. 1888. Heft 1—6. 4°. oblong.

J. REINKE. Atlas deutscher Meeresalgen. Berlin 1889. Heft 1. fol.

(Herausgegeben von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere).

Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft. Königsberg 1889. Jahrg. 29. 4°.

W. Studemund. Commentatio de Theognideorum memoria libris manu scriptis servata. Vratislaviae 1889. 4°.

Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1889. Band XV. N°. 1—6. 4°.

Inhoud:

B. Peter. Monographie der Sternhaufen G.C. 4460 und G.C. 1440 sowie einer Sterngruppe bei O Piscium.
W. Ostwald. Ueber die Affinitätsgrössen organischer Säuren und ihre Beziehungen zur Zusammensetzung und Constitution derselben.
W. Braune und O. Fischer. Die Rotationsmomente der Beugemuskeln am Ellbogengelenk des Menschen.
W. His. Die Neuroblasten und deren Entstehung im embryonalen Mark.
W. Pfeffer. Beiträge zur Kenntniss der Oxydationsvorgänge in lebenden Zellen.
A. Schenk. Ueber Medullosa Cotta und Tibicaulis Cotta.

Berichte über die Verhandlungen der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Mathematisch-physische Classe 1888. N°. 1—2. 1889. N°. 1. Philologisch-historische Classe 1888. N°. 3—4. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1888. Jahrg. 24. Heft 3. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1889. Jahrg. XII. N°. 311—316. 8°.

Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1889. 2te Reihe. Theil VIII. Heft 1. 8°.

S. A. Naber. Flavii Josephi opera omnia. Lipsiae 1889. Vol. II. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1889. Band XXXV. N°. 7—8. Ergänzungsheft N°. 94. 4°.

P. E. Richter. Litteratur der Landes- und Volkeskunde des Königreichs Sachsen. Dresden 1889. 8°. (Herausgegeben vom Verein für Erdkunde zu Dresden).

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1889. Band XXIII. Heft 4. 8°.

Zeitschrift für Naturwissenschaften, herausgegeben im Auftrage des naturwissenschaftlichen Vereins für Sachsen und Thüringen. Halle a. S. 1889. Band LXII. Heft 1. 8°.

Jahresbericht des naturhistorischen Museums in Lübeck für das Jahr 1888. Lübeck 1889. 8°.

Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten. Hamburg 1889. Jahrg. VI. 1ste Hälfte. 8°.

Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande. Bonn 1889. Jahrg. 46. 1ste Hälfte. 8°.

26ster Bericht der oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. Giessen 1889. 8°.

1ster—5ter Jahresbericht des oberhessischen Vereins für Localgeschichte. Giessen 1879—1887. 8°.

Mitteilungen des oberhessischen Geschichtsvereins. Giessen 1889. Band I. 8°.

Neues lausitzisches Magazin, herausgegeben im Auftrage der oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften.

Görlitz 1888. Band LXIV. Heft 2. Band LXV. Heft 1. 8°.

Zeitschrift der historischen Gesellschaft für die Provinz Posen. Posen 1888. Jahrg. 4. Heft 1—4. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1889. Heft 2. 8°.

Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Würzburg 1889. Neue Folge. Band XXII. 8°.

Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Würzburg 1888. Jahrg. 1888. 8°.

Archiv des historischen Vereins von Unterfranken und Aschaffenburg. Würzburg 1888. Band XXXI—XXXII. 2 Dl. 8°.

Jahres-Bericht des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg für 1887 und 1888. Würzburg 1888—1889. 8°.

Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. Stuttgart 1889. Jahrg. 45. 8°.

Jahrbücher des nassauischen Vereins für Naturkunde. Wiesbaden 1889. Jahrg. 42. 8°.

Berichte der naturforschenden Gesellschaft. Freiburg i. B. 1888—1889. Band III—IV. 8°.

P. D. Chantepie de la Saussaye. Lehrbuch der Religionsgeschichte. Freiburg i. B. 1887—1889. Bd. I—II. 8°.

ZWITSERLAND.

J. H. Graf. Der Mathematiker Johann Samuel König und das Princip der kleinsten Aktion. Bern 1889. 8°.

Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1888. Bern 1889. N°. 1195—1214. 8°.

Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft. Solothurn 1888. Jahresbericht 1887/8. 8°.

Compte-rendu des travaux présentés à la 71e session de la Société helvétique des Sciences naturelles. Genève 1888. 8°.

Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles. Lausanne 1889. 3e Série. Vol. XXIV. N°. 99. 8°.

LUXEMBURG.

Publications de la section historique de l'Institut royal grand-ducal de Luxembourg. 1889. Vol. XL. roy. 8°.

SPANJE EN PORTUGAL.

Memorias de la real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid 1888—1889. Tomo XIII. Parte 2—3. 4°.

Inhoud:

L. de la Escosura y Morrogh. El artificio de Juanelo y el puente de Julio Cesar.

M. P. Graells. Las ballenas en la costas oceanicas de Espana.

Revista de los progresos de las Ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid 1888—1889. Tomo XXII. N°. 5—7. 8°.

Observaciones meteorologicas efectuadas en el Observatorio de Madrid durante los anos 1886 y 1887. Madrid 1889. 8°.

Resumen de las observaciones meteorologicas efectuadas en la peninsula y algunas desus islas adyacentes durante el ano de 1884 y 1885. Madrid 1889. 2 Dl. 8°.

J. Ramos-Coelho. Historia do infante D. Duarte Irmão de el rei D. Joa IV. Lisboa 1889. Tomo I. 8°.

ITALIË.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1886—1887. Memorie della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Serie 4ª. Vol. III—IV. 4°.

Inhoud, Vol III:

Paterno e Nasini. Sulla determinazione del peso molecolare delle sostanze organiche per mezzo del punto di congelamento delle loro soluzioni.

Righi. Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo d'una calamita.

Colasanti e Mengarini. Il fenomeno spettrale fisiologico.

Lovisato. Una pagina di preistoria sarda.

Montesano. Su le correlazioni polari dello spazio rispetto alle quali una cubica gobba e polare a se stessa.

Taramelli e Mercalli. I terremoti Andalusi, cominciati il 25 dicembre 1884.

La Valle. Sul diopside di Val d'Ala.

De Paolis. Alcune applicazioni della teoria generale delle curve polari.

Schiaparelli. Osservazioni astronomiche e fisiche sull' asse di rotazione e sulla topografia del pianeta Marte, fatte nella reale specola di Brera in Milano coll' equatoriale di Merz.

Pittarelli. Studio algebrico- geometrico intorno alla corrispondenza.

———— Le cubiche con un punto doppio e la corrispondenza.

Betocchi. Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell' Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1885.

VENTURI. Le perturbazioni assolute di Feronia prodotte dall' attrazione di Giove.

MOSSO. Sull' azione fisiologica della cocaina.

RIGHI. Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulle superficie equatoriale d'una calamita.

KÖRNER e MENOZZI. Intorno ad alcuni nuovi derivati dell'acido isosuccinico.

LA VALLE. Studio cristallografico di alcuni nuovi derivati dell'acido iso-succinico.

VISALLI. Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni.

PONZI e MELI. Molluschi fossili del Monte Mario presso Roma.

Vol. IV.

PADOVA. Sulle espressioni invariabili.

FUSARI. Intorno alla fina anatomia dell'encefalo dei Teleostei.

SCHLAEFLI. Verbesserungen und Zusätze zu den Bemerkungen über die Lameschen Functionen.

GRIMALDI. Sulla resistenza elettrica delle amalgame di sodio e di potassio.

ARTINI. Natrolite della regione Veneta.

——— Contribuzioni alla mineralogia del Vicentino.

STRUEVER. Ulteriori osservazioni sui giacimenti minerali di Val d'Ala in Piemonte.

GEROSA. Sulla resistenza elettrica dei miscugli delle amalgame liquide e sulle costanti fisiche dei miscugli di liguidi isomeri.

GEROSA e MAI. Ricerche sul massimo di densita dei miscugli delle soluzioni saline corrispondenti, preceduta da una verifica dol valor massimo di densita dell'acqua distillata.

MORIGGIA. Osservazioni e note sperimentali sulle mummie di Ferentillo.

ASCHIERI. Sulla curva normale di uno spazio a quattro dimensioni.

BORDIGA. La superficie del 6° ordine, con dieci rette, nello spazio R_4; e le sue proiezioni nello spazio ordinario.

BATTELLI. Sulla resistenza elettrica delle amalgame.

BIANCHI. Sui sistemi di Weingarten negli spazi di curvatura costante.

LAZZERI. Sopra i sistemi lineari di connessi quaternari (1,1).

CIAMICIAN. Il pirrolo e i suoi derivati.

ARTINI. Epidoto dell'Elba.

ASCOLI. Ricerche sperimentali sopra alcune relazioni tra l'elasticità e la resistenza elettrica dei metalli.

RIGHI. Sulla conducibilita calorifica del bismuto posto in un campo magnetico.

Sella. Sulla sellaite e sui minerali che l'accompagnano.
Scacchi. Studio cristallografico dei fluossimolibdati d'ammonio.
Mauro. Nuove ricerche sui fluossimolibdati ammonici.
Scacchi. Studio cristallografico dei fluossiipomolibdati.
Bianchi. Sulle superficie d'area minima negli spazi a curvatura costante.
Aducco. Esperienze sopra l'azione fisiologica delle basi tossiche dell' orina normale.
Grassi. Anatomia comparata dei Tisanuri e considerazioni generali sull' organizzazione degli insetti.
D'Ovidio. Sopra alcuni invarianti simultanei di due forme binarie degli ordini 5 et 4, e sul risultante di esse.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1886—1888. Serie 4ª. Memorie di Scienze morali, storiche e filologiche. Vol. II—V. 4º.

Vol. II.

De Lollis. Il canzoniere provenzale O (cod. Vat. 3208).
Puntoni. Sopra alcune recensioni dello Stephanites kai Ichnelates.
Chiapelli. Glosse d'Irnerio e della sua scuola, tratte dal manoscritto capitolare pistoiese dell' Authenticum.
De Stefani. Notizie storiche delle scoperte paletnologiche fatte nel comune di Breonio-Veronese.
Ferri. Il fenomeno sensibile e la percezione ossia i fondamenti del realismo.
Schupfer. Degli usi civici e altri diritti del comune di Apricena.

Vol. III.

Ferri. Della idea del vero e sua relazione coll'idea dell'essere.
Caetani-Lovatelli Ersilia. Thanatos.
Schupfer. Della legge romana udinese.
Le Blant. Les prémiers chrétiens et le démon.
Tommasini. Il registro degli officiali del comune di Roma esemplato dallo scribasenato Marco Guidi.
Schupfer. L'editto di Teodorico. Studi sull'anno della sua pubblicazione.
Cognetti De Martiis. Un socialista Cinese del V secolo av. C. Mih-Teih.

Vol. IV.

Notizie degli scavi. Gennaio-Dicembre 1888.

Vol. V.

H. Pais. Corporis inscriptionum latinarum supplementa italica. Fasc. 1. Addimenta ad vol. V. Galliae Cisalpinae.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1889. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. V. 1° Semestre. Fasc. 6—12. 4°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1889. N°. 84—89. 8°.

Archivio per l'antropologia e la etnologia. Firenze 1889. Vol. XIX. Fasc. 1. 8°.

Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova. 1888. Nuova Serie. Vol. IV. 8°.

Annali della reale Scuola normali superiore. Pisa 1888. Vol. X. 8°.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Processi verbali. Vol. VI. Adunanza del 12 Maggio 1889. 8°.

Rendiconti dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Napoli 1888. Serie 2. Vol. II. 4°.

A. de Gregorio. Annales de Géologie et de Paléontologie. Palerme 1889. Livr. 6. 4°.

Inhoud:

Iconografia conchiologica mediterranea vivente e terziaria. I Studi sul genere Scalaria.

DENEMARKEN.

Mémoires de l'Académie royale des Sciences. Copenhague 1888. 6e Série. Classe des Sciences. Vol. IV. N°. 8. 4°.

Inhoud:

E. Warming. Familien Podostemaceae. (Etude sur la famille des Podostémacées).

Mémoires de l'Académie royale des Sciences. Copenhague 1889. 6e Série. Classe des Lettres. Vol. II. N°. 4—5. 4°.

Inhoud:

4. J. L. Ussing. Phratri-Beslutninger fra Dekeleia (Inscription phratrique de Décélie).
5. C. N. Starcke. Etikens teoretiske Grundlag.

Oversigt over det kongelige danske Videnskabernes Selskabs forhandlinger. Kjobenhavn 1888. N°. 3. 1889. N°. 1. 8°.

Regesta diplomatica historiae danicae. Kjobenhavn 1889. Series 2a. Tomus I. N°. VI. 4°.

E. Museo Lundii. En samling af afhandlinger om Brasiliens kalkstenshuler af P. V. Lund. Kjöbenhavn 1888. Bind I udgivet af Chr. Fr. Lütken. 4°.

Fortegnelse over det kong. Kunstakademis Bibliothek. Kjobenhavn 1889. 8°.

RUSLAND.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1889. Dl. XXV. N°. 1—2 8°. (In het Russisch.)

Annalen des physikalischen Central-Observatorium. St. Petersburg 1888. Jahrg. 1887. Theil II. gr. 4°.

Bulletin de la Société impériale des naturalistes. Moscou 1888. N°. 3. 8°.

Description systématique des collections du Musée ethnographique Dashkow à Moscou. 1889. Livr. 2 8°. (In het Russisch).

Jaarverslag van het Openbaar Museum te Moscou over 1886—1888. Moscou 1889. 8°. (In het Russisch).

G. Loesschki. Aus der Unterwelt. Dorpat 1888. 4°.

Festrede zur Jahresfeier der Stiftung der Universität Dorpat am 12 December 1888 gehalten von F. Hoerschelmann. Dorpat 1889. 4°.

E. Anthen. Ueber die Wirkung der Leberzelle auf das Hämoglobin. Dorpat 1889. 8°.

P. Bergengruen. Ueber die Wechselwirkung zwischen Wasserstoffsuperoxyd und verschiedenen Protoplasmaformen. Dorpat 1888. 8°.

A. Bertels. Versuche über die Ablenkung der Aufmerksamkeit. Dorpat 1889. 8°.

J. Blumberg. Ueber die vitalen Eigenschaften isolirter Organe. Dorpat 1889. 8°.

O. Burchard. Ueber den Einfluss des Kohlensauren resp. citronsauren Natrons auf den Stoffwechsel, speciell auf die Stickstoffausscheidung. Dorpat 1889. 8°.

E. Clemenz. Anatomische und kritische Untersuchungen über die sog. weissen Infarcte der Placenta und über den sogenannten weissen Deciduaring. Dorpat 1889. 8°.

C. Darjewitsch. Ein Beitrag zur Kenntniss der Zuzammensetzung des arteriellen und venösen Bluts der Milz und der Niere. Dorpat 1889. 8°.

M. Ejner. Experimentelle Studien über den Zeitsinn. Dorpat 1889. 8°.

E. Etzold. Klinische Untersuchungen über Nervennaht. Dorpat 1889. 8°.

A. Feoktistow. Experimentelle Untersuchungen über Schlangengift. St. Petersburg 1888. 8°.

E. von Frey. Der Kohlensäuregehalt der Luft in und bei Dorpat bestimmt in den Monaten September 1888 bis Januar 1889. Dorpat 1889. 8°.

V. Glass. Die Milz als blutbildendes Organ. Dorpat 1889. 8°.

M. Goldenblum. Versuche über Collateralcirculation und haemorrhagischen Infarct. Dorpat 1889. 8°.

H. Gorodecki. Ueber den Einfluss des experimentell in den Körper eingeführten Hämoglobins auf Secretion und Züsammensetzung der Galle. Dorpat 1889. 8°.

J. Hartenstein. Die topographische Verbreitung der Vater'schen Körperchen beim Menschen. Dorpat 1889. 8°.

J. Heimann. Der Köhlensäuregehalt der Luft in Dorpat bestimmt in den Monaten Juni bis September 1888. Dorpat 1889. 8°.

N. Jorban. Vergleichende Untersuchungen der wichtigeren zum Nachweise von Arsen in Tapeten und Gespinnsten empfohlenen Methoden. Dorpat 1889. 8°.

C. Jukna. Ueber Condurangin. Dorpat 1888. 8°.

E. Liessner. Ein Beitrag zur Kenntniss der Kiemenspalten und ihrer Anlagen bei amnioten Wirbelthieren. Dorpat 1889. 8°.

A. Luck. Ueber Elasticitätsverhältnisse gesunder und kranker Arterienwände. Dorpat 1889. 8°.

L. Lutz. Ueber die Verminderung des Haemoglobingehalts des Blutes während des Kreislaufs durch die Niere. Dorpat 1889. 8°.

A. Mankowsky. Ueber die wirksamen Bestandtheile der Radix Bryoniae albae. Dorpat 1889. 8°.

E Mehnert. Ueber die topographische Verbreitung der Angiosclerose nebst Beilägen zur Kenntniss des normalen Baues der Aeste des Aortenbogens und einiger Venenstämme. Dorpat 1888. 8°.

M. von Middendorff. Bestimmungen des Hämoglobingehaltes im Blut der zu- und abführenden Gefässe der Leber und der Milz. Dorpat 1888. 8°.

M. Minkiewicz. Beitrag zur Kenntniss der in Urechites suberecta enthaltenen wirksamen Substanzen. Dorpat 1888. 8°.

W. Nemethy. Ein Beitrag zur Laparotomie bei Schuss- und Stichwunden des Magens. Dorpat 1889. 8°.

G. Neubert. Ein Beitrag zur Blutuntersuchung, speciell bei der Phthisis pulmonum und dem Carcinom. Dorpat 1889. 8°.

E. Neukirchen. Ueber die Verwerthbarkeit des spec. Gewichts und des Eiweissgehalts pathologischer Trans- und Exsudate zur klinischen Beurtheilung derselben. Dorpat 1888. 8°.

A. Oehrn. Experimentelle Studien zur Individualpsychologie. Dorpat 1889. 8°.

Th. Pacht. Untersuchungen über das Verhalten der Fette zu Zuckersolutionen. Dorpat 1888. 8°.

E. Pallop. Ueber die Wirkung des sogenannten ozonisirten Terpentinoels. Dorpat 1889. 8°.

B. Raue. Untersuchungen über ein aus Afrika stammendes Fischgift. Dorpat 1889. 8°.

A. Rymsza. Ein Beitrag zur Toxikologie der Pikrinsäure. Dorpat 1889. 8°.

A. von Sass. Experimentelle Untersuchungen über die Beziehung der motorischen Ganglienzellen der Medulla spinalis zu peripheren Nerven. Dorpat 1888. 8°.

A. Schabert. Die chirurgische Behandlung des Hydrops anasarka. Dorpat 1889. 8°.

E. Schütz. Untersuchungen über den Bau und die Entwickelung der epithelialen Geschwülste der Niere. Dorpat 1889. 8°.

H. Schwartz. Experimentelles zur Frage der Folgen der Schilddrüsenexstirpation beim Hunde mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Erregbarkeit des Nervensystems. Dorpat 1888. 8°.

D. Schweder. Ueber Eserin und Eseridin. Dorpat 1889. 8°.

M. Sihle. Ein Beitrag zur Statistik der Rectumcarcinome. Dorpat 1889. 8°.

B. A. Treitenfeld. Beiträge zur Toxikologie des Ortho- und Para-Toluidin. Dorpat 1888. 8°.

R. Vogel. Beitrag zur Casuistik der Hirnmanteldefecte (Porencephalie). Dorpat 1889. 8°.

E. Wicklein. Experimenteller Beitrag zur Lehre vom Milzpigment. Dorpat 1889. 8°.

H. von Wilcken. Vergleichende Untersuchungen über den Hämoglobingehalt im Blute des arterischen Gefässsystems und der Vena cava inferior vor und nach dem Eintritt der Vena hepatica. Dorpat 1889. 8°.

E. Wittram. Bacteriologische Beiträge zur Aetiologie des Trachom's. Dorpat 1889. 8°.

A. Wladimiroff. Ueber die Rückwirkung der artificiellen Hydronephrose auf das Herz. Dorpat 1889. 8°.

J. Woroschilsky. Wirkung des Urans. Dorpat 1889. 8°.

A. Klein. Studien über den gerichtlich-chemischen Nachweis von Blut. Dorpat 1889. 8°.

F. Lichinger. Die officinellen Croton- und Diosmeenrinden der Sammlung des Dorpater pharmaceutischen Institutes. Dorpat 1889. 8°.

L. Natanson. Ueber die kinetische Theorie der Joule'schen Erscheinung. Dorpat 1888. 8°.

R. Reichwald. Experimentelle Untersuchungen über Darstellung und Eigenschaften des Fumarins. Dorpat 1888. 8°.

E. Wilbuschewicz. Histiologische und chemische Untersuchungen der gelben und rothen americanischen und einiger cultivirter Java-Chinarinden. Dorpat 1889. 8°.

A. Aleksandrow. Litauische Studien. I. Nominalzusammensetzungen. Dorpat 1889. 8°.

J. Ohse. Untersuchungen über den Substanzbegriff bei Leibniz. Dorpat 1888. 4°.

O. de Schoeffer. De Deli insulae rebus. Berolini 1889. 8°.

AZIË.

C. Swinhoe and E. C. Cotes. A Catalogue of the moths of India. Calcutta 1889. Part 7. 8°.

J. Wood-Mason. A Catalogue of the Mantodea, with descriptions of new genera and species. Calcutta 1889. N°. 1. 8°.

T. N. Mukharji. Art-manufactures of India. Calcutta 1888. 8°.

Journal of the College of Science, Imperial University, Japan. Tokio 1889. Vol. III. Part 1—2. 4°.

Inhoud:

M. Yokoyama. Jurassic plants from Kaga, Hida, and Echizen.
Y. Kikuchi. On Pyroxenic components in certain volcanic rocks from Bonin Island.
S. Sekiya. The eruption of Bandai-San.

Mitteilungen aus der medicinischen Facultät der kais.-japanischen Universität. Tokio 1889. Band I. N°. 3. 4°.

Inhoud:

D. Takahashi. Beiträge zur Constitution des Scopoletins.
——— Untersuchungen über die pupillenerweiternde Wirkung der Ephedrins.
Y. Inoko. Toxikologisches über einen Japanischen Giftschwam.
D. Takahashi. Untersuchungen über einen Bestandtheil der Scutellaria lanceolaria.

Journal of the China branch of the royal Asiatic Society. Shanghai 1888. New Series. Vol. XXIII. N°. 2. 8°.

AFRIKA.

Map of the Transvaal or S. A. Republic and surrounding territories by FRED. JEPPE. Pretoria 1889. 4 bladen. Plano.

AMERIKA.

Bulletin of the U. S. coast and geodetic Survey. Washington 1889. N°. 9. 4°.

Bureau of Education. Circular of Information. Washington 1889. N°. 4—7. 8°.

Annual Report of the comptroller of the currency to the 2d session of the 50th congress of the U. S. December 1, 1888. Washington 1888. 8°.

Report upon international exchanges under the direction of the Smithsonian Institution for the year ending June 30, 1888. Washington 1889. 8°.

U. S. geological Survey. Mineral Resourches of the U. S. Calendar Year 1887. Washington 1888. 8°.

Bulletin of the U. S. geological Survey. Washington 1887—88. N°. 40—47. 8°.

Annals of the astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge 1889. Vol. XVIII. N°. 9. Vol. XIX. Part 1. Vol. XX. Part 2. 4°.

Proceedings of the Boston Society of natural History. Boston 1888. Vol. XXIII. Part 3—4. 8°.

E. N. DICKERSON. Joseph Henry and the magnetic telegraph. New-York 1885. 8°.

Proceedings of the Academy of natural Science. Philadelphia 1889. Part 1. 8°.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia 1888. Vol. XXV. N°. 128. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1889. Vol. XII. N°. 24—26. Vol. XIII. N°. 1—11. 4°.

Johns Hopkins University circulars. Baltimore 1888. Vol. VII. N°. 66–68. Vol. VIII. N°. 74. 4°.

American Journal of Mathematics, edited by S. Newcomb. Baltimore 1888—1889. Vol. X. N°. 4. Vol. XI. N°. 1—2. 4°.

American chemical Journal, edited by Ira Remsen. Baltimore 1888. Vol. X. N°. 4—6. 8°.

Johns Hopkins University Studies in historical and political Science. Baltimore 1889. 7th Series. N°. 1. 8°.

American Journal of Philology. Baltimore 1888. Vol. IX. N°. 2—3. 8°.

American Journal of Science. New Haven 1888—89. Vol. XXXVI. N°. 216. N°. XXXVII. N°. 217—220. 8°.

Report for the year 1888—89, presented by the board of managers of the Observatory of Yale University. 8°.

Proceedings of the trustees of the Newberry library for the year ending January 5, 1889. Chicago 1889. 8°.

Transactions of the Academy of Science. St. Louis 1888. Vol. V. N°. 1—2. 8°.

Memoria presentada al congreso de la Union por el secretario de fomento, colonizacion, industria y commercio de la republica Mexicana. Mexico 1885. Tomo I—III. 4°.

Informes y documentos relativos y a commercio interior y exterior, agricultura e industrias. Mexico 1885—1889. N°. 1—8, 17—22, 26—29, 31—43, 46, 47. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1889. Tomo II. N°. 9—10. 8°.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1889. Anno IV. N°. 5—8. 4°.

Annaes da Academia de Medicina do Rio de Janeiro. 1889. 6e Série. Tomo IV. N°. 3—4. 8°.

Boletim da Academia imperial de Medicina do Rio de Janeiro. 1889. Anno IV. N°. 11—15. 4°.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1889. Tomo XXVII. N°. 2—5. 8°.

Boletin de la Academia nacional de Ciencias. Buenos Aires 1888. Tomo XI. Entr. 3. 8°.

Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereins zu Santiago. 1888. Heft 6. 8°.

AUSTRALIË.

Journal and Proceedings of the royal Society of N. S. W. Sydney 1888. Vol. XXII. Part 2. 8°.

Transactions and Proceedings of the royal geographical Society of Australasia. Sydney 1888. Vol. III—IV. 1 Dl. 8°.

John T. Mann. First Report on New Guinea. Sydney 1889. 8°.

AANGEKOCHT.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1889. Jaarg. 7. Afl. 2. 4°.

J. G. Frederiks en F. J. van den Branden. Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuidnederlandsche Letterkunde. Amsterdam 1888. Afl. 5. 8°.

De Navorscher. Amsterdam 1889. Nieuwe Serie. Jaarg. 22. N°. 7—9. 8°.

Journal des Savants. Paris, Juin—Août 1889. 4°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1889. N°. 189—201. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1889. 7e Série. Zoologie. Tome VII. N°. 1—4. Botanie. Tome IX. N°. 1—6. 8°.

Archives de Zoologie expérimentale et générale. Paris 1889. 2e Série. Tome VII. N°. 1. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1889. 2e Série. Tome XIII. Juillet—Août. 8°.

Revue générale de botanique. Paris 1889. Tome I. N°. 6—9. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1889. 6e Série. Tome XVII. Juillet—Septembre. 8°.

A. Laporte. Histoire littéraire du 19e siècle. Paris 1889. Tome VI. Livr. 3—4. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1889. 5th Series. Vol. XXVIII. N°. 170—172. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1889. 6th Series. Vol. IV. N°. 19—21. 8°.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. London 1889. Vol. XXIII. Part 4. 8°.

Annals of Botany. London 1889. Vol. III. N°. X. 8°.

L. Stephen. Dictionary of national Biography. London Vol. XIX. (Finch-Forman). roy. 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2905—2922. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen, 1889. N°. 14—18. 8°.

Arbeiten aus dem kais. Gesundheitsamte. Berlin 1889. Band V. Heft 3. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1889. Jahrg. XIII. N°. 26—38. 4°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1887—1889. Jahrg. 53. Band II. Heft 1. Jahrg. 55. Band I. Heft 2. 8°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1889. Jahrg. 7. Heft 5—7. 8°.

Jahrbuch des kön. botanischen Gartens. Berlin 1889. Band V. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1889. Neue Folge. Band XXXVII. Heft 3—4. Band XXXVIII. Heft 1. Beiblätter. Band XIII. N°. 7—8. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1889. Band III. Heft 6. Band IV. Heft 1—3. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1889. 4e Folge. Band XVII. Heft 2. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a.M. 1889. Jahrg. 30. N°. 6—8. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1889. Band CCLXXII. Heft 13. Band CCLXXIII. N°. 1—11. 8°.

Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Marburg 1889. Neue Reihe. Jahrg. 47. Heft 3. 8°.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1889. 3e Période. Tome XLII. N°. 126—127. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1889. 3e Période. Tome XXII. N°. 7—8. 8°.

A. de Gubernatis. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1889. Livr. 8—9. (Czo-Gab). roy. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN OCTOBER—NOVEMBER 1889.

NEDERLAND.

Revue internationale des falsifications. Amsterdam 1889. 3e Année. Livr. 3—4. 4°.

Jaarboek der Universiteit van Amsterdam (1886 – 1888). Amsterdam 1888—1889. 2 Dl. 8°.

Nieuw Archief voor Wiskunde. Amsterdam 1889. Deel XVI. St. 1. 8°.

Handelingen der 44ste algemeene vergadering van het Nederlandsch Onderwijzers-Genootschap, gehouden op 31 Juli, 1 en 2 Augustus te Assen. Amsterdam 1889. 8°.

Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences. Harlem 1889. Tome XXIII. Livr. 5. 8°.

Tijdschrift der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. 1889. September - October. 8°.

Professor Donders door Dr. B. J. Stokvis. Haarlem 1889. 8°.
(Mannen van Beteekenis in onze dagen. Afl. 7).

Leonard A. Springer. De Oud-Hollandsche tuinkunst. Proeve eener bijdrage tot hare geschiedenis. Haarlem 1889. 4°.

Tijdschrift van de Nederlandsche dierkundige Vereeniging. Leiden 1889. 2de Serie. Deel II. Afl. 4. 8°.

Aegyptische Monumenten van het Nederlandsch Museum van Oudheden te Leyden door C. Leemans en W. Pleyte. Leyden 1889. Afl. 30. Plano.

Tijdschrift voor Nederlandsche taal- en letterkunde, uitgegeven van wege de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde. Leiden 1887—1888. Jaarg. 7—8. 8°.

Sammlungen des geologischen Reichs-Museums in Leiden. I. Beiträge zur Geologie Ost-Asiens und Australiens. Leiden 1889. Band IV. Heft 5—6. 8°.

C. G. J. Wilde. De C. Plinii Caecilii Secundi et imperatoris Trajani epistulis mutuis disputatio. Lugduni-Bat. 1889. 8°.

Bibliotheca geographorum Arabicorum edidit M. J. de Goeje. Lugduni-Bat. 1889. Pars 6. 8°.

Annales de l'Ecole polytechnique de Delft. Leide 1889. Tome V. Livr. 1—2. 4°.

Inhoud:

V. A. Julius. Sur les spectres de lignes des éléments.
——— Sur les raies doubles dans les spectres du natrium, du magnésium et de l'aluminium.

Verslag aan den Koning over de openbare werken in het jaar 1888. 's Gravenhage 1889. 4°.

Verslag aan den Koning betrekkelijk den dienst der Posterijen, der Rijkspostspaarbank en der Telegrafen in Nederland, 1888. III. Telegrafen. 's Gravenhage 1889. 4°.

Pharmacopoea Nederlandica. Hagae Com. 1889. Editio tertia. 8°.

Nederlandsche Pharmacopee. 's Gravenhage 1889. 3e Uitgave. 8°.

Koninklijk Besluit van 27 September 1889 tot vaststelling van de 3e uitgave der Nederlandsche Pharmacopee en tot nadere aanwijzing van de geneesmiddelen, bedoeld in het vierde lid van art. 9 der wet van 1 Juli 1865. — Beschikking van den Minister van Binnenlandsche Zaken, houdende nadere vaststelling van de lijsten van vergiften en van geneesmiddelen, bedoeld in art. 7 en 30 der wet van 1 Juni 1865. 's Gravenhage 1889. 8°.

Verslagen omtrent 's rijks verzamelingen van Geschiedenis en Kunst. X. 1887. 's Gravenhage 1889. 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs, 1888—1889. 's Gravenhage 1889. 5de afl. 1ste gedeelte. 1889—1890. 1ste afl. 2de gedeelte. 4°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1889. Deel XXXII. Afl. 4. 8°.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1889. 5e Reeks. Deel IV. Afl. 4. 8°.

Bijdragen voor vaderlandsche Geschiedenis en Oudheidheidkunde. 's Gravenhage 1889. 3e Reeks. Deel V. Afl. 4. 8°.

A. A. Vorsterman van Oyen. Supplément au Dictionnaire nobiliaire. la Haye 1889. 8°.

M. S. Pols. Leiddraad bij de voorlezingen over strafrecht en strafvordering. 's Gravenhage 1889. 1ste Afl. 8°.

Strafrecht en strafrechtspraktijk vóór de Fransche revolutie. 's Gravenhage 1889. 8°.

Waterbouwkunde door N. H. Henket, Ch. M. Schols en I. M. Telders. 's Gravenhage 1889. Deel I. Afd. VII. Afl. 2. Deel III. Afd. XIV. Afl. 8—9. 8°. Met platen. Plano.

C. Snouck Hurgronje. Bilder aus Mekka. Leiden 1889. gr. 4°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor Geschiedenis, Geslacht-, Wapen-, Zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1889. Jaarg. VI. N°. 9—10. 4°.

J. T. Oudemans. Thermophila furnorum Rovelli. 8°. (Overgedrukt uit het Tijdschrift voor Entomologie. Dl. XXXII.).

Jaarboek der Rijks-Universiteit te Groningen, 1888—1889. Groningen 1889. 8°.

Mededeelingen en Berichten der Geldersch-Overijsselsche Maatschappij van Landbouw over 1889. Arnhem 1889. N°. 2. 8°.

W. Pleyte, A. van der Bogert en H. Bouwheer. Bijdragen tot de geschiedenis van Barneveld (Uddel en Uddeler Heegde). Barneveld 1889. gr. 8°.

Publications de la Société historique et archéologique dans le duché de Limbourg. Maestricht 1889. Tome XXV. 8°.

Algemeen Verslag, gedaan te Groningen in de jaarlijksche vergadering, gehouden den 8sten Juli 1889, wegens het Instituut van Doofstommen. 8°.

Uit dagen van strijd. Liederen in 1830 opgedragen aan de schutterijen van Noord-Nederland door Mr. Jacob van Lennep. Opnieuw uitgegeven door H. M. J. van Lennep. 2e oplaag. Z. p. en j. 8°.

Koninkrijk der Nederlanden. Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar 1888. 's Gravenhage 1889. 2e Gedeelte. fol.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden September—October 1889. 's Gravenhage 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maanden Mei en Juni 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maanden Mei en Juni 1889. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. Deel XXIX. Afl. 4. 8°.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maat-

schappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1889. Deel XXXIX. Afl. 2. 8°.

P. H. VAN DER KEMP. Resumé van gewestelijke rapporten over de kunstnijverheid in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. 8°.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1889. Jaarg. 10 (1888). 8°.

Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Batavia 1889. Vol XI. gr. 4°.

G. I. P. I. BOLLAND. Natuurwetenschap en wijsbegeeerte. Eene kritisch-polemische studie. Batavia 1889. 8°.

I. HAAK. Observations sur les Rafflesias (Rafflesia patma Blume). Samarang 1889. 4°.

Notulen der algemeene vergadering van de Soekaboemische landbouwvereeniging op Woensdag 14 Augustus 1889 in de Societeit »Soekamanah" te Soekaboemi. 8°. (Overgedrukt uit het Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw te Batavia, 1889.)

BELGIË.

Mémoires de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1889. Tome XLVII. 4°.

Inhoud:

E. CATALAN. Seconde Note sur les fonctions Xn.
——— Remarques sur certaines intégrales définies.
——— Sur un tableau numérique et sur son application à certaines transcendantes.

E. Catalan. Nouvelles propriétés des fonctions Xn; avec supplément.
F. Folie. Théorie des mouvements diurne, annuel et séculaire de l'axe du monde (suite et fin).
Briart et Cornet. Description des fossiles du calcaire grossier de Mons (4e Partie).
C. Potvin. Un peu de poésie homérique. Comment il faudrait la traduire et l'illustrer.
Le Yih King. Texte primitif rétabli, traduit et commenté par C. de Harlez.

Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers publiés par l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. Tome XLIX. 4°.

Inhoud:

E. Yung. Contributions à l'histoire physiologique de l'escargot (Helix pomatia).
L. de Ball. Recherches sur l'orbite de la planète (181) Eucharis.
———— Détermination de la parallaxe relative de l'étoile principale du couple optique Σ 1516 AB à l'aide d'observations faites à l' Institut astronomique annexé à l'Université de Liège.
P. Ubaghs. Détermination de la direction et de la vitesse du transport du système solaire dans l'espace.
P. Stroobant. Etude sur le satellite énigmatique de Vénus.
L. de Ball. Masse de la planète Saturne déduite des observations des satellites Japet et Titan faites en 1885 et en 1886 à l'Institut astronomique de Liège.
F. Terby. Etudes sur l' aspect physique de la planéte Jupiter (2e partie). Observations faites à Louvain à la lunette de Secretan de 1882 à 1885.
H. Stis. Etude biographique, littéraire et bibliographique sur Olivier de la Marche.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l' Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1887—1889. Tome XL—XLII. 8°.

Ch. Piot. Correspondance du Cardinal de Granvelle, 1565—1583. Bruxelles 1887. Tome VI. 4°.
(Collection de Chroniques belges inédites.)

Kervijn de Lettenhove. Relations politiques des Pays-Bas et de l'Angleterre sous le régne de Philippe II. Bruxelles 1888. Tome VI—VII. 4°.
(Collection de Chroniques belges inédites.)

Ch. Piot. Histoire des troubles des Pays-Bas par Messire Renon de France. Bruxelles 1889. Tome II. 4°.
(Collection de Chroniques belges inédites.)

L. Devillers. Cartulaire des comtes de Hainaut, de l'avènement de Guillaume II à la mort de Jacqueline de Bavière. Bruxelles 1889. Tome IV. 4°.
(Collection de Chroniques belges inédites.)

Introduction au Tome VII de la table chronologique des Chartes et diplômes imprimés concernant l'histoire de la Belgique. Complément de la 1e partie de ce Tome. Bruxelles 1888. 4°.

Compte rendu des séances de la Commission royale d'Histoire. Bruxelles 1887—1889. 4e Série. Tome XIV. Bulletin 2—4. Tome XV. Bulletin 1—4. Tome XVI. Bulletin 1. 8°.

Biographie nationale publiée par l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1886—1889. Tome IX. Fasc. 2. Tome X. Fasc. 1—2. roy. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. 4e Série. Tome III. N°.8—9. 8°.

Annales de la Société entomologique. Bruxelles 1888. Tome XXXII. roy. 8°.

Université de Liége. Institut de Physiologie. Travaux du Laboratoire de L. Fredericq. Liége 1888. Tome II. 8°.

Annuaire de l'Université catholique de Louvain. 1889. Année 53. 8°.

W. Bauduin. De consuetudine in jure canonico. Lovanii 1888. 8°.

M. Lecler. De romano Sancti Petri episcopatu. Lovanii 1888. 8°.

D. Nijs. Le problème cosmologique. Louvain 1888. 8°.

Discours prononcé à la salle des promotions de l'Université catholique de Louvain le 10 Octobre 1888, jour de l'ouverture des cours par Mgr. Abbeloos. Louvain. 8°.

Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1888. Augustus en September. 8°.

Jaarboek van het Willems-fonds. Verslagen over het bestuursjaar 1889. Gent 1889. 8°.

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1889. Tome CIX. N°. 13—21. 4°.

Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1889. 4e Série. Tome XVII. Mai—Juin. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1889. 3e Série. Tome XXI. N°. 38—46. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1889. Tome XVII. N°. 4. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie. Paris 1889. 9e Série. Tome I. N°. 31—32. 8°.

Compte rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris. 1890. N°. 1—2. 8°.

Publications de l'Ecole des langues orientales vivantes. Paris 1889. 3e Série. Vol. III. gr. 8°.

Inhoud :

Nozhet-Elhädi, Histoire de la dynastie Saadiene au Maroc (1511—1670). Traduction française par O. Houdas.

Journal d'Hygiène. Paris 1889. 15e Année. Vol. XIV. N°. 680—687. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1889. 5e Année. Tome IX. N°. 91—93. gr. 8°.

Le Galilée. Revue des Sciences cosmologiques. Paris 1889. N°. 6—7. gr. 4°.

J. G. de Man. 3e Note sur les Nématodes libres de la mer du Nord et de la Manche. Paris 1889. 8°.
(Extrait des Mémoires de la Société zoologique de France pour 1889.)

E. Lemoine. Note sur deux faisceaux de trois droites. Paris 1889. 8°.
(Extrait du Journal de mathématiques spéciales.)

E. Lemoine. Des systèmes de coordonnées qui déterminent le plus simplement un point par une construction. 8°.

(Extrait du Bulletin de la Société mathématique de France.)

L. Lallemand. Les grands problèmes sociaux à l'Académie royale des Sciences morales et politiques. Paris 1889. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1889. Vol. XLVI. N°. 283. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1889. Vol. XLIX. N°. 9. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1889. New Series. Vol. XI. N°. 10—11. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1889. Part 4—5. 8°.

Transactions of the clinical Society. London 1889. Vol. XXII. 8°.

Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger during the years 1873—76. London 1889. Zoology. Vol. XXXII. 4°.

Transactions of the Cambridge philosophical Society. Cambridge 1889. Vol. XIV. Part 4. 4°.

Inhoud:

A. R. Forsyth. Systems of quaternariants that are algebraically complete.

C. Chree. On the stresses in rotating spherical shells.
Cayley. On the binodal quartic and the graphical representation of the elliptic functions.

Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Cambridge 1889. Vol. VI. Part 6. 8°.

Memoirs and Proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Manchester 1889. 4th Series. Vol. II. 8°.

Transactions and Proceedings of the botanical Society. Edinburgh 1885—1886. Vol. XVI. Part 1—2. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE

Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1889. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Band LV. 4°.

Inhoud:

von Ettingshausen und Krasan. Beiträge zur Erforschung der atavistischen Formen an lebenden Pflanzen und ihrer Beziehungen zu den Arten ihrer Gattung. 2e Folge.
Gegenbauer. Ueber windschiefe Determinanten höheren Ranges.
Hann. Untersuchungen über die tägliche Oscillation des Barometers.
Toula. Geologische Untersuchungen im centralen Balkan.
Graber. Vergleichende Studien über die Keimhüllen und die Rückenbildung der Insecten.
Singer und Münzer. Beiträge zur Kenntniss der Sehnervenkreuzung.
Schierholz. Ueber Entwicklung der Unioniden.
von Haerdtl. Die Bahn des periodischen Kometen Winnecke in den Jahren 1858—1886, nebst einer neuen Bestimmung der Jupitersmasse.
Nicoladoni. Die Architectur der scoliotischen Wirbelsäule.
Weithofer. Die fossilen Hyänen des Arnothales.
Standfest. Ein Beitrag zur Phylogenie der Gattung Liquidambar.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1888—1889. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Abth. I. Band XCVII. Heft 6—10. Band XCVIII. Heft 1—3. Abth. II^a. Band XCVII. Heft 8—10. Band XCVIII. Heft 1—3. Abth. II^b. Band XCVII. Heft 8—10. Band XCVIII. Heft 1—3. Abth. III. Band XCVII. Heft 7—10. Band XCVIII. Heft 1—4. 8°.

Register zu den Bänden 91 bis 96 der Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1888. N°. XII. 8°.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1889. Philosophisch-historische Classe. Band CXVII—CXVIII. 2 Dl. 8°.

Archiv für oesterreichische Geschichte, herausgegeben von der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1889. Band LXXIV. 8°.

Almanach der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1889. Jahrg. 39. 8°.

Jahrbuch der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1889. Band XXXIX. Heft 1—2. gr. 8°.

Verhandlungen der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1889. N°. 10—12. gr. 8°.

Astronomische Arbeiten des k.k. Gradmessungs-Bureau. Wien 1889. Band I. Längenbestimmungen. 4°.

R. Schram. Zur Frage der Eisenbahnzeit. Wien 1888. kl. 8°.

Casopis pro pestovani Mathematiky a fysiky, vydava Iednota Ceskych mathematiku. Praze 1889. Rocnik XIX. Cislo 1. 8°.

Nyelvtudomanyi Közlemények. Budapest 1887—1888. Kötet XXI. Füzet 1—2. 8°.
(Philologische Mittheilungen.)

Ertekezesek a nyelv- es szeptudomanyok Köreböl. Budapest 1887—1888. Kötet XIV. Szam 8—10. 8°.
(Sprachwissenschaftliche Abhandlungen.)

Ertekezesek a bolcseleti tudomanyok Köreböl. Budapest 1889. Kötet III. Szam 1. 8°.
(Philosophische Abhandlungen.)

Ertekezesek a termeszettudomanyok Köreböl. Budapest 1888—1889. Kötet XVII. Szam 6. Kötet XVIII. Szam 1—5. 8°.
(Naturwissenschaftliche Abhandlungen.)

Ertekezesek a törtenelmi tudomanyok Köreböl. Budapest 1888—1889. Kötet XIII . Szam 9—12. Kötet XIV. Szam 1—4. 8°.
(Historische Abhandlungen.)

Ertekezesek a tarsadalmi tudomanyok Köreböl. Budapest 1888—1889. Kötet IX. Szam 8—10. Kötet X. Szam 1, 2, 4. 8°.
(Socialwissenschaftliche Abhandlungen.)

Mathematikai es termeszettudomanyi Közlemenyek. Budapest 1888. Kötet XXIII. Szam 1—3. 8°.
(Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen.)

Mathematikai es termeszettudomanyi Ertesito. Budapest 1888. Kötet VI. Füzet 2—8. Kötet VII. Füzet 1—3. 8°.
(Mathematische und Naturwissenschaftliche Anzeiger.)

A magyar tudomanyos Akademia elhunyt tagjai fölött tartott Emlekbeszedek. Budapest 1888—1889. Kötet V. Szam 1—8. 8°.
(Gedenkreden.)

A magyar tudomanyos Akademia Ertesitöje. 1888. Evfolyam XXII. Szam 2—6. Evfolyam XXIII. Szam 1. 8°.
(Sitzungsberichte.)

Magyar tudomanyos Akademiai Almanach. Budapest 1889. 8°.

A magyar tudomanyos Akademia Evkonyvei. Budapest 1888. Kötet XVII. Darab 6. 4°.
(Jahrbuch.)

Ungarische Revue. Budapest 1888—1889. Jahrg. VIII. Heft 7—10. Jahrg. IX. Heft 1—3. 8°.

Archaeologiai Ertesitö. Budapest 1888—1889. Uj folyam. Kötet VIII. Szam 3—5. Kötet IX. Szam 1—2. 8°.
(Archeologischer Anzeiger.)

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Budapest 1889. Band VI. 8°.

Ethnologische Mitteilungen aus Ungarn. Budapest 1889. Jahrg. 1. Heft 3. 4°.

J. Fröhlich. Az electrodynamometer altalanos elmelete. Budapest 1888. 4°.
(Allgemeine Theorie des Electro-dynamometers.)

A. Mocsary. Monographia Chrysididarum orbis terrarum universi. Budapestini 1889. 4°.

A. Beke und S. Barabas. I Rakoczy Gyorgy es a Porta. Budapest 1888. 8°.
(Georg Rakoczy I und die Hohe Porte.)

Monumenta comitialia regni Transsylvaniae. Budapest 1888. Kötet XIII. 8°.

F. Acsady. Magyarorszog penzügyei I Ferdinand Uralkodasa alatt. 1526—64. Budapest 1888. 8°.
(Die Finanzen Ungarns unter Ferdinand I.)

M. Pisztory. A nemzetgazdasagtan haladasa es iranya az utolso tizenöt ev alatt. Budapest 1888. 8°.
(Fortschritt und Tendenz der Volkswirthschaftslehre in den letzten 15 Jahren.)

A. Rentmeister. Lex falcidia es quarta falcidia. Budapest 1888. 8°.

La Revue de l'Orient. Budapest 1889. 4e Année. N°. 20. fol.
(Hierin: Discours de M. Jokai sur l'Archiduc Rodolphe.)

DUITSCHLAND.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1889. Jahrg. 1888. Heft 6—9. 4°. Oblong.

Sitzungsberichte der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1889. N°. 22—38. gr. 8°.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und

für klinische Medicin. Berlin 1889. Band CXVII. Heft 3. Band CXVIII. Heft 1. 8°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1889. Jahrg. VI. N°. 38—48. 4°.

Chronik der Universität Kiel für das Jahr 1888/89. Kiel 1889. 8°.

F. Blass. Commentatio de Antiphonte Sophista Iamblichi auctore. Kiliae 1889. 4°.

F. Nitzsch. Die Idee und die Stufen des Opferkultus, ein Beitrag zur allgemeinen Religionsgeschichte. Kiel 1889. (Rede.) 8°.

F. Blass. Ideale und materielle Lebensanschauung. Kiel 1889. (Rede.) 8°.

H. Bokelmann. Zwei Fälle von Axendrehung des Dickdarms. Kiel 1889. 8°.

E. Bosdorff. Ueber Häufigkeit und Vorkommen der Aneurysmen nach den Ergebnissen von 3108 Sektionen. Kiel 1889. 8°.

Chr. Bruhn. Ein Fall von Verletzung der Sehnerven, Blutung in die Orbita und Opticusscheide und directer Zerreissung der Choroidea. Kiel 1889. 8°.

R. Buck. Ein interessanter Fall von Schnürwirkungen an den Baucheingeweiden. Kiel 1889. 8°.

J. Burmeister. Einige Fälle von Miliartuberkulose, ausgehend von cariösen Processen. Kiel 1889. 8°.

Chr. Carstens. Beitrag zur Lehre und Statistik der Oesofagusgeschwüre. Kiel 1889. 8°.

M. Doege. Ein Fall von Nierenexstirpation nach subcutaner Verletzung der Niere. Kiel 1889. 8°.

Doehle. Beobachtungen über einer Antagonisten des Milzbrandes. Kiel 1889. 8°.

R. Dönhoff. Beitrag zur Statistik und pathologischen Histologie der Tubenerkrankungen. Kiel 1888. 8°.

H. Engel. Ein Fall von Myxoma lipomatodes der Unterleibshöhle. Kiel 1889. 8°.

Chr. Fischer. Einige Fälle von heteroplastischen Osteomen. Coburg 1888. 8°.

W. Fischer. Ueber die feineren Veränderungen bei der Bronchitis und Bronchiektasie. Kiel 1889. 8°.

C. Führ. Einige Fälle von metastasirenden Schilddrüsen-Geschwülsten. Kiel 1889. 8°.

L. Glaevecke. Körperliche und geistige Veränderungen im weiblichen Körper nach künstlichem Verluste der Ovarien einerseits und des Uterus andererseits. Leipzig 1889. 8°.

F. Glum. Beitrag zur Kenntniss der Einwirkung des Schlafes auf die Harnabsonderung. Kiel 1889. 8°.

O. Grube. Ueber Bursitis trochanterica. Kiel 1889. 8°.

H. Hadenfeldt. Ueber Arthrodesis, besonders bei den Folgen der spinalen Kinderlähmung. Kiel 1889. 8°.

J. Hahn. Ueber Transplantation ungestielter Hautlappen nach Wolfe, mit Berücksichtigung der übrigen Methoden. Kiel 1888. 8°.

S. Haller von Hallerstein. Drei Fälle von Luftdrucklähmung. Kiel 1889. 8°.

R. Hanssen. Die Augenklinik zu Kiel. Kiel 1889. 8°.

A. Hartmann. Beitrag zur Lehre von der Aphasie. Kiel 1889. 8°.

R. Hartmann. Beitrag zur Statistik der Pachymeningitis haemorrhagica. Kiel 1889. 8°.

H. Henningsen. Beitrag zur Statistik der Fettgeschwülste. Kiel 1888. 8°.

H. Hochhaus. Ein Beitrag zur Kenntniss der Meningitis spinalis chronica. Kiel 1889. 8°.

A. Hülsmann. Drei Fälle von chronischem Hydrocefalus nach abgelaufener Meningitis cerebrospinalis epidemica. Kiel 1889. 8°.

O. Kayser. Ein Beitrag zur Alkoholfrage. Kiel 1888. 8°.

M. A. Knuth. Ueber spastische Spinalparalyse und dementia paralytica. Kiel 1889. 8°.

W. König. Ein Fall von Pankreas-Nekrose nach Blutung und Fettnekrose. Kiel 1889. 8°.

J. Kühl. Ueber tuberculöse Magen-Geschwüre. Kiel 1889. 8°.

C. Laske. Die Sehschärfe nach Cataract-Operationen. Kiel 1888. 8°.

J. Leonhart. Die Retracheotomie wegen Granulationsstenose der Trachea. Kiel 1888. 8°.

F. Maack. Beitrag zur Kenntniss der Osteome. Kiel 1889. 8°.

A. Mahler. Beitrag zur Kenntniss der Wirkung des chlorsauren Natriums. Kiel 1889. 8°.

W. Martens. Ueber das Verhalten von Vocalen und Dyphthongen in gesprochenen Worten. München 1888. 8°.

A. Meijer. Ueber die embolische Verschleppung von Leberzellen durch die Blutbahn. Kiel 1888. 8°.

F. Meijer. Beiträge zur Statistik der Zungencarcinome und deren operativen Behandlung. Kiel 1888. 8°.

P. Meijer. Zwei Fälle von metastatischer Hauttuberkulose. Kiel 1889. 8°.

P. Mildenstein. Ein Fall von Contractur der Vorderarm-Flexoren nach Humerus-Fraktur. Kiel 1888. 8°.

A. Müller. Brillengläser und Hornhautlinsen. Kiel 1889. 8°.

K. B. Multhaupt. Beitrag zur Lehre von der Aktinomykose. Kiel 1888. 8°.

B. Nierhoff. Drei Fälle von Kaiserschnitt. Kiel 1889. 8°.

F. Otto. Ueber bandförmige Hornhauttrübungen. Kiel 1889. 8°.

J. Petersen. Beitrag zur Kenntniss der Enchondrome. Kiel 1889. 8°.

H. Pöllmann. Ueber die Principien bei Schieloperationen. Kiel 1888. 8°.

A. Reuter. Ueber die Wirkung des Extractum Hyoscyami bei Enteralgie. Kiel 1888. 8°.

A. Röpcke. Beitrag zur Aetiologie der Oesofaguscarcinome. Kiel 1889. 8°.

T. Schlereth. Zwei Fälle von primärem Lungenkrebs. Kiel 1888. 8°.

H. Schütt. Reine bacilläre Erkrankung epitelbedeckter Flächen bei primärer Tuberkulose des Urogenitalapparates. Kiel 1889. 8°.

P. Taenzer. Ueber das Ulerythema ophroyogenes, eine noch nicht beschriebene Hautkrankheit. Hamburg 1889. 8°.

Th. Tetens. Ein Beitrag zur Lehre von den Oesofagus-Divertikeln. Kiel 1888. 8°.

L. Thaysen. Statistik der Diphtheritisfälle auf der medizinischen Klinik zu Kiel in den Jahren 1879—88. Kiel 1888. 8°.

W. Thiele. Statistische Erhebungen über die Häufigkeit, Complicationen und Aetiologie der Endocarditis. Kiel 1888. 8°.

F. Thilo. Zur Therapie des Myeloïdsarcoms. Kiel 1889. 8°.

A. Veiga de Souza. Zwei Fälle von »Juveniler Form der Muskelatrophie" (Erb.). Kiel 1888. 8°.

W. Westedt. Sechs Fälle von Morbus Basedowii. Kiel 1889. 8°.

E. Weyhe. Ueber die Häufigkeit von Hämorrhagien in Schädel und Schädelinhalt bei Säuglingen. Kiel 1889. 8°.

L. Wicht. Zur Aetiologie und Statistik der amyloiden Degeneration. Kiel 1889. 8°.

A. Will. Ein interessanter Fall von Durchbruch einer bacillenhaltigen verkästen Trachealdrüse in die Vena cava superior, Kiel 1889. 8°.

O. Wittrock. Beitrag zur Kenntniss der Zungengeschwülste. Kiel 1889. 8°.

E. Wullenweber. Zur normalen und pathologischen Anatomie der Mesenterialdrüsen. Kiel 1889. 8°.

C. Zarniko. Beitrag zur Kenntniss des Diphtheriebacillus. Kiel 1889. 8°.

C. Apstein. Bau und Function der Spinndrüsen der Araneida. Berlin 1889. 8°.

F. Bacher. Ueber Methyl- und Dimethylderivate des Pyridins. Kiel 1889. 8°.

H. Borckert. Anatomisch-physiologische Untersuchung der Haftscheibe von Cyclopterus lumpus L. Kiel 1889. 8°.

A. Gleichen. Beitrag zur Theorie der Brechung von Strahlensystemen. Kiel 1889. 8°.

W. Hinrichsen. Ueber m-Xylobenzylamin. Kiel 1889. 8°

W. Kreidel. Untersuchungen über den Verlauf der Flutwellen in den Ozeanen. Frankfurt a. M. 1889. 8°.

H. Kreutz. Untersuchungen über das Cometensystem 1843 I, 1880 I und 1882 II. I^{e} Theil. Der grosse Septembercomet 1882 II. Kiel 1888. 4°.

H. Lohmann. Die Unterfamilie der Halacaridae Murr. und die Meeresmilben der Ostsee. Jena 1888. 8°.

C. E. Merck. Ueber Furfuräthenpyridin und über Cocain. Kiel 1888. 8°.

A. Michaelsen. Der logarithmische Grenzfall der hypergeometrischen Differentialgleichung n-Ordnung. Kiel 1889. 8°.

G. Peath. Ueber β-Aethyl-α-Stilbazol und einige seiner Derivate. Kiel 1889. 8°.

L. Schlesinger. Ein Beitrag zur Theorie der linearen homogenen Differentialgleichungen dritter Ordnung mit einer Relation dritten Grades zwischen den Elementen eines Fundamentalsystems von Integralen. Berlin 1888. 8°.

W. Velde. Ueber einen Spezialfall der Bewegung eines Punktes welcher von festen Centren angezogen wird. Kiel 1889. 8°.

A. Baltzer. Spinozas Entwicklungsgang, besonders nach seinen Briefen geschildert. Kiel 1888. 8°.

O. Dippe. Gefolgschaft und Huldigung im Reiche der Merowinger. Wandsbeck 1889. 8°.

F. Kaehler. De Aristophanis Ecclesiazuson tempore et choro quaestiones epicriticae. Jenae 1889. 8°.

F. Kersten. De Ellipseos usu Lucianeo. Kiel 1889. 8°.

H. Lindemann. De dialecto Ionica recentiore. Kiliae 1889. 8°.

G. Maijen. De particulis quod quia quoniam quomodo ut pro acc. cum infinitivo post verba sentiendi et declarandi positis. Kiliae 1889. 8°.

H. Isenbart. Ueber den Verfasser und die Glaubwürdigkeit der Continuatio Reginonis. Kiel 1889. 8°.

W. Nicolai. Ist der Begriff des Schönen bei Kant consequent entwickelt. Kiel 1889. 8°.

G. v. d. Osten. Die Handels- und Verkehrssperre des deutschen Kaufmannes gegen Flandern. 1358—1360. Kiel 1889. 8°.

E. Ritzenfeldt. Der Gebrauch des Pronomens, Artikels und Verbs bei Thomas Kyd im Vergleich zu dem Gebrauch bei Shakespeare. Kiel 1889. 8°.

R. Rühlmann. Philosophische Arbeit Ueber die Zahl. Kiel 1889. 8°.

A. Unzer. Die Convention von Klein-Schnellendorf 19 October 1711. Kiel 1889. 8°.

P. Wichers. Ueber die Bildung der zusammengesezten Zeiten der Vergangenheit im Früh-Mittelenglischen. Kiel 1889. 8°.

A. Zielke. Untersuchungen zu Sir Englamour of Artois. Kiel 1889. 8°.

66ster Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. Breslau 1889. 8°.

Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande. Bonn 1889. Heft 87. roy. 8°.

Bericht der Wetterauischen Gesellschaft für die gesammte Naturkunde zu Hanau über den Zeitraum vom 1 April 1887 bis 31 März 1889. Hanau 1889. 8°.

Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1889. Band XI. N°. 2—4. 4°.

Inhoud:

2—3. G. Ebers. Papyrus Ebers. Die Maasse und das Kapitel über die Augenkrankheiten.
4. A. Springer. Die Bilderschmuck in den Sacramentarien des frühen Mittelalters.

Berichte über die Verhandlungen der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. 1889. Philologisch-historische Classe. N°. 1. 8°.

Jahresbericht der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft. Leipzig 1889. 8°.

Publication der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1889. N°. XIX. 4°.

Inhoud:

C. V. L. Charlier. Ueber die Anwendung der Sternphotographie zu Helligkeitsmessungen der Sterne.

Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1889. 2te Reihe. Teil VIII. Heft 2. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1889. Jahrg. XII. N°. 317—321. 8°.

Zeitschrift des Vereins für thüringische Geschichte und Altertumskunde. Jena 1889. Neue Folge. Band VI. Heft 3—4. 8°.

Thüringische Geschichtsquellen. Jena 1889. Neue Folge. Band IV. 8°.
(Herausgegeben vom Verein für thüringische Geschichte und Altertumskunde.)

Verhandlungen der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle 1889. Band LIII. 4°.

Inhoud:

H. Pohlig. Dentition und Kranologie des Elephas antiquus Falc. mit Beiträgen über Elephas primigenius Blum und Elephas meridionalis Nesti.
G. Spoerer. Ueber die Periodicität der Sonnenflecken seit dem Jahre 1618, vornehmlich in Bezug auf die heliographische Breite derselben, und Nachweis einer erheblichen Störung dieser Periodicität während eines langen Zeitraumes.
F. Marchand. Beschreibung dreier Mikrocephalen-Gehirne nebst Vorstudien zur Anatomie der Mikrocephalie. Abth. 1.
H. Wetterwald. Blatt- und Sprossbildung bei Euphorbien und Cacteen.
M. Koeppen. Ueber das Verhalten der Rinde unserer Laubbäume während der Thätigkeit des Verdickungsringes.

Katalog der Bibliothek der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle 1889. Lief. 2. 8°.

Zeitschrift für Naturwissenschaften, herausgegeben im Auftrage des naturwissenschaftlichen Vereins für Sachsen und Thüringen. Halle a/S. 1889. 4te Folge. Band VIII. Heft 2. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischem Anstalt. Gotha 1889. Band XXXV. N°. 9—10. Ergänzungsheft N°. 95. 4°.

XXXIV und XXXV Bericht des Vereines für Naturkunde zu Kassel. 1889. 8°.

Veröffentlichungen der grossherzoglichen Sternwarte zu Karlsruhe. 1889. Heft 3. 4°.

Verhandlungen des naturhistorisch medicinischen Vereins. Heidelberg 1889. Neue Folge. Band IV. Heft 3. 8°.

Schriften der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften. Marburg 1889. Band XII. Abh. 3. 8°.

Sitzungsberichte der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften. Marburg 1889. Jahrg. 1888. 8°.

Jahrbuch für Geschichte, Sprache und Litteratur Elsass-Lothringens, herausgegeben von dem historisch-litterarischen Zweigverein des Vogesen-Clubs. Strassburg 1889. Jahrg. 5. 8°.

Grundriss der germanischen Philologie. VII. Abschnitt. Heldensage von B. Symons. Strassburg 1889. 8°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1889. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. V. Fasc. 1—5. 4°.

Indici e Cataloghi. IV. I codici Palatini della reale Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Roma 1889. Vol. I. Fasc. 9—10. 8°.

Indici e Cataloghi. VII. I codici Panciatichiani della reale Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Roma 1889. Vol. I. Fasc. 2. 8°.

Bollettino delle opere moderne straniere. Roma 1889. Vol. IV. N°. 3. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1889. N°. 90—93. 8°.

Archivio per l'antropologia e la etnologia. Fizenze 1889. Vol. XIX. Fasc. 2. 8°.

Memorie della reale Accademia delle Scienze. Torino 1889. Serie 2ª. Tomo XXXIX. 4°.

Inhoud:

C. Segre. Sulle varieta cubiche dello spazio a quattro dimensioni e su certi sistemi di rette e certe superficie dello spazio ordinario.
D. Rosa. Della struttura dell'Hormogaster Redii.
F. Sacco. Aggiunte alla fauna malacologica estramarina fossile del Piemonte e della Liguria.
T. Salvadori e E. H. Giglioli. Uccelli raccolti durante il viaggio della corvetta Vettor Pisani negli anni 1879, 1880 e 1881.
L. Bellardi. I molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria.
L. Camerano. Monografia degli Ofidi italiani (parte 1ª. Viperidi).
G. Gibelli e S. Belli. Rivista critica e descrittiva delle specie di Trifolium italiane e affini comprese nella Sezione Lagopus Kock.
F. Sacco. I Cheloni astiani del Piemonte.
F. Siacci. Cenni necrologici di Angelo Genocchi.
D. Pezzi. La vita scientifica di Giorgio Curtius.
F. Rossi. Trascrizione con traduzione italiana di due sermoni attribuiti, il primo a S. Atanasio, Arcivescovo d' Alessandria, il secondo a S. Giovanni Grisostomo, Arcivescovo di Constantinopoli.
C. Supino. La scienze economica in Italia dalla seconda meta del secolo XVI alla prima del XVII.
E. Cais de Pierlas. Le XIe siècle dans les Alpes maritimes.

Atti della reale Accademia delle Scienze. Torino 1889. Vol. XXIV. Disp. 13—15. 8°.

Annali della R. Scuola normale superiore. Pisa 1889. Vol. XI. 8°.

Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Berlin 1889. Band IX. Heft 2. 8°.

Giornale di Scienze naturali ed economiche, pubblicato della Societa di Scienze naturali ed economiche. Palermo 1887—1888. Vol. XVIII—XIX. 4°.

Inhoud, Vol XVIII:

A. Russo-Giliberti e E. di Mattei. Sulla influenza della estirpazione delle capsule soprarenali sull' organismo animali.

F. Todera, G. Licastro e G. Grita. Influenza di alcuni composti bromici sulla equazione personale.

G. di Stefano. Sul lias inferiore di Taormina e dei suoi dintorni.

F. Coppola. Sull' influenza della polimeria nell' azione fisiologica dei corpi.

———— Il mecanismo di azione della Caffeina come medicamento cardiaco.

A. Ricco. Riassunto delle osservazioni astrofisiche solari eseguite nel R. Osservatorio di Palermo nell' anno 1883 e 1884.

C. Martinotti. Sulla struttura del nastro di Vicq-D'Azyr.

S. Fubini. Nuovo metodo per scrivere il tremore.

E. Paterno. Analisi chimica dell' acqua di Scillato e di talune acque del Bacino di Palermo.

———— Un teorema sulle hi dei piani di uncerto fascio.

G. P. Grimaldi. Influenza del magnetismo sulle proprieta termoelettriche del bismuto.

F. Coppola. Sul comportamento fisiologico del Perossido d'idrogeno.

G. di Stefano. L' età delle rocce credute triassiche del territorio di Taormina.

Vol. XIX.

G. G. Gemmellaro. La fauna dei calcari con fusulina nella valle del fiume Soscio.

V. Olivieri. Ricerche sulla costituzione della quassina.

C. Mondino e L. Sala. Sulla produzione delle piastrine nel sangue dei vertebrati oviperi.

G. Rattone e C. Mondino. Sulla circolazione del sangue nel fegato.

C. Mondino. Sulla genesi e sullo sviluppo degli elementi del sangue nei vertebrati.

B. Pernice e G. Lipari. Contributo sperimentale sul colera asiatico.

A. Ricco. Riassunto delle osservazioni e studi dei grandi crepuscoli rosei.

——— Riassunto delle osservazioni astrofisiche solari dell' anno 1885.

L. Sala. Sulla struttura della fibra nervosa e dei fasci nervosi.

SPANJE EN PORTUGAL.

Memorial de Ingenieros de ejercito. Coleccion de Memorias. Madrid 1885. Epoca 3. Tomo II. 4°.

F. Gomes Teixeira. Curso de analyse infinitesimal. Calculo Integral. Parte 1ª. Porto 1889. 8°.

DENEMARKEN.

Aarböger for nordisk Oldkyndighed og Historie, udgivne af det kongelige Nordiske Oldskrift-Selskab. Kjobenhavn 1889. 2e Raekke. Bind IV. Hefte 3. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

Kongelige Svenska vetenkaps-Akademiens Handlingar. Stockholm 1884—1886. Bandet XIX. Haftet 2. Bandet XX—XXI. Haftet 1—2. 4°. Met atlas. fol.

Inhoud: Bandet XIX. 2.

G. Lindström. On the silurian Gastropoda and Pteropoda of Gotland
S. Loven. On Pourtalesia a genus of Echinoidea.

Bd. XX.

E. Edlund. Recherches sur le passage de l'électricité à travers l'air raréfié.

A. G Nathorst. Contributions à la flore fossile du Japon.

R. Thalén. Iordmagnetiska bestämningar i Sverige under åren 1872—1882.

W. Leche. Zur Anatomie der Beckenregion bei Insectivora, mit besonderer Berücksichtigung ihrer morphologischen Beziehungen zu derjenigen anderer Säugethiere.

A. G. Nathorst. Nya bidrag till kännedomen om Spetsbergens kärlväxter och dess växtgeografiska förhållanden.

E. Edlund. Sur la grandeur de l'induction unipolaire de la terre.

F. R Kjellman. The algae of the arctic sea. A survey of the species, together with an expression of the general characters and the developpement of the flora.

P. J. Hellbom. Norrlands lafvar.

E. Ray Lankaster. Report of fragments of fossil fishes from the palaeozic strata of Spitzbergen.

Bd. XXI.

T. Thorell and G. Lindström. On a silurian Scorpion from Gotland.

E. Edlund. Recherches sur la force électromotrice de l'étincelle électrique.

W. Leche. Ueber die Säugethier-Gattung Galeopithecus.

N. Wille. Bidrag till Algernes physiologiske Anatomi.

A. Appellöf. Japanska Cephalopoder.

A. G. Nathorst. Nouvelles observations sur les traces d'animaux et autres phénomènes d'origine purement mécanique décrits comme „Algues fossiles".

Chr. Aurivillius. Revisio monographica Microceridarum et Protomantinarum.

J. H. van 't Hoff. Lois de l'équilibre chimique dans l'état dilué, gazeux ou dissous.

E. von Dunikowski. Ueber Permo-Carbon Schwämme von Spitzbergen.

N. C. Duner. Sur les étoiles à spectre de la troisième classe.

S. A. Hjeltström. Om nederbördens förändringar inom Sverige under sommarhalfaret.

C. Lindman. Om postflorationen och dess betydelse såsom skyddsmedel för fruktanlaget.

C. Bovallius. Contributions to a monograph of the Amphipoda Hyperiidea. Part I. 1. The families Tyronidae, Lanceolidae and Vibilidae.

K. Fristedt. Bidrag till kännedomen om de vid Sveriges vestra kust lefvande Spongiae.

A. Wiren. Om circulations-och digestionsorganen hos Annelider of familjerne Ampharetidae, Terebellidae och Amphictenidae.

F. A. Smitt. Kritisk förteckning öfver de i Riksmusceum befintliga salmonider.

Öfversigt af kong. Vetenskaps Akademiens förhandlingar. Stockholm 1885—1889. Arg. 41—45. 8°.

Bihang till kong. Svenka Vetenskaps Akademiens handlingar. Stockholm 1884—1888. Band IX—XIII. 8°.

Förteckning öfver innehållet i kong. Svenska Vetenskaps Akademiens Skrifter 1826—1883. Stockholm 1884. 8°.

Lefnadsteckningar öfver kong. Svenska Vetenskaps Akademiens ledamöter. Stockholm 1885. Band II. Häfte 3. 8°.

Meteorologiska iakttagelser i Sverige utgifna at kong. Svenska Vetenskaps-Akademien. Stockkolm 1885—1889. Vol. XXII—XXVI. 4°.

Astronomiska iakttagelser och undersökningar anstalda pa Stockholms Observatorium. Stockholm 1885. Bandet II. N°. 2, 4. Bandet III. N°. 1—5. 4°.

Upsala Universitets Arsskrift 1888. Upsala. 8°.

Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet. Christiania 1889. Aar 1888. 8°.

RUSLAND.

Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de St. Pétersbourg. 1888. 7e Série. Tome XXXVI. N°. 9—16. 4°.

Inhoud:

9. Ph. Owsiannikow. Ueber das dritte Auge bei Petromyzon fluviatilis nebst einigen Bemerkungen über dasselbe Organ bei anderen Thieren.

10. N. von Kokscharow. Beiträge zur Kenntniss der Krystallisation des Klinochlors und über das Krystallsystem und die Winkel des Kotschubeits.
11. O. von Lemm. Koptische Fragmente zur Patriarchengeschichte Alexandriens.
12. P. Knüpffer. Beitrag zur Anatomie des Ausführungsganges der weiblichen Geschlechts-producte einiger Acanthocephalen.
13. J. V. Rohon. Ueber fossile Fische vom oberen Jenissei.
14. ———— Die Dendrodonten des devonischen Systems in Rusland.
15. F. Brauer, J. Redtenbacher und L. Ganglbauer. Fossile Insekten aus der Juraformation Ost-Sibiriens.
16. A. Famintzin. Beitrag zur Symbiose von Algen und Thieren.

Bulletin de l' Académie impériale des Sciences. St. Pétersbourg 1889. Nouvelle Série. Tome I. N°. 1. 4°.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1889. Deel XXIV. N°. 6. Deel XXV. N°. 3. 8°.
(In het Russisch.)

Acta horti petropolitani. St. Petersburg 1889. Tomus X. Fasc. 2. 8°.

Mémoires du Comité géologique. St. Petersbourg 1889. Vol. III. N°. 4. Vol. VIII. N°. 1. 4°.

Inhoud. Vol. III. No. 4.

Th. Tshernyschew. Allgemeine geologische Karte von Rusland. Blatt 139. Beschreibung des Central-Urals und des Westabhanges.

Vol. VIII. No. 1.

J. Lahusen. Ueber die russischen Aucellen.

Bulletins du Comité géologique. St. Pétersbourg 1888—1889. Tome VII. N°. 6—10. Tome VIII. N°. 1—5. 8°.

Bibliothèque géologique de la Russie 1888. St. Pétersbourg 1889. 8°.

Acta Societatis scientiarum fennicae. Helsingforsiae 1888. Tomus XVI. 4°.

Inhoud:

I. A. Heikel. Seneca's Character und politische Thätigkeit aus seinen Schriften beleuchtet.

———— Ueber die Sogenannte Βουλευσις in Mordprocessen.

E. Hjelt. Die intramoleculare Wasserabspaltung bei organischen Verbindungen.

Th. Homen. Ueber die Electricitätsleitung der Gase, I.

E. Aspelin. Lamottes afhandlingar om tragedin, granskade och jemförda med Lessing.

E. A. Stenberg. Den Hermite'ska differentialequationen af andra ordningen.

P. Duhem. Applications de la thermodynamique aux actions qui s'exercent entre les courants électriques.

E. A. Stenberg. Darstellung sämmtlicher Differentialgleichungen von der Form

$$y''-\left[a+a_1\frac{\sigma'}{\sigma}(x-a_1)-a_1\frac{\sigma}{\sigma}(x-a_2)n+(n+1)\left(p(x-a_1)+p(x-a_2)\right)\right]y=0,$$

welche nur eindeutige Integrale besitzen.

O. Aschan. Bidrag till kännedom om ftalimid och ftalaminsyra.

———— Studier inom anhydrobasernas klass.

L. Lindelöf. Trajectoire d'un corps assujetti à se mouvoir sur la surface de la terre sous l'influence de la rotation terrestre.

A. F. Sundell. Barometervergleichungen, ausgeführt in den Jahren 1886—87 an verschiedenen meteorologischen Centralzellen.

E. A. Stenberg. Zur Theorie der linearen und homogenen Differentialgleichungen mit doppeltperiodischen Coefficienten.

P. A. Karsten. Icones selectae hymenomycetum Fenniae nondum delineatorum.

E. R. Neovius. Untersuchung einiger Singularitäten, welche im Innern und auf der Begrenzung von Minimalflächenstücken auftreten können, deren Begrenzung von geradlinigen Strecken gebildet wird.

E. R. Neovius. Ueber Minimalflächenstücke, deren Begrenzung von drei geradlinigen Theilen gebildet wird.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes. Moscou 1883—1889. 1882. N°. 4. 1888. N°. 4. 1889. N°. 1. 8°.

Ofversigt of Finska vetenskaps Societetens förhandlingar. Helsingfors 1888. N°. XXX. 8°.

Finlands geologiska undersökning. Beskrifning till kartbladet N°. 12—15. Helsingfors 1888. 8°.

RUMENIË.

E. Sevastos. Nunta la Romani. Studiu istorico-etnograficu comparativu. Bucuresci 1889. 8°.

I. Bianu. Psaltirea Scheiana (1482). Bucuresci 1889. Tomul I. 8°.

AZIË.

Index of the genera and species of Mollusca in the handlist of the Indian Museum, Calcutta. Part 1. 2. Gastropoda by W. Theobald. Calcutta 1889. 8°.

Mitteilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokio. Yokohama 1889. Heft 42. 4°.

Transactions of the seismological Society of Japan. Yokohama 1889. Vol. XIII. Part 1. 8°.

Journal of the China branch of the royal Asiatic Society. Shanghai 1888. New Series. Vol. XXIII. N°. 3. 8°.

AMERIKA.

Memoirs of the National Academy of Sciences. Washington 1888. Vol. IV. Part 1. 4°.

Inhoud:

A. S. PACKARD. The cave fauna of North America, with remarks on the anatomy of the brain and origin of the blind species.

S. P. LANGLEY. The solar and lunar spectrum.

B. A. GOULD. On the reduction of photographic observations, with a determination of the position of the Pleiades.

————. Reduction of photographic observations of the Praesepe.

F. A. P. BARNARD. Balance for determining specific gravity by inspection.

————. Theory of magic squares and of magic cubes.

Bulletin of the U. S. coast and geodetic Survey. Washington 1889. N°. 10—12. 4°.

Annual Report of the board of regents of the Smithsonian Institution for the year ending June 30, 1886. Part 1. Washington 1889. 8°.

2de Geological Survey of Pennsylvania. Reports AA. HH. HHH. OOO. 8°.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia 1889. Vol. XXVI. N°. 129. 8°.

Subject Register of papers published in the Transactions and Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia 1889. 8°.

Supplemental Register of written communications published in the Transactions and Proceedings of the American philosophical Society, 1881—1889. Philadelphia 1889. 8°.

Report of the Committee appointed (January 6, 1888) by the American philosophical Society to assist the Commission on amended orthografy. Philadelphia 1889. 8°.

Annals of the New York Academy of Sciences. New-York 1887. Vol. IV. N°. 1—2. 8°.

Johns Hopkins University Circulars. Baltimore 1889. Vol. VIII. N°. 69—73. 4°.

American Journal of Mathematics. Baltimore 1889. Vol. XI. N°. 3—4. 4°.

American chemical Journal. Baltimore 1889. Vol. XI. N°. 1—5. 8°.

American Journal of Philology. Baltimore 1888—1889. Vol. IX. No. 4. Vol. X. N°. 1. 8°.

Johns Hopkins University Studies in historical and political Science. Baltimore 1889. 7th Series. N°. 2—6. 8°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science. Salem 1888. Vol. XXXVII. 8°.

S. Baxter. On the old new world. Salem 1883. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1889. Vol. XIII. N°. 12—20. 4°.

American Journal of Science. New Haven 1889. 3d Series. Vol. XXXVII. N°. 221—222. Vol. XXXVIII. N°. 223—225. 8°.

27th Annual Report of the State-board of Agriculture of the State of Michigan. Lansing 1888. 8°.

The geological and natural History Survey of Minnesota. 16th Annual Report. St. Paul 1888. 8°.

Memoirs of the California Academy of Sciences. San Francisco 1888. Vol. II. N°. 2. 4°.

Inhoud:

G. Eisen. On some ancient sculptures from the pacific slope of Guatemale.

Proceedings of the California Academy of Sciences. San Francisco 1888. 2d Series. Vol. I. Part 1—2. 8°.

Proceedings of the Davenport Academy of natural Sciences. Davenport 1889. Vol. V. Part 1. 8°.

Journal of the Trenton natural History Society. Trenton 1889. Vol. II. N°. 1. 8°.

Journal of the Elisha Mitchell Scientific Society. Raleigh N. C. 1889. Vol. VI. Part 1. 8°.

F. E. Nipher. The winding of dynamo fields. 8°.

———— Report on Missouri rainfall with averages for 10 years ending December 1887. — On the output of the non-condensing steam engine as a function of speed and pressure. 8°.
(from the Transactions of the St. Louis Academy of Science. Vol. V.)

Proceedings and Transactions of the royal Society of Canada. Montreal 1889. Vol. VI. 4°.

Geological and natural History Survey of Canada. — Contributions of Canadian palaeontology. Vol. I. Part 2. Montreal 1889. 8°.

Memorias dela Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1889. Tomo II. N°. 11. 8°.

Boletin mensual del Observatorio meteorologico-magnetico central. Mexico 1889. Tomo II. N°. 1. gr. 4°.

Informes y documentos relativos a comercio interior y exterior. Mexico 1887—1889. N°. 19—42. 49. 8°.

A. DE LA ROSA. Estudio de la filosofia y riqueza de la lengua Mexicana. Guadalajara 1889. 8°.

Annaes da Academia de Medicina do Rio de Janeiro. 1889. 6ª Serie. Tomo V. N°. 1. 8°.

S. ARAUJO. Atlas des maladies de la peau. Rio de Janeiro. s. a. Fasc. 1—3. gr. 4°.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1889. Anno V. N°. 9. 4°.

C. LOPEZ. L'identité des comètes périodiques est une illusion des astronomes. Rio de Janeiro 1889. 8°.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1889. Tomo XXVII. Entr. 6. Tomo XXVIII. Entr. 1—2. 8°.

AUSTRALIË.

Proceedings of the royal Society of Victoria. Melbourne 1889. New Series. Vol. I. 8°.

Australian Museum. Report of the trustees for the year 1888. fol.

AANGEKOCHT.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1889. Jaarg. VII. Afl. 3. 4°.

J. G. Frederiks en F. J. van den Branden. Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuidnederlandsche Letterkunde. Amsterdam 1888. Afl. 6. 8°.

De Navorscher. Nijmegen 1889. Nieuwe Serie. Jaarg. 22. Afl. 10—11. 8°.

Bibliotheca Belgica. Livr. XCVII—XCIX. kl. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1889. Livr. 202—210. 4°.

Journal des Savants. Paris, Septembre—Octobre 1889. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1889. 7de Série. Botanique. Tome X. N°. 1—3. Zoologie. Tome VII. N°. 5—6. gr. 8°.

Archives de Zoologie expérimentale et générale. Paris 1889. 2e Série. Tome VII. N°. 2—3. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1889. 2e Série. Tome XIII. Septembre—Novembre. 8°.

Revue générale de Botanique. Paris 1889. Tome I. N°. 10—11. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1889. 6e Série. Tome XVII. Octobre—Novembre. 8°.

A. Laporte. Histoire littéraire du 19e siècle. Paris 1889. Tome VII. Livr. 1. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1889. 5th Series. Vol. XXVIII. N°. 173—174. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1889. 6th Series. Vol. IV. N°. 22. 8°.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. Londen 1889. Vol. XXIV. Part 1. 8°.

Annals of Botany. London 1889. Vol. III. N°. 11. 8°.

Dictionary of national Biography edited by L. Stephen. London 1889. Vol. XX. (Forrest-Garner). gr. 8°.

Mineralogische und petrographische Mittheilungen, herausgegeben von G. Tschermak. Wien 1878—1889. Neue Folge. Bd. I—X. 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2912—2913, 2923—2941. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1889. N°. 19—23. 8°.

Corpus inscriptionum latinarum. Berolini 1889. Vol. III. Supplementum. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1889. Jahrg. XIII. N°. 39—47. 4°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1889. Jahrg. 55. Band I. Heft 3. Band II. Heft 2. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1889. Band XXXVIII. Heft 2—3. Beiblätter. Band XIII. N°. 9—10. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1889. Band IV. Heft 4. 8°.

Bibliotheca Zoologica II. Leipzig 1889. Lief. 7. 8°.

Allgemeine deutsche Biographie. Leipzig 1889. Band XXIX. (v. Rodde—v. Ruesch). 8°.

Mitteilungen des Vereins für Kunde der Aachener Vorzeit. Aachen 1889. Jahrg. 2. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a. M. 1889. Jahrg. 30. N°. 9—10. 8°.

Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Marburg 1889. Neue Reihe. Jahrg. 47. Heft 4. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1889. Band CCLXXIII Heft 12—13. Band CCLXXIV. Heft 1—8. 8°.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1889. 3e Période. Tome XLIII. N°. 128—129. Tome XLIV. N°. 130—131. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1889. 3e Période. Tome XXII. N°. 10—11. 8°.

A. de Gubernatis. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1889. Livr. 10. (Gab-Gui). gr. 8°.

Journal of Morphology. Boston 1889. Vol. III. N°. 1. gr. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN DECEMBER 1889 en JANUARI 1890.

NEDERLAND.

Nieuw Archief voor Wiskunde. Amsterdam 1889. Deel XVI. Stuk 2. 8°.

Maandblad voor Natuurwetenschappen, uitgegeven door het Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde. Amsterdam 1889. Jaarg. 15. 8°.

Revue internationale des falsifications. Amsterdam 1889. 3e Année. Livr. 5—6. 4°.

J. C. G. Boot. De historia gymnasii Leovardiensis ab origine ad hanc aetatem. Editio altera emendata. Amstelodami 1890. 8°.

Volksalmanak voor het jaar 1890, uitgegeven door de Maatschappij tot Nut van 't Algemeen. Amsterdam z. j. 8°.

Waarnemingen van onweders in Nederland, 1885—1887. Door vrienden der meteorologie ingezonden en aangeboden aan het kon. Nederlandsch meteorologisch Instituut. Amsterdam 1886—1888. 3 Dl. 8°.

Tijdschrift van de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1889. November —December. 8°.

N. G. Pierson. Leerboek der Staathuishoudkunde. Haarlem 1889. Deel II. Stuk 1. roy. 8°.

Jaarboek der Rijks-Universiteit te Leiden, 1888—1889. Leiden 1889. 8°.

Verslag van den staat der Sterrenwacht te Leiden en van de aldaar volbrachte werkzaamheden, in het tijdvak van den 18den September 1888 tot den 17den September 1889, uitgebracht door H. G. van de Sande Bakhuysen. Leiden 1889. 8°.

Nederlandsche dierkundige Vereeniging. Verslag der vergadering van 1 December 1889. 8°.

A. KUENEN. Historisch-critisch onderzoek naar het ontstaan en de verzameling van de boeken des Ouden Verbonds. Leiden 1889. 2de Uitgave. Deel II. 8°.

G. KALFF. Het lied in de middeleeuwen. Leiden 1883. Academisch proefschrift. 8°.

Flora batava. Leiden 1889. Afl. 287—288. 4°.

Internationales Archiv für Ethnographie. Leiden 1888. Band I. 4°.

Verslagen omtrent 's Rijks oude Archieven. 's Gravenhage 1889. N°. X (1887.) 8°.

Register op de deelen I—X (1878—1887) der Verslagen omtrent 's Rijks oude Archieven. 's Gravenhage 1889. 8°.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1890. 5de Reeks. Deel V. Afl. 1. 8°.

Berichten en Mededeelingen der Vereeniging voor Lijkverbranding. 's Gravenhage 1889. Jaarg. 14. N°. 4. 8°.

J. FRANCK. Etymologisch Woordenboek der Nederlandsche taal. 's Gravenhage 1889. Afl. 6. (Modde—Raket). 8°.

R. FRUIN. Tien jaren uit den tachtigjarigen oorlog. 1588—1598. 's Gravenhage 1889. 4de Uitgaaf. 8°.

Waterbouwkunde door N. H. HENKET, CH. M. SCHOLS en I. M. TELDERS. 's Gravenhage 1889. Deel I. Afd. VII. Afl. 3. Deel II. Afd. XIII. Afl. 3. 8°. met Platen. folio.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. 's Gravenhage 1889. Jaarg. 6. N°. 11. 4°.

F. Nagtglas. Levensberichten van Zeeuwen. Zijnde een vervolg op P. de la Rue, geletterd, staatkundig en heldhaftig Zeeland. Middelburg 1889. Afl 2. 8°. (Uitgegeven door het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen).

Mededeelingen en Berichten der Geldersch-Overijsselsche Maatschappij van Landbouw over 1889. N°. 3. Arnhem 1889. 8°.

De Sterrenhemel, verklaard door F. Kaiser. 4de druk, bewerkt door J. A. C. Oudemans. Deventer 1889. Deel II. 8°.

Nederlandsch kruidkundig Archief. Verslagen en Mededeelingen der Nederlandsche botanische Vereeniging. Nijmegen 1889. 2e Serie. Deel V. St. 3. 8°.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maand November 1889. 's Gravenhage 1889. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand Juli 1889. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand Juli 1889. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor indische taal-, land- en volkenkunde,

uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXXIII. Afl. 2. 8°.

Notulen van de algemeene- en bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXVII. Afl. 2. 8°.

Register op de notulen der vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, over de jaren 1879 t/m 1888 door J. A. VAN DER CHIJS. Batavia 1889. 8°.

P. J. F. LOUW. De derde Javaansche successie-oorlog (1746—1755). Batavia 1889. 8°.
(Uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1889. Deel XXXIX. Afl. 3. 8°.

C. PH. SLUITER. Einiges über die Entstehung der Korallenriffe in der Javasee und Branntweinsbai, und über neue Korallenbildung bei Krakatau. Batavia 1889. 8°.
(Separat-Abdruck aus Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Bd. XLIX.)

A. G. VORDERMAN. Les oiseaux de Sumatra et leur présence dans les îles avoisinantes. Batavia 1889. 8°.
(Overgedrukt uit het Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Deel XLIX.)

———————. De chineesche behandelingswijze van keeldiphtheritis. Batavia 1890. 8°.

G. J. P. J. Bolland. Natuurwetenschap en wijsbegeerte. Eene kritisch-polemische studie. Batavia 1889. 8°. (Overgedrukt uit het paedagogisch-litterarisch Maandschrift, 1889).

——————— De ruimtevoorstellingen. Batavia 1889. 8°. (Kon. natuurkundige Vereeniging in N. Indië. Voordrachten N°. 1.)

———————. De grond onzer overtuigingen. 8°. (Paedagogisch-literarisch Maandschrift 1889.)

7 Photografien van de reliektorens van Tjandi boengsoe en van Moeara Takoes. gr. 4°.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1889. 3e Série. Tome XVIII. N°. 9—11. 8°.

Annuaire de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1890. 60e Année. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. 4e Série. Tome III. N°. 10—11. 8°.

N. de Pauw. Madelghys' kintsheit, al de gekende fragmenten critisch uitgegeven en vergeleken met het duitsche handschrift. Gent 1889. 8°.

N. de Pauw en E. Gailliard. Dit is die istory van Troyen van Jacob van Maerlant, naar het vijftiendeeuwsche handschrift van Wessel van de Loe, met al de Middelnederlandsche fragmenten, diplomatisch uitgegeven. Gent 1889. Deel 1. 8°.

J. P. Nuel. F. C. Donders et son oeuvre. Gand 1889. 8°.

FRANKRIJK.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1889. Tome CIX. N°. 22—27. Tome CX. N°. 1. 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1889. 4e Série. Tome XVII. Juillet-Août. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1889. 3e Série. Tome XXII. N°. 47—52. Tome XXIII. N°. 1—2. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Societé de Biologie. Paris 1889. 9e Série. Tome I. N°. 33—41. Tome II. N°. 1. 8°.

Bulletin de la Societé mathématique de France. Paris 1889. Tome XVII. N°. 5. 8°.

Compte rendu sommaire des séances de la Société philomathique de Paris. 1889. N°. 3—6. 8°.

Publications de l'Ecole des langues orientales vivantes. Paris 1889. 3e Série. Vol. V—VI. gr. 8°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1889. 5e Année. Tome IX. N°. 94—97. gr. 8°.

Journal d'hygiène. Paris 1889—1890. 15e Année. Vol. XIV. N°. 689—692. 16e Année. Vol. XV. N°. 693—696. 4°.

Bulletin des séances de la Société des Sciences de Nancy. 1889. 1e Année. N°. 2—5. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1889. Vol. XLVI. N°. 284. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1889. Vol. L. N°. 1—2. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1889. New Series. Vol. XI. N°. 12. Vol. XII. N°. 1. 8°.

Royal geographical Society. Supplementary Papers. London 1886—1889. Vol. I—II. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1889. Part 6. 8°.

Journal of the anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1889. Vol. XIX. N°. 2. 8°.

W. L. Distant. A monograph of oriental Cicadidae. London 1889. Part 1. 4°.
(Published by the Trustees of the India Museum, Calcutta).

The collected mathematical Papers of Arthur Cayley. Cambridge 1889. Vol. II. 4°.

Proceedings of the philosophical Society of Glasgow. 1889. Vol. XX. 8°.

Proceedings of the royal physical Society. Edinburgh 1889. Vol. X. N°. 1. 8°.

J. Henry. Aeneidea, or critical, exegetical, and aesthetical remarks on the Aeneis. Dublin 1889. Vol. IV. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Verhandlungen der k.k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1889. N°. 13—17. 4°.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft. Wien 1889. Band XIX. Heft 4. 4°.

Verhandlungen der k.k. zoologisch-botanischen Gesellschaft. Wien 1889. Band XXXIX. N°. 3—4. 8°.

Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft. Wien 1888. Band XXXI. 8°.

Lotos. Jahrbuch für Naturwissenschaft, herausgegeben im Auftrage des Vereines »Lotos". Prag 1890. Neue Folge. Band X. 8°.

Földtani Közlony. (Geologische Mittheilungen). Zeitschrift der ungarischen geologischen Gesellschaft. Budapest 1889. Kötet XIX. Füzet 7—10. gr. 8°.

2ter Nachtrag zum Katalog der Bibliothek der kön. ungarischen geologischen Anstalt (1886—1888). Budapest 1889. 8°.

Bulletin international de l'Académie des Sciences. Cracovie 1889. N°. 8—10. 8°.

DUITSCHLAND.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1889. Jahrg. VI. N°. 49—52. 4°.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1889. Band CXVIII. Heft 2—3. Band CXIX. Heft 1. 8°.

Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holtstein. Kiel 1889. Band VIII. Heft 1. 8°.

Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten. Hamburg 1889. Jahrg. VI. 2te Hälfte. gr. 8°.

Abhandlungen der kön. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen 1889. Band XXXV. 4°.

Inhoud:

P. DE LAGARDE. Agathangelos.

————. Die Akten Gregors von Armenien, neu herausgegeben.

————. Erläuterungen zu Agathangelos und den Akten Gregors von Armenien.

F. WIESELER. Archäologische Beiträge.

P. DE LAGARDE. Uebersicht über die im Aramäischen, Arabischen und Hebräischen übliche Bildung der Nomina.

Jahrbuch der Gesellschaft für bildende Kunst und vaterländische Altertümer. Emden 1889. Band VIII. Heft 2. 8°.

Festschrift, herausgegeben von der mathematischen Gesellschaft in Hamburg anlässlich ihres 200 jährigen Jubelfestes 1890. Hamburg 1890. Teil I. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1889. Jahrg. XII. N°. 322—324. Jahrg. XIII. N°. 325. 8°.

Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1889. 2te Reihe. Teil VIII. Heft 3. 8°.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1889. Band XXIV. Heft 1. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1889. Jahrg. 24. Heft 4. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1889. Band XXXV. N°. 11—12. Ergänzungsheft N°. 96. 4°.

Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft. Frankfurt a/M 1889. 8°.

Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1889. Band XVIII. Abth. 2. 4°.

Inhoud:

G. F. Unger. Der Gang des altrömischen Kalenders.
W. Golther. Studien zur germanischen Sagengeschichte.
J. Jolly. Der vyavahârâdhyâya aus Hârita's Dharmasâstra nach Citaten zusammengestellt.

Abhandlungen der historischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1889. Band XVIII. Abth. 3. 4°.

Inhoud:

L. von Rockinger. Ueber die Abfassung des kaiserlichen Land- und Lehenrechts.
F. H. Reusch. Die Fälschungen im den Tractat des Thomas von Aquin gegen die Griechen. (Opusculum contra errores Graecorum ad Urbanum IV).
M. Lossen. Der Anfang des Strassburger Kapitelstreites.

P. Groth. Ueber die Molekularbeschaffenheit der Krystalle. München 1888. Festrede. 4°.

W. von Christ. Gedächtnisrede auf Karl von Prantl. München 1889. 4°.

E. Lommel. Georg Simon Ohm's wissenschaftliche Leistungen. München 1889. 4°. Festrede.

J. W. von Planck. Ueber die historische Methode auf dem Gebiet des deutschen Civilprozessrechts. München 1889. Festrede. 4°.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften. München 1889. Heft 2. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften. München 1889. Heft 3. Band II. Heft 1. 8°.

Annalen des Vereins für Nassauische Altertumskunde und Geschichtsforschung. Wiesbaden 1890. Band XXI. roy. 8°.

Württembergische Jahrbücher für Statistik und Landeskunde. Stuttgart 1887—1889. Jahrg. 1887. Band I. Heft 1—3. Band II. Heft 1—4. gr. 8°.

Würtembergisches Urkundenbuch. Stuttgart 1889. Band V. 4°.

Festschrift zur Feier der 25 jährigen Regierung Seiner Majestät des Königs Karl von Württemberg, vom Lehrerkollegium der kön. technischen Hochschule in Stuttgart. gr. 4°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1889. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. V. Fasc. 5—8. 4°.

G. B. de Rossi. La capsella argentea Africana offerta al sommo pontefice Leone XIII dall'Emo sig. card. Lavigerie. Roma 1889. plano.

Atti del reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Venezia 1889. Serie 6. Tomo VII. Disp 3—10. 8°.

P. Molteni. Le opere di Dante Allighieri. Milano 1889. Libro 1°. La commedia. Libro 2°. Il convito. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1889. N°. 94—97. 8°.

E. Modigliani. Un viaggio a Nias. Milano 1890. 8°.

RUSLAND.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1889. Deel XXV. N°. 4. 8°. (In het Russisch).

RUMENIË.

Analele Academiei Romane. Bucuresci 1889. Seria 2. Tomula X. 4°.

AZIË.

Journal of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1889. Vol. LVIII. Part 1. N°. 1. Part 2. N°. 1—2. 8°.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1889. N°. 1—5. 8°.

G. A. Grierson. The modern vernacular literature. Calcutta 1889. 8°.

Journal of the Bombay branch of the royal Asiatic Society. Bombay 1889. Vol. XVII. Part 2. 8°.

Journal of the College of Science, imperial University, Japan. Tokio 1889. Vol. III. Part 3. 4°.

AFRIKA.

Bulletin de la Société khédiviale de géographie. Le Caire 1888—1889. 3e Série. N°. 1—3. 8°.

AMERIKA.

Report of the U. S. coast and geodetic survey showing the progress of the work during the fiscal year ending with June, 1887. Washington 1889. 4°.

Bulletin U. S. coast and geodetic Survey. 1889. N°. 13. 4°.

1st Annual Report of the U. S. geological Survey. Washington 1880. 4°.

Biscentennial reunion of the Keyser Family. 1688—1888. The Keyser family descendants of Dirk Keyser of Amsterdam compiled by Charles S. Keyser. Philadelphia 1889. 4°.

Proceedings of the Academy of natural Sciences. Philadelphia 1889. Part 2. 8°.

44th Annual Report of the Director of the astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge 1890. 8°.

Johns Hopkins University Circulars. Baltimore 1889. Vol. IX. N°. 76. 4°.

Journal of the American Medical Association. Chicago 1889. Vol. XIII. N°. 21—26. Vol. XIV. N°. 1—2. 4°.

Contributions to the Micro-palaeontology of the cambro-silurian rocks of Canada. Part 2 by E. O. Ulrich. Montreal 1889. 8°.

Anales del Ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Mexico 1887. Tomo VIII. 8°.

Boletin mensual del Observatorio meteorologico-magnetico central de Mexico. 1889. Tomo II. N°. 2. fol.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1889. Tomo II. N°. 12. Tomo III. N°. 1—2. 8°.

Informes y documentos relativos a commercio interior y exterior, agricultura mineria e industrias. Mexico 1889. N°. 49—50. 8°.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do Observatorio do Rio de Janeiro. 1889. Anno IV. N°. 10—12. 4°.

AUSTRALIË.

Proceedings of the Linnean Society of N. S. W. Sydney 1889. Vol. IV. Part 2—4. Vol III. Part 1. 8°.

Act of incorporation, rules, list of members of the Linnean Society of N. S. W. Sydney. 8°.

Prodromus of the zoology of Victoria. Melbourne 1889. Decade XVIII. gr. 8°.

VON MUELLER. Records of observations on Sir William Mac Gregors highland-plants from New Guinea. 4°.

AANGEKOCHT.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1889. Jaarg. 7. Afl. 4. 4°.

Nederlandsche Oudheden van de vroegste tijden tot op Karel den Groote, door W. Pleyte. Leiden 1889. Afl. 14. gr. 4°.

De Navorscher. Nijmegen 1889. Nieuwe Serie. Jaarg. 22. Afl. 12. Jaarg. 23. Afl. 1. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1889. Livr. 211—218. gr. 4°.

Journal des Savants. Paris, Novembre 1889. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1889. 7e Série. Botanique. Tome X. N°. 4—6. Zoologie. Tome VIII. N°. 1. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1889. 2e Série. Tome XIII. Décembre. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1889—1890. 6e Série. Tome XVIII. Décembre. Tome XIX. Janvier. 8°.

Revue générale de Botanique. Paris 1889. Tome I. N°. 12. 8°.

A. La Porte. Histoire littéraire du dix-neuvième siècle. Paris 1889. Tome VII. Livr. 2. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1889. 5th Series. Vol XXVIII. N°. 175. Vol XXIX. N°. 176. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1889. 6th Series. Vol. IV. N°. 24. Vol. V. N°. 25. 8°.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. London 1890. Vol. XXIV. Part 2. 8°.

Dictionary of national Biography, edited by L. Stephen. London 1890. Vol. XXI. (Garnett-Gloucester). 8°.

Tschermak's mineralogische und petrographische Mittheilungen. Wien 1889. Neue Folge. Band XI. Heft 1. 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2942—2947. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1889. N°. 24—26. 1890. N°. 1. gr. 8°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1889. Jahrg. XIII. N°. 48—53. Jahrg. XIV. N°. 1. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1889. Jahrg. VII. Heft 8—9. 8°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1887—1890. Jahrg. 53. Band I. Heft 1. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1889. Band IV. Heft 5—6. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1889. Neue Folge. Band XXVIII. Heft 4. Band XXXIX. Heft 1. Beiblätter. Band XIII. St. 11—12. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1889. Jahrg. 37. Heft 3. 8°.

Register zum zoologischen Anzeiger, herausgegeben von J. V. Carus. Leipzig 1889. Jahrg. I—X. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a. M. Jahrg. 30. N°. 11. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1889—1890. Band CCLXXIV. Heft 9—13. Band CCLXXV. Heft 1—3. 8°.

Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Marburg 1889. Neue Reihe. Jahrg. 47. Heft 5. 8°.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1889. 3e Période. Tome XLIV. N°. 132. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1889. 3e Période. Tome XXII. N°. 11—12. 8°.

A. DE GUBERNATIS. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1889. Livr. 11. (Gui-Jal.). gr. 8°.

F. SALVADORI. Aggiunte alla Ornitologia della Papuasia e delle Molucche. Parte 1a. Accipitres. Psittaci. Picariae. 4°.

Journal of Morphology. Boston 1889. Vol. III. N°. 2. gr. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN FEBRUARI—MAART 1890.

NEDERLAND.

Bouwkundig Tijdschrift, uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1889. Deel IX. Stuk 1—2. gr. 4°.

Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Verslag van de 59ste Algemeene Vergadering. Amsterdam 1889. gr. 4°.

Afbeeldingen van oude bestaande gebouwen, uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1889. Afl. 30. fol.

Nieuw Archief voor Wiskunde. Amsterdam 1889. Deel XVI. St. 2. Deel XVII. St. 1. 8°.

D. Stigter. Waar de dubbeltjes van daan komen. Ouderkerk a/A. z. j. 8°.
(Maatschappij tot Nut van 't Algemeen).

Jaarboek van het mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië. Amsterdam 1889. Jaarg. 18. 2de gedeelte. 8°.

Revue internationale des falsifications. Amsterdam 1890. 3e Année. Livr. 7—8. 4°.

H. Blink. Nederland en zijne bewoners. Amsterdam z. j. Afl. 6—7. 8°.

Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences. Harlem 1890. Tome XXIV. Livr. 1. 8°.

Tijdschrift van de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1890. N°. 1—2. 8°.

Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas. Leide 1889—1890. Tome VIII. N°. 6. Tome IX. N°. 1. 8°.

Sammlungen des geologischen Reichsmuseums in Leiden. 1890. 1e Série. Beiträge zur Geologie Ost-Asiens und Australiens. Band IV. Heft 7. 2e Série. Beiträge zur Geologie von Niederländisch West-Indien. Band I. 8°.

G. Schlegel. Nederlandsch-Chineesch Woordenboek met de transcriptie der chineesche karakters in het Tsiang-Tsiu dialekt. Leiden 1890. Deel IV. Afl. 3. gr. 8°.

Handleiding tot de kennis der Flora van Nederlandsch-Indië. — Beschrijving van de families en geslachten der Nederl. Indische phanerogamen door Dr. J. G. Boerlage. Leiden 1890. Deel I. Stuk 1. 8°.

Verslag aan den Koning van de bevindingen en handelingen van het geneeskundig Staatstoezicht in het jaar 1888. 's Gravenhage 1889. 4°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs, 1889—1890. 's Gravenhage 1889. Afl. 1. 1ste en 2de gedeelte. Afl. 2. 2de gedeelte. Afl. 3. 2de gedeelte. 4°.

Register van het Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs, 1884—1889. 's Gravenhage 1890. 4°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1890. Deel XXXIII. Afl. 1. 8°.

Jaarboek van de koninklijke Nederlandsche Zeemacht, 1888—1889. 's Gravenhage 1890. 8°.

Het Rijksarchief te 's Gravenhage. 1889. 8°.

B. W. F. van Riemsdijk. Het klooster van Sinte Agatha met het Prinsenhof. 's Gravenhage 1889. 8°.

Woordenboek der Nederlandsche Taal. 's Gravenhage 1889. Deel II. Afl. 3. Deel III. Afl. 12—15. gr. 8°.

A. D. W. de Vries. De algemeene verordeningen tot regeling van het rechtswezen in de gewesten Celebes en onderhoorigheden, Timor, Menado, Amboina en Ternate. 's Gravenhage 1890. Deel I. 8°.
(Uitgegeven door het Departement van Koloniën.)

De opkomst van het Nederlandsch gezag in Oost-Indië. 2e Reeks. Buitenbezittingen. 's Gravenhage 1890. Deel II (bewerkt door J. E. Heeres). 8°.

Sepp's Nederlandsche Insecten. 's Gravenhage 1890. 2e Serie. Deel IV. N°. 39—40. 4°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1890. N°. 1—2. 4°.

M. S. Pols. Leiddraad bij de voorlezing over strafrecht en strafvordering. 's Gravenhage 1890. Afl. 2. 8°.

31ste Jaarlijksch verslag door de hoofd-commissie aan de leden van de Vereeniging tot daarstelling van eene algemeene openbare Bibliotheek en van een daaraan verbonden Leeskabinet te Rotterdam, medegedeeld in de algemeene vergadering van 22 Februari 1890. 8°.

61ste Verslag der handelingen van het Friesch Genootschap van geschied-, oudheid- en taalkunde te Leeuwarden, over het jaar 1888—1889. 8°.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden December 1889 en Januari 1890. 's Gravenhage 1890. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maanden Augustus—October 1889. fol.

Verzamelingstabellen der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maanden Augustus—October 1889. fol.

NEDERLANDSCH-INDIË.

Tijdschrift voor indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXXIII. Afl. 3—4. 8°.

Notulen van de algemeene- en bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXVII. Afl. 3. 8°.

Nederlandsch-Indisch Plakaatboek, 1602—1811, door mr. J. A. VAN DER CHIJS. Batavia 1889. Deel VI. 8°.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1889. Deel XXXIX. Afl. 4. 8°.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen. Batavia 1889. Deel XXIX. Afl. 5—6. 8°.

J. GRONEMAN. Behandeling van Cholera door Creoline. 8°. (Overgedrukt uit het Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indie. Dl. XXIX.)

G. J. P. J. BOLLAND. De lichamelijke verschijnselen en hunne gewaande zelfstandigheid. Batavia 1889. 8°. (Overgedrukt uit het paedagogisch-litterarisch Maandschrift, 1889).

———————. Het denken in zijne zelfkritiek. Proeve eener wijsgeerige theorie der kennis. 8°. (Overgedrukt uit het paedagogisch-litterarisch Maandschrift, 1890.)

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1889—1890. 3e Série. Tome XVIII. N°. 12. Tome XIX. N°. 1—2. 8°.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. Tome IX. Fasc. 2. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1890. 4e Série. Tome IV. N°. 1—2. 8°.

Annuaire statistique de la Belgique. Bruxelles 1889. Tome XX. 8°.

H. van Capelle Jr. Quelques considérations sur le quaternaire ancien dans le Nord des Pays-Bas. Bruxelles. 1889. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société belge de géologie, Tome II).

———————. Les escarpements du »Gaasterland" sur la cote méridionale de la Frise, suivie d'une Etude sur les roches siliceuses à spicules de spongiaires du Boulder Clay du Roode-Klif. Bruxelles 1889. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société belge de géologie. Tome III.)

Université de Liége. Institut de Physiologie. Travaux du Laboratoire de L. Fredericq. Gand 1886. Tome I. 8°.

Verslagen en Mededeelingen der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1889. October—December. 1890. Januari. 8°.

N. DE PAUW en E. GAILLIARD. Dit is die istory van Troyen van Jacob van Maerlant. Gent 1889. Deel IV. Afl. 1. 8°.

Van den VII vroeden van binnen Rome. Antwoord op de critiek van den Heer J. A. STOETT, in »Noord en Zuid". 8°.

Geschiedenis van de gemeenten der provincie Oost-Vlaanderen. Gent 1889. Deel XLIV. 8°.

La formule d'Ozanam est due à W. Snell (Extrait d'une lettre de M. LE PAIGE à M. Mansion). z. p. en j. 8°.

FRANKRIJK.

Institut de France. Lois, statuts et règlements concernant les anciennes Académies et l'Institut de 1635 à 1889. Collection publieé par L. AUCOC. Paris 1889. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1890. Tome CX. N°. 3—7. 4°.

Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1889. 4e Série. Tome XVII. Septembre —Octobre. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1890. 3e Série. Tome XXIII. N°. 3—11. 8°.

Congrès international de Bibliographie des Sciences mathématiques, tenu à Paris du 16 au 19 Juillet 1889. Procès-Verbal sommaire. Paris 1889. 8°.

A. DE MONACO. Recherche des animaux marins, progrès réalisés sur l'Hirondelle dans l'outillage spécial. Paris 1889.
(Extrait du Compte-rendu des séances du Congrès international de Zoologie).

Annales du Musée Guimet. Paris 1887. Tome X. 4°.

Revue de l'Histoire des religions. Paris 1889. Année 10. Tome XVIII. N°. 3. Tome XIX. N°. 1—3. 8°.

Ministère de la Guerre. Bibliothèque du Dépôt de la Guerre. Paris 1888. Catalogue. Tome VI. 8°.

Bibliothèque nationale. Manuscrits arabes. Paris 1889. 2e Fascicule. gr. 4°.

Journal de l'Ecole polytechnique. Paris 1889. 58e Cahier. 4°.

Inhoud:

Hugoniot. Sur la propagation du mouvement dans les corps, et spécialement dans les gaz parfaits.

O. Callandreau. Sur le développement en série du potentiel des sphéroïdes de révolution.

Mercadier. Etudes expérimentales sur l'élasticité dynamique et statique des fils métalliques.

Mémoires de la Société zoologique de France. Paris 1889. Tome II. Part 1. Tome III. Part 1. 8°.

Bulletin de la Société zoologique de France. Paris 1888—1889. Tome XIII. N°. 9—10. Tome XIV. N°. 1—7. 8°.

Bulletin de la Société philomatique de Paris. 1889. 8e Série. Tome I. N°. 3—4. 8°.

Compte-rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris. 1890. N°. 7—9. 11. 8°.

A. Bruel. Recueil des chartes de l'Abbaye de Cluny. Paris 1888. Tome IV. 4°.
(Collection de documents inédits sur l'histoire de France).

A. Chéruel. Lettres du Cardinal Mazarin pendant son ministère. Paris 1889. Tome V. 4°.
(Collection de documents inédits sur l'histoire de France.)

Mission scientifique du Cap Horn, 1882—1883. Paris 1888—1889. Tome V. Botanique. Tome VI. Zoologie. (Priapulides, Protozoaires, Bryozoaires, Mollusques, Insectes, Poissons). 4°.

Journal d' Hygiène. Paris 1890. 16e Année. Vol. XV. N°. 697—704. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1890. 6e Année. Tome X. N°. 98—102 gr. 8°.

Le Galilée. Revue des Sciences cosmologiques. Paris, Novembre—Décembre 1889. gr. 8°.

Archives de Médecine et de Pharmacie militaires. Paris 1888—1889. Tome XII—XIII. 2 Dl. 8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, belles- Lettres et Arts de Lyon. 1886—1889. Classe des Sciences. Vol. XXVIII—XXIX. Classe des Lettres. Vol. XXIV—XXVI. 5 Dl. gr. 8°.

Annales de la Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts utiles de Lyon. 1887—1889. 5e Série. Tome IX—X. 6e Série. Tome I. 3 Dl. gr. 8°.

Annales de la Société Linnéenne de Lyon. 1886—1888. Nouvelle Série. Tome XXXII—XXXIV. 3 Dl. gr. 8°.

Académie des Sciences et Lettres de Montpellier. Mémoires de la Section des Lettres. Montpellier 1889. Tome VIII. Fasc. 3. 4°.

Inhoud :

P. Corbière. L'Académie protestante de Montpellier.
F. Saurel. L'évêque François Renaud de Villeneufve.

Précis analytique des travaux de l'Académie des Sciences, belles- Lettres et Arts de Rouen, pendant l'année 1887—1888. Rouen 1889. 8°.

Mémoires de l'Académie de Stanislas. Nancy 1889. 5e Série. Tome VI. 8°.

Bulletin de la Société des Sciences de Nancy. Paris 1889. 2e Série. Tome IX. Fasc. 22. 8°.

Bulletin des séances de la Société des Sciences de Nancy. 1889. 1e Année. N°. 1. 8°.

Mémoires de l'Académie nationale des Sciences, Arts et belles. Lettres de Caen. 1887—1888. 1 Dl. 8°.

Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie. Caen 1889. 4e Série. Vol. II. 8°.

Bulletin de la Société des Antiquaires de Picardie. Amiens 1889. Année 1889. N°. 1. 8°.

Mémoires de la Société des Antiquaires de Picardie. Amiens 1889. 3e Série. Tome X. 8°.

Mémoires de la Société des Antiquaires de la Morinie. St. Omer 1889. Tome XXI. 8°.

Bulletin historique de la Société des Antiquaires de la Morinie. St. Omer 1889. Nouvelle Série. 38e Année. Livr. 149—151. 8°.

Mémoires de la Société d'Emulation de Cambrai. 1889. Tome XLIV. 8°.

Mémoires de la Société agricole, scientifique et littéraire des Pyrénées-orientales. Perpignan 1889. Vol. XXX. 8°.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique, publiée par la Société d'Agriculture, Sciences et Arts de l'arrondissement de Valenciennes. 1889. Tome XL. N°. 11—12. Tome XLI. N°. 1—8. 8°.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son Yacht par le Prince Albert 1er, Prince de Monaco, publiés sous sa direction par M. le baron Jules de Guerne. Monaco 1889. Fasc. 1. Contribution à la faune malacologique des Iles Açores par S. Dautzenberg. gr. 4°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society of London. 1890. Vol. XLVII. N°. 285—286. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1890. Vol. L. N°. 3—4. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1890. New Series. Vol. XII. N°. 2. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1889. Part 6a. 1890. Part 1. 8°.

Reports from the Laboratory of the royal College of Physicians. Edinburgh 1890. Vol. II. 8°.

A. A. W. Hubrecht. The placentation of Erinaceus Europaeus with remarks on the Phylogeny of the Placenta. 8°.

(Reprinted from the Quaterly Journal of microscopical Science).

W. L. Distant. A monograph of oriental Cicadidae. London 1889. Part 2. 4°.
(Published by order of the Trustees of the Indian Museum, Calcutta).

Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Cambridge 1890. Vol. VII. Part 1. 8°.

Astronomical Observations made at the Observatory of Cambridge. 1890. Vol. XXII. 4°.

Transactions and Proceedings of the botanical Society. Edinburgh 1889. Vol. XVII. Part 3. 8°.

Transactions of the royal Irish Academy. Dublin 1889. Vol. XXIX. Part 12. 4°.

Inhoud:

B. C. A. Windle. The pectoral group of Muscles.

Proceedings of the royal Irish Academy. Dublin 1889. 3d Series. Vol. I. N°. 2. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1889. N°. 18. 1890. N°. 1. 2. 4°.

Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Wien 1886—1890. Band I—IV. Band V. N°. 1. gr. 8°.

Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft. Wien 1889. Band XXXII. 8°.

Casopis pro pestovani mathematiky a fysiky, vydava Iednota ceskych mathematiku. Praze 1890. Rocnik XIX. Cislo 2—3. 8°.

Astronomische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag in den Jahren 1885, 1886 und 1887, enthaltend Originalzeichnungen des Mondes von L. Weinek. Prag 1890. 4°.

Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie. 1890. Janvier-Février. 8°.

DUITSCHLAND.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1890. Jahrg. 1888. Heft 10—12. 4°. Oblong.

Sitzungs-Berichte der Gesellschaft naturforschender Freunde. Berlin 1889. Jahrg. 1889. 8°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1890. Jahrg. 7. N°. 1—10. 4°.

Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften, herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Verein. Hamburg 1889. Band XI. Heft 1. 4°.

Inhoud:

W. Michaelsen. Synopsis der Enthytraeiden.
H. Strebel. Archäologische und ethnologische Mittheilungen aus Mexico.
H. Krüss. Ueber den Lichtverlust in sogenannten durchsichtigen Körpern.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1890. Jahrg. 13. N°. 326—330. 8°.

Viertaljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1890. Jahrg. 25. Heft 1. 8°.

Jahresbericht und Abhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereins in Magdeburg. 1889. Jahrg. 1888. 8°.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayrischen Akademie der Wissenschaften. München 1890. Jahrg. 1889. Heft 3. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayrischen Akademie der Wissenschaften. München 1890. Jahrg. 1889. Band II. Heft 2. 8°.

Mitteilungen aus dem germanischen Nationalmuseum. Nürnberg 1889. Band II. Heft 3. gr. 8°.

Anzeiger des germanischen Nationalmuseums. Nürnberg 1889. Band II. Heft 3. gr. 8°.

Katalog der im germanischen Museum vorhandenen interessanten Bucheinbände und Teile von solchen. Nürnberg 1889. gr. 8°.

ZWITSERLAND.

Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles. Lausanne 1889. 3e Série. Vol. XXV. 8°.

Abhandlungen der schweizerischen paläontologischen Gesellschaft. Basel 1889. Vol. XVI. 4°.

Inhoud:

Koby. Monographie des polypiers jurassiques de la Suisse. 9e Partie.
H. Golliez. Nouveaux Chéloniens de la molasse langhienne de Lausanne.
H. Haas. Beiträge zur Kenntniss der jurassischen Brachiopodenfauna. Theil I.
P. de Loriol. Etudes sur les mollusques des couches coralligènes inférieures du jura Bernois.

Index lectionum quae in Universitate Friburgensi per menses Aestivos Anni MDCCCXC inde a die XV Aprilis habebuntur. Friburgi Helvet. 1890. gr. 8°.

Inhoud:

J. Bédier. Le lai de l'Ombre.
W. Streitberg. Die germanischen comparative auf-Ōz.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1889—1890. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. V. Fasc. 9—13. Vol. VI. Fasc. 1—2. 4°.

I codici Palatini della reale Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Roma 1890. Vol. II. Fasc. 1. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1890. N°. 98—101. 8°.

Atti della real Accademia delle Scienze. Torino 1890. Vol. XXV. Disp. 1—5. 8°.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Pisa 1889. Memorie. Vol. X. gr. 8°.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Adunanza del 7 Luglio e 17 Novembre 1889. gr. 8°.

Annuario della Societa reale di Napoli con le notizie istoriche della Accademia. Napoli 1890. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Christiania 1887—1889. Band XXXI. Heft 1—3. 8°.

A. Helland. Lakis kratere og lavaströmme. Kristiania 1886. 4°.

C. Fearnley and H. Geelmuyden. Zonenbeobachtungen der Sterne zwischen 64° 50′ und 70° 10′ nördlicher declination auf der Universitäts-Sternwarte in Christiania angestellt. Christiania 1888. 8°.

L. Daae. Symbolae ad Historiam ecclesiasticam provinciarum septentrionalum magni dissidii synodique Constantiensis temporibus pertinentes. Christianiae 1888. 4°.

Viridarium Norvegicum. Norges Vaextrige. Et bidrag til Nord-Europas natur-og culturhistorie af F. C. Schübeler. Christiania 1889. Bind III. 4°.

Jahrbuch des norwegischen meteorologischen Instituts für 1887. Christiania 1889. 4°.

RUSLAND.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1889. Deel XXV. N°. 5. 8°. (In het Russisch).

Acta Societatis pro fauna et flora fennica. Helsingforsiae 1888. Vol. V. Pars 1. 8°.

Meddelanden af Societatis pro fauna et flora fennica. Helsingfors 1889. Häftet 15. 8°.

Herbarium musei fennici. Editio secunda. I. Plantae vasculares curantibus Th. Saelan, A. O. Kihlman, Hj. Hjelt. Helsingforsiae 1889. 8°.

H. Hjelt. Notae conspectus florae fennicae. Helsingforsiae 1888. 8°.

Meteorologische Beobachtungen des Tiffiser physikalischen Observatoriums in den Jahren 1887—1888. Tiflis 1889. 8°.

RUMENIË.

Documente privitore la istoria romanilor. Bucuresci 1889. Supplement I. Vol. III. Fasc. 2. (1795—1803) gr. 4°.

AMERIKA.

Bureau of Education. Report of the Commissioner of Education for the year 1887—88. Washington 1889. 8°.

Report of the Surgeon-general of the army to the Secretary of War for the fiscal year ending June 30, 1889. Washington 1889. 8°.

Transactions of the Wagner free Institute of Science. Philadelphia 1889. Vol. II. gr. 8°.

Transactions of the astronomical Observatory of Yale University. New-Haven 1889. Vol. I. Part 2. 4°.

Inhoud:

A. HALL JR. Determination of the orbit of Titan and the mass of Saturn.

Johns Hopkins University Circulars. Baltimore 1890. Vol. IX. N°. 78—79. 4°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1890. Vol. XIV. N°. 3—10. 4°.

Proceedings of the Canadian Institute. Toronto 1889. 3de Series Vol. VII. Fasc. 1. 8°.

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of natural Science. Halifax 1865—1888. Vol. I. Part 4. Vol. II. Vol. IV. Part 1, 3. 4. Vol. V—Vol. VI. Vol. VII. Part 1—2. 8°.

Memoria presentada al Congreso de la Union por el Secretario de fomento, colonizacion, industria y commercio de la republica Mexicana. Mexico 1887. Tomo VI. Atlas. Plano.

Boletin mensual. Mexico 1889. Tomo II. N°. 3—4. gr. 4°.

Informes y documentos relativos a commercio interior y exterior, agricultura, mineria e industrias. Mexico 1889. N°. 51—52. 8°.

Boletim da Academia imperial de Medicina do Rio de Janeiro. 1889. A°. V. N°. 2—4. 4°.

Annaes da Academia de Medicina. Rio de Janeiro 1889. Serie 6ª. Tomo V. N°. 2. 8°.

Revista do Observatorio do Rio de Janeiro. 1890. Anno V. N°. 1. gr. 8°.

Boletin mensual del Observatorio meteorologico del Colegio Pio de Villa Colon. Montevideo 1890. Anno II. N°. 1—2. gr. 8°.

Annales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1889. Tomo XXVIII. Entr. 3—4. 8°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias. Buenos Aires 1889. Tomo X. Entr. 3. 8°.

Boletin del Instituto geografico Argentino. Buenos Aires 1889. Tomo X. N°. 10. 8°.

Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereines zu Santiago. 1889. Band II. Heft 1. 8°.

AUSTRALIË.

Journal and Proceedings of the royal Society of N. S. W. Sydney 1889. Vol. XXIII. Part 1. 8°.

Catalogue of the scientific books in the Library of the royal Society of N. S. W. Sydney 1889. Part 1. (General Science). 8°.

Report of the 1st meeting of the Australasian Association for the advancement of Science, held at Sydney, N. S. W. Sydney 1889. 8°.

AANGEKOCHT.

Constantini Hugenii equitis otiorum libri sex. Poemata varii sermonis, stili, argumenti. Hagae Com. 1625. 4°.

J. G. Frederiks en F. J. van den Branden. Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuidnederlandsche Letterkunde. Amsterdam 1888. Afl. 7. 8°.

De Navorscher. Nijmegen 1890. Nieuwe Serie. Jaarg. 23. Afl. 2—3. 8°.

Internationales Archiv für Ethnographie. Leiden 1889. Band II. Heft 1—6. Supplement zu Band I. (O. Stoll. Die Ethnologie der Indiänerstämme von Guatemala). 4°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1890. Livr. 219—227. 4°.

THE UNIVERSITY LIBRARY
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ
SCIENCE LIBRARY

This periodical is due on **DATE** stamped below.
To renew by phone, call **459-2050**

SCI. LIB.

STORED AT NRLF

Series 1665

STORED AT NRLF

THE UNIVERSITY LIBRARY
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ
SCIENCE LIBRARY

This periodical is due on **DATE** stamped below.
To renew by phone, call **459-2050**

SCI. LIB

STORED AT NRLF

Series 1665

STORED AT NRLF